F 1130/2

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

SERIA ELECTROTEHNICĂ

TOMUL XLII NUMĂRUL 1 ANUL 1980
IANUARIE – MARTIE

COMITETUL DE REDACŢIE

REDACTOR RESPONSABIL : Academician *Radu Voinea*

MEMBRII : Prof. dr. ing. *Constantin Bălă* (redactor responsabil adjunct); Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin* (secretar ştiinţific); Prof. dr. docent ing. *Virgil Constantinescu*; Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu*; Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan*; Prof. dr. ing. *Nicolae Geru*; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald*; Prof. dr. *Ion Grădişteanu*; Prof. dr. ing. *Gheorghe Hortopan*; Prof. ing. *Jean Moncea*; Academician *Ecaterina Ciorănescu Nenițescu*; Prof. dr. ing. *Aurel Oprean*; Prof. dr. ing. *Mircea Petrescu*; Prof. dr. ing. *Ion Popescu*; Prof. dr. ing. *Marin Rădoi*; Prof. dr. ing. *Marcel Segărceanu*; Prof. dr. *Octavian Stănăşilă*; Prof. dr. docent ing. *Ion Teoreanu*; Prof. dr. docent *Rodica Vilcu*.

Editor : Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti
Splaiul Independenţei 313, Tel. 31.40.10, România, Căsuţa poştală 2356
TELEX : 10.490 PIBUH

Readers from abroad can get subscriptions for this newspaper trough ILEXIM Import-export press, 13 Decembrie St. Nr. 3, P.O.B. 2001, telex 011226, Bucharest ROMANIA

Sumar

MATEMATICĂ

M. Roşculeţ, Ana Maria Neagu

Fonctions quasi monogènes sur des algèbres à radical 3

N. Anghel

O demonstraţie directă a faptului că $L^1(x, \beta, \mu)$ verifică principiul tare al maximului modulului 15

FIZICA

I. M. Popescu, A. Brunfeld, D. Atanasiu

Contribuţii la calculul optic al interferometrelor cu laser 21

A. Rusu, Marina Olariu

Modelarea fizică a tranzistoarelor DMOS 31

C. Florea

Metoda Kirkwood pentru mesomorfismul nematic 39

ELECTROTEHNICĂ

C. Bălă, M. Covrig, Luxandra Togui, P. Bochian

Optimum tehnico-economic în construcţia bobinelor de filtrare cu miez feromagnetic 47

P. Dinculescu, M. Popescu

O nouă construcţie a balasturilor cu rezonanţă pentru lămpi fluorescente 59

M. Iordache, Doina Istrătescu

Algoritm şi program de simulare şi analiză a circuitelor electrice şi electronice de c.a. liniare cu surse comandate şi cuplaje magnetice 67

V. A. Mărieş

Determinarea traiectoriilor fasciculelor de electroni în dispozitivele de deflexie magnetică 79

ELECTRONICĂ

Gh. Samachişă, A. M. Manolescu, A. Manolescu, C. Burileanu

Circuitele integrate hibride — o soluţie de rezolvare a cerinţelor impuse de construcţia aparaturii electronice moderne 89

D. Stanomir

Variational Analysis of Nonlinear Electrical Networks I. Resistive Networks 99

V. E. Neagoe

Adaptive Delta Modulation for Image Coding Using Pulse Grouping Techniques 109

Sumar

MATEMATICA

M. Rascolet, Ana Maria Seara
Functions quasi monogenes sur des algebres a radical

Z. Arsene
O demonstratie directa a teoremei de Borg-Go privind principiul de maximum modulat

FIZICA

I. M. Popescu, A. Brosteanu, D. Asandei
Contributii la calculul optic al interferometrelor cu bare

A. Ioan, Marina Olariu
Masurarea fluxului a radioelementelor CUBUS

L. Popescu
Metoda Kirkwood pentru micsorarea energiei

ELECTROTEHNICA

C. Balan, M. Covrig, Lucsandra Tugui, P. Boeblan
Optimum tehnico-economic la conductia bobinelor de filtrare cu miez feromagnetic

P. Diaconescu, M. Popescu
O noua constructie a balastierilor cu reznanata pentru lampi fluorescente

M. Lordache, Doina Istratescu
Algoritm si program de calculare si analiza a circuitelor electrice si electronice de curent alternativ cu surse comandate si cuplaje magnetice

V. A. Nicolau
Determinarea tensiunilor locatoarelor de electroni in dispozitivele de detectie magnetica

ELECTRONICA

Gh. Samaraculeas, M. Manolescu, V. Manolescu, C. Burileanu
Circuitele integrate hibride — o solutie de rezolvare a cerintelor impuse de constructia aparatelor electronice moderne

D. Stanomir
Variational Analysis of Nonlinear Electrical Networks I. Desfiguire Networks

V. E. Neagoe
Adaptive Delta Modulation for Image Coding Using Tree Coupling Techniques

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 1

MATEMATICĂ

C. Z.: 512.8

FONCTIONS QUASI MONOGÈNES SUR DES ALGÈBRES À RADICAL

MARCEL ROȘCULEȚ, ANA MARIA NEAGU*

Les auteurs construisent l'algèbre A, ayant les éléments de la base donnés par (3), en utilisant l'algèbre A_3, associée à l'équation de Laplace à trois variables.

Pour des fonctions $f(x, y, z; \theta, \varphi, \varepsilon)$, ayant les valeurs dans A on définit la ω-quasi monogénéité, où ω est une forme extérieure définie par (4)+(4') et on donne un théorème qui établit les conditions de ω-quasi monogénéité.

Par la suite, on étudie les propriétés des composantes réelles de la fonction f.

1. Sur l'algèbre A_3, associée à l'équation de Laplace :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0, \tag{1}$$

ayant comme éléments de la base φ^n, $\theta\varphi^n$, $n = 0, -1, +1, -2, +2, \ldots$ et d'équation caractéristique [1],

$$1 + \varphi^2 + \theta^2 = 0, \tag{2}$$

considérons l'algèbre A, ayant les éléments de la base :

$$\varphi^n,\ \theta\varphi^n,\ \varepsilon,\ \varepsilon\varphi^n,\ \varepsilon\theta\varphi^n, \ldots,\ \varepsilon^p,\ \varepsilon^p\varphi^n,\ \varepsilon^p\theta\varphi^n;\ \varphi^\circ = 1 \tag{3}$$

avec $n = 0, -1, +1, -2, +2, \ldots$ et $\varepsilon^{p+1} = 0$.

Soit
$$\omega = \omega_0 + \varepsilon\omega_1 + \ldots + \varepsilon^p\omega_p \tag{4}$$

une forme extérieure définie sur A, avec ω_k formes extérieures linéaires, données par

$$\omega_k = \alpha_{k1}(x, y, z)\mathrm{d}x + \theta\alpha_{k2}(x, y, z)\mathrm{d}y + \varphi\alpha_{k3}(x, y, z)\mathrm{d}z, \tag{4'}$$

avec α_{ki} de classe $C^{(0)}$ dans $D \subset R^3$.

Ouvrage reçu à la rédaction le 31 mars 1979
* Prof. ing. dr. doc.; Assist. Chaire de mathématiques III

Une fonction $f \in C^{(1)}$ dans $D \subset R^3$, ayant les valeurs dans A s'écrit :

$$f(x, y, z;\ \theta, \varphi, \varepsilon) = f_0(x, y, z;\ \theta, \varphi) + \varepsilon f_1(x, y, z;\ \theta, \varphi) + \\ + \ldots + \varepsilon^p f_p(x, y, z;\ \theta, \varphi) \tag{5}$$

où

$$f_k(x, y, z;\ \theta, \varphi) = \sum_{-\infty}^{\infty} (P_{kn}(x, y, z) + \theta Q_{kn}(x, y, z))\varphi^n \tag{5'}$$

et ont les composantes P_{kn}, Q_{kn} de classe $C^{(1)}$ dans D. On appelle f ω-quasi monogène dans D si le produit extérieur $df \Lambda \omega$ est nul dans D.

Théorème. La fonction f construite sur l'algèbre A est ω-quasi monogène si les conditions suivantes sont satisfaites :

$$\begin{aligned} df_0 \ \Lambda\ \omega_0 &= 0, \\ df_0 \ \Lambda\ \omega_1 + df_1 \ \Lambda\ \omega_0 &= 0, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ df_0 \ \Lambda\ \omega_p + df_1 \ \Lambda\ \omega_{p-1} + \ldots + df_p \ \Lambda\ \omega_0 &= 0. \end{aligned} \tag{6}$$

Démonstration. Il faut avoir en D, $df_p \ \Lambda\ \omega = 0$, c'est-à-dire

$$[df_0 + \varepsilon df_1 + \ldots + \varepsilon^p df_p] \ \Lambda\ [\omega_0 + \varepsilon\omega_1 + \ldots + \varepsilon^p \omega_p] = 0.$$

Puisque $1, \varepsilon, \varepsilon^2, \ldots, \varepsilon^p$ forment une base, en annulant les coefficients de $1, \varepsilon, \ldots, \varepsilon^p$, nous obtenons les relations d'énoncé ; q. e. d.

Étant donné qu'on a pour Φ, fonction de classe $C^{(0)}$ dans D, définie sur l'algèbre A_3, l'égalité :

$$df_k \ \Lambda\ \Phi\omega_s = \Phi df_k \ \Lambda\ \omega_s,$$

il résulte le suivant

Théorème. Si

$$\omega = \omega_0(\Phi_0 + \varepsilon \Phi_1 + \ldots + \varepsilon^p \Phi_p) \tag{7}$$

avec Φ_k de classe $C^{(0)}$ dans D, alors $f(x, y, z;\ \theta, \varphi, \varepsilon)$ est ω-quasi monogène dans D si f_k, $k = 0, 1, \ldots, p$ sont $\sqrt{\omega_0}$ quasi monogènes dans D et réciproquement

2. Notons

où

$$\omega = \lambda_1 dx + \theta\lambda_2 dy + \varphi\lambda_3 dz$$

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \alpha_{01} + \varepsilon\alpha_{11} + \ldots + \varepsilon^p \alpha_{p1}, \\ \lambda_2 &= \alpha_{02} + \varepsilon\alpha_{12} + \ldots + \varepsilon^p \alpha_{p2}, \\ \lambda_3 &= \alpha_{03} + \varepsilon\alpha_{13} + \ldots + \varepsilon^p \alpha_{p3}. \end{aligned} \tag{8}$$

Nous avons également

$$df = \frac{\partial f}{\partial x}\,dx + \frac{\partial f}{\partial y}\,dy + \frac{\partial f}{\partial z}\,dz.$$

De $df \wedge \omega = 0$, en annulant les coefficients de $dx\ dy$, $dy\ dz$, $dz\ dx$ et en tenant compte des règles de calcul du produit extérieur, on déduit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial x}\theta\lambda_2 - \frac{\partial f}{\partial y}\lambda_1 &= 0, \\ \frac{\partial f}{\partial y}\varphi\lambda_3 - \frac{\partial f}{\partial z}\theta\lambda_2 &= 0, \qquad (9) \\ \frac{\partial f}{\partial z}\lambda_1 - \frac{\partial f}{\partial x}\varphi\lambda_3 &= 0 \end{aligned}$$

ou, si λ_1, λ_2, λ_3 ne sont pas des diviseurs du zéro,

$$\frac{1}{\lambda_1}\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{\theta}\frac{1}{\lambda_2}\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{1}{\varphi}\frac{1}{\lambda_3}\frac{\partial f}{\partial z} \qquad (9)$$

parce que θ et φ ne sont pas des diviseurs du zéro.

Définition. La fonction hypercomplexe, définie dans l'algèbre A par

$$\frac{df}{d(\omega)} = \frac{1}{\lambda_1}\frac{\partial f}{\partial x} \qquad (10)$$

s'appelle la ω-dérivée de la fonction f. Si f est ω-quasi monogène dans D, nous avons de même :

$$\frac{df}{d(\omega)} = \frac{1}{\theta}\frac{1}{\lambda_1}\frac{\partial f}{\partial y}, \quad \frac{df}{d(\omega)} = \frac{1}{\varphi}\frac{1}{\lambda_3}\frac{\partial f}{\partial z}. \qquad (10')$$

3. Mettons :

$$u - u_0 = (x - x_0, y - y_0, z - z_0)$$

$$\Omega = (\lambda_1, \theta\lambda_2, \varphi\lambda_3).$$

Alors

$$\omega = \langle \Omega, du \rangle = \lambda_1\,dx + \theta\lambda_2\,dy + \varphi\lambda_3\,dz.$$

L'équivalence des conditions (8) à (9), donc aussi à (9′) conduit au suivant

Théorème Si $f \in C^{(1)}$ dans D, si λ_1, λ_2, λ_3 ne sont pas des diviseurs du zéro dans D et si la limite :

$$\lim_{\substack{x\to x_0\\ y\to y_0\\ z\to z_0}} \frac{f(x, y, z; \theta, \varphi, \varepsilon) - f(x_0, y_0, z_0; \theta, \varphi, \varepsilon)}{\langle \Omega, u - u_0 \rangle},$$

$$\text{avec } \frac{y - y_0}{x - x_0} = m, \frac{z - z_0}{x - x_0} = n \tag{11}$$

est indépendente de m et n, pour tout $(x_0, y_0, z_0) \in D$, alors f est ω-quasi monogène dans D.

4. Dans les conditions (6) mettons $p = 0$; pour

$$\omega = \alpha dx + \theta\beta\, dy + \gamma\varphi\, dz$$

et

$$f(x, y, z; \theta, \varphi) = \sum_{-\infty}^{\infty} (P_n(x, y, z) + \theta Q_n(x, y, z))\varphi^n,$$

si $\alpha\beta\gamma \neq 0$ dans $D \subset R^3$, on obtient :

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{\beta}\frac{\partial P_n}{\partial y} + \frac{1}{\alpha}\left(\frac{\partial Q_n}{\partial x} + \frac{\partial Q_{n-2}}{\partial x}\right) = 0,\\
&\frac{1}{\beta}\frac{\partial P_{n-1}}{\partial y} + \frac{1}{\gamma}\left(\frac{\partial Q_n}{\partial z} + \frac{\partial Q_{n-2}}{\partial z}\right) = 0,\\
&\frac{1}{\gamma}\frac{\partial P_n}{\partial z} - \frac{1}{\alpha}\frac{\partial P_{n-1}}{\partial x} = 0
\end{aligned} \tag{12}$$

et

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{\alpha}\frac{\partial P_n}{\partial x} - \frac{1}{\beta}\frac{\partial Q_n}{\partial y} = 0,\\
&\frac{1}{\gamma}\frac{\partial P_n}{\partial z} - \frac{1}{\beta}\frac{\partial Q_{n-1}}{\partial y} = 0,\\
&\frac{1}{\gamma}\frac{\partial Q_n}{\partial z} - \frac{1}{\alpha}\frac{\partial Q_{n-1}}{\partial x} = 0;
\end{aligned} \tag{12'}$$

si $\alpha(x)$, $\beta(y)$, $\gamma(z)$ sont de classe $C^{(1)}$ dans D, on a le suivant

Théorème 1. Si $f(x, y, z; \theta, \varphi)$, ω-quasi monogène dans D, est de classe $C^{(2)}$ dans D, alors P_n, Q_n satisfont dans D l'équation aux dérivées partielles de type elliptique :

$$E(\Phi) = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\alpha}\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)+\frac{1}{\beta}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\beta}\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)+\frac{1}{\gamma}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{\partial \Phi}{\partial z}\right) = 0. \tag{13}$$

Démonstration. En dérivant la première équation (12′) par rapport à x, en multipliant le résultat par $\frac{1}{\alpha}$, en dérivant la première équation de (12) par rapport à y et en multipliant le résultat par $\frac{1}{\beta}$, en dérivant la troisième équation de (12) par rapport à z, en multipliant le résultat par $\frac{1}{\gamma}$ et en additionant tous les résultats obtenus, on déduit

$$\frac{1}{\alpha}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\alpha}\frac{\partial P_n}{\partial x}\right)+\frac{1}{\beta}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\beta}\frac{\partial P_n}{\partial y}\right)+\frac{1}{\gamma}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{\partial P_n}{\partial z}\right)-$$

$$-\frac{1}{\alpha}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\beta}\frac{\partial Q_n}{\partial y}\right)+\frac{1}{\beta}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\alpha}\left(\frac{\partial Q_n}{\partial x}+\frac{\partial Q_{n-2}}{\partial x}\right)\right)-\frac{1}{\gamma}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\alpha}\frac{\partial P_{n-1}}{\partial x}\right)=0$$

ou

$$E(P_n) = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{\partial P_{n-1}}{\partial z}-\frac{1}{\beta}\frac{\partial Q_{n-2}}{\partial y}\right)=0$$

car la deuxième part est nulle, conformément à la deuxième relation de (12′).

Si en (12) on dérive la première équation par rapport à x, on multiplie le résultat par $\frac{1}{\alpha}$, dans les relations (12′) on dérive la première équation par rapport à y, on multiplie le résultat par $\frac{1}{\beta}$, on dérive la troisième relation par rapport à z, on multiplie le résultat par $\frac{1}{\gamma}$ et on additionne tous les résultats obtenus, on déduit :

$$E(Q_n)+\frac{1}{\alpha}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\beta}\frac{\partial P_n}{\partial y}+\frac{1}{\alpha}\frac{\partial Q_{n-2}}{\partial x}\right)-\frac{1}{\beta}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\alpha}\frac{\partial P_n}{\partial x}\right)-$$

$$-\frac{1}{\gamma}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\alpha}\frac{\partial Q_{n-1}}{\partial x}\right)=0$$

ou

$$E(Q_n) = -\frac{1}{\alpha}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\alpha}\frac{\partial Q_{n-2}}{\partial x} - \frac{1}{\gamma}\frac{\partial Q_{n-1}}{\partial z}\right);$$

ici de même, la deuxième part est nulle en vertu de la troisième relation de (12′); q. e. d.

Remarquons que si $\alpha(x)$, $\beta(y)$, $\gamma(z)$ sont de classe $C^{(0)}$ dans D, alors

$$\alpha dx + \theta\beta\, dy + \varphi\gamma\, dz = d\omega^*$$

avec

$$\omega^* = \alpha^*(x) + \theta\beta^*(y) + \varphi\gamma^*(z) \tag{14}$$

et

$$\alpha^*(x) = \int_{x_0}^{x} \alpha(t)\, dt, \quad \beta^*(y) = \int_{y_0}^{y} \beta(t)\, dt, \quad \gamma^*(z) = \int_{z_0}^{z} \gamma(t)\, dt,$$

d'où résulte le suivant

Théorème 2 Si $f(x, y, z; \theta, \varphi)$ est ω-quasi monogène dans D, alors on a pour une courbe Γ simple, fermée, située dans D:

$$\int_\Gamma f(x, y, z; \theta, \varphi)\omega = 0.$$

Démonstration. En effet, on a

$$d[f(x, y, z; \theta, \varphi)\omega] = df\ \Lambda\ \omega + f d\omega = 0,$$

étant donné que $df\ \Lambda\ \omega = 0$ et $f d\omega = fd.\, d\omega^* = 0$; q. e. d.

5. Dans les conditions (6) mettons

$$\omega = \alpha dx + \theta\beta\, dy + \varphi\gamma\, dz + \varepsilon(a dx + b dy + c dz)$$

avec α, β, γ définis dans le précedent alinéat et $a(x)$, $b(y)$, $c(z)$ de classe $C^{(0)}$ dans D.

Pour

$$f(x, y, z; \theta, \varphi, \varepsilon) = \sum_{-\infty}^{\infty} [P_n(x, y, z) + \theta Q_n(x, y, z)]\, \varphi^n +$$

$$+ \sum_{-\infty}^{\infty} \varepsilon[R_n(x, y, z) + \theta S_n(x, y, z)]\varphi^n$$

ω-quasi monogène dans D, on a

$$\left.\begin{aligned} -b\frac{\partial P_n}{\partial y}+a\frac{\partial P_n}{\partial y}+\alpha\frac{\partial R_n}{\partial y}+\beta\left(\frac{\partial S_n}{\partial x}+\frac{\partial S_{n-2}}{\partial x}\right)&=0,\\ c\frac{\partial P_n}{\partial y}-b\frac{\partial P_n}{\partial z}+\gamma\frac{\partial R_{n-1}}{\partial y}+\beta\left(\frac{\partial S_n}{\partial z}+\frac{\partial S_{n-2}}{\partial z}\right)&=0,\\ a\frac{\partial P_n}{\partial z}-c\frac{\partial P_n}{\partial x}+\alpha\frac{\partial R_n}{\partial z}-\gamma\frac{\partial R_{n-1}}{\partial x}&=0 \end{aligned}\right\} \quad (15)$$

$$\left.\begin{aligned} b\frac{\partial Q_n}{\partial x}-a\frac{\partial Q_n}{\partial y}+\beta\frac{\partial R_n}{\partial x}-\alpha\frac{\partial S_n}{\partial y}&=0,\\ -c\frac{\partial Q_n}{\partial y}+b\frac{\partial Q_n}{\partial z}+\beta\frac{\partial R_n}{\partial z}-\gamma\frac{\partial S_{n-1}}{\partial y}&=0,\\ a\frac{\partial Q_n}{\partial z}-c\frac{\partial Q_n}{\partial x}+\alpha\frac{\partial S_n}{\partial z}-\gamma\frac{\partial S_{n-1}}{\partial x}&=0. \end{aligned}\right\} \quad (15')$$

Les conditions (12) et (12′) montrent que P_n, Q_n vérifient l'équation

$$E(\Phi)=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\alpha}\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)+\frac{1}{\beta}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\beta}\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right)+\frac{1}{\gamma}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)=0.$$

En ce qui concerne les fonctions R_n, S_n, observons que si on multiplie la première équation de (15′) par $\frac{1}{\alpha\beta}$ et on lui applique l'opérateur $\frac{1}{\alpha}\frac{\partial}{\partial x}$, on multiplie la première équation de (15) par $\frac{1}{\alpha\beta}$ et on lui applique l'opérateur $\frac{1}{\beta}\frac{\partial}{\partial y}$, enfin si on multiplie la deuxième équation de (15′) par $\frac{1}{\beta\gamma}$ et on lui applique l'opérateur $\frac{1}{\gamma}\frac{\partial}{\partial z}$, on obtient

$$E(R_n)+A=0,$$

où

$$A=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{b}{\alpha\beta}\frac{\partial Q_n}{\partial x}-\frac{a}{\alpha\beta}\frac{\partial Q_n}{\partial y}\right)-\frac{1}{\alpha\beta}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial S_n}{\partial y}\right)+$$

$$+\frac{1}{\beta}\frac{\partial}{\partial y}\left(-\frac{b}{\alpha\beta}\cdot\frac{\partial P_n}{\partial x}+\frac{a}{\alpha\beta}\frac{\partial P_n}{\partial y}\right)+\frac{1}{\alpha\beta}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial S_n}{\partial x}+\frac{\partial S_{n-2}}{\partial x}\right)+$$

$$+\frac{1}{\gamma}\frac{\partial}{\partial z}\left(-\frac{c}{\beta\gamma}\frac{\partial Q_n}{\partial y}+\frac{b}{\beta\gamma}\frac{\partial Q_n}{\partial z}\right)-\frac{1}{\gamma}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\beta}\frac{\partial S_{n-1}}{\partial y}\right).$$

6. Supposons $a = \lambda\alpha$, $b = \lambda\beta$, $c = \lambda\gamma$, $\lambda = \text{const.}$; alors A devient

$$A = \frac{\lambda}{\alpha}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\alpha}\frac{\partial Q_n}{\partial x}\right) - \frac{\lambda}{\alpha\beta}\frac{\partial^2 Q_n}{\partial x \partial y} - \frac{\lambda}{\alpha\beta}\frac{\partial^2 P_n}{\partial x \partial y} + \frac{\lambda}{\beta}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\beta}\frac{\partial P_n}{\partial y}\right) +$$

$$+ \frac{1}{\alpha\beta}\frac{\partial^2 S_{n-2}}{\partial x \partial y} - \frac{\lambda}{\gamma}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\beta}\frac{\partial Q_n}{\partial y}\right) + \frac{\lambda}{\gamma}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{\partial Q_n}{\partial z}\right) - \frac{1}{\beta\gamma}\frac{\partial^2 S_{n-1}}{\partial y \partial z}.$$

Des relations (15′) on déduit

$$\frac{1}{\alpha\beta}\frac{\partial^2 S_{n-2}}{\partial x \partial y} - \frac{1}{\beta\gamma}\frac{\partial^2 S_{n-1}}{\partial y \partial z} = \frac{\lambda}{\beta}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{\partial Q_{n-1}}{\partial z} - \frac{1}{\alpha}\frac{\partial Q_{n-1}}{\partial x}\right)$$

et en tenant compte des relations (12) + (12′), A s'écrit :

$$\frac{1}{\lambda}A = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\alpha}\frac{\partial Q_n}{\partial x}\right) - \frac{1}{\alpha}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\alpha}\frac{\partial P_n}{\partial x}\right) - \frac{1}{\beta}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\beta}\frac{\partial Q_n}{\partial y}\right) +$$

$$+ \frac{1}{\beta}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\beta}\frac{\partial P_n}{\partial y}\right) - \frac{1}{\gamma}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{\partial P_{n+1}}{\partial z}\right) + \frac{1}{\gamma}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{\partial Q_n}{\partial z}\right) +$$

$$+ \frac{1}{\gamma}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{\partial P_n}{\partial z}\right) - \frac{1}{\alpha}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\alpha}\frac{\partial P_{n-1}}{\partial x}\right).$$

Appliquons maintenant l'opérateur E à $\frac{1}{\lambda}A$; étant donné que l'opérateur E commute avec les opérateurs $\frac{1}{\alpha}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\alpha}\frac{\partial}{\partial x}\right)$, $\frac{1}{\beta}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\beta}\frac{\partial}{\partial y}\right)$, $\frac{1}{\gamma}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{\partial}{\partial z}\right)$ et en tenant compte que P_n, Q_n vérifient l'équation $E(\Phi) = 0$, il s'ensuit que $E\left(\frac{1}{\lambda}A\right) = 0$. Nous avons démontré le suivant

Théorème Si

$$f(x, y, z;\ \theta, \varphi, \varepsilon) = \sum_{-\infty}^{\infty} (P_n(x, y, z) + \theta Q_n(x, y, z))\varphi^n +$$

$$+ \sum_{-\infty}^{\infty} \varepsilon(R_n(x, y, z) + \theta S_n(x, y, z))\varphi^n$$

de classe $C^{(4)}$ dans $D \subset R^3$ est quasi monogène par rapport à

$$\omega = \alpha(x)\,dx + \theta\beta(y)\,dy + \varphi\gamma(z)\,dz + \varepsilon\lambda(\alpha(x)\,dx + \beta(y)\,dy + \gamma(z)\,dz),$$

$\lambda = \text{const.}$, $\varepsilon^2 = 0$, α, β, γ de classe $C^{(3)}$ dans D, alors les fonctions P_n, Q_n sont des solutions de l'équation :

$$E(\Phi) \equiv \frac{1}{\alpha}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\alpha}\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)+\frac{1}{\beta}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\beta}\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right)+\frac{1}{\gamma}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right) = 0$$

et R_n, S_n sont des solutions de l'équation :

$$E(E(\Phi)) = 0.$$

Étant donné que $\omega = d\omega^* + \varepsilon\lambda d(\alpha^*(x) + \beta^*(y) + \gamma^*(z))$, donc est une différentielle, il s'ensuit que le théorème 2 de l'alinéat 5 fonctionne également dans ce cas.

7. Supposons $a = \alpha^*\,\alpha$, $b = \beta^*\beta$, $c = \gamma^*\gamma$. Dans cette situation, A s'écrit :

$$A=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial x}{\partial}\left(\frac{\beta^*}{\alpha}\frac{\partial Q_n}{\partial x}-\frac{\alpha^*}{\beta}\frac{\partial Q_n}{\partial y}\right)-\frac{1}{\alpha\beta}\frac{\partial^2 S_n}{\partial x\partial y}+\frac{1}{\beta}\frac{\partial}{\partial y}\left(-\frac{\beta^*}{\alpha}\frac{\partial P_n}{\partial x}+\frac{\alpha^*}{\beta}\frac{\partial P_n}{\partial y}\right)+$$

$$+\frac{1}{\alpha\beta}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial S_n}{\partial x}+\frac{\partial S_{n-2}}{\partial x}\right)+\frac{1}{\gamma}\frac{\partial}{\partial z}\left(-\frac{\gamma^*}{\beta}\frac{\partial Q_n}{\partial y}+\frac{\beta^*}{\gamma}\frac{\partial Q_n}{\partial z}\right)-\frac{1}{\gamma}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\beta}\frac{\partial S_{n-1}}{\partial y}\right)$$

Compte tenu que pour $\alpha^*(x)$, $\beta^*(y)$, $\gamma^*(z)$, on a $(\alpha^*(x))' = \alpha(x)$ etc., il résulte

$$A = \beta^*\frac{1}{\alpha}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\alpha}\frac{\partial Q_n}{\partial x}\right)-\frac{1}{\beta}\frac{\partial Q_n}{\partial y}-\frac{\alpha^*}{\alpha\beta}\frac{\partial^2 Q_n}{\partial x\partial y}-\frac{\beta^*}{\alpha\beta}\frac{\partial^2 P_n}{\partial x\partial y}-$$

$$-\frac{1}{\alpha}\frac{\partial P_n}{\partial x}+\alpha^*\frac{1}{\beta}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\beta}\frac{\partial P_n}{\partial y}\right)+\frac{1}{\alpha\beta}\frac{\partial^2 S_{n-2}}{\partial x\partial y}-\frac{\gamma^*}{\beta\gamma}\frac{\partial^2 Q_n}{\partial y\partial z}-$$

$$-\frac{1}{\beta}\frac{\partial Q_n}{\partial y}+\beta^*\frac{1}{\gamma}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{\partial Q_n}{\partial z}\right)-\frac{1}{\beta\gamma}\frac{\partial^2 S_{n-1}}{\partial y\partial z}.$$

Les relations (15′) donnent

$$\frac{1}{\beta}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\alpha}\frac{\partial S_{n-2}}{\partial x}-\frac{1}{\gamma}\frac{\partial S_{n-1}}{\partial z}\right)=\frac{1}{\beta}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\alpha^*}{\gamma}\frac{\partial Q_{n-1}}{\partial z}-\frac{\gamma^*}{\alpha}\frac{\partial Q_{n-1}}{\partial x}\right)$$

et si nous utilisons (12′), il s'ensuit que

$$A = \beta^* \frac{1}{\alpha}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\alpha}\frac{\partial Q_n}{\partial x}\right) - \frac{1}{\beta}\frac{\partial Q_n}{\partial y} - \alpha^* \frac{1}{\alpha}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\alpha}\frac{\partial P_n}{\partial x}\right) -$$

$$- \beta^* \frac{1}{\beta}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\beta}\frac{\partial Q_n}{\partial y}\right) - \frac{1}{\alpha}\frac{\partial P_n}{\partial x} + \alpha^* \frac{1}{\beta}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\beta}\frac{\partial P_n}{\partial y}\right) -$$

$$- \gamma^* \frac{1}{\gamma}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{\partial P_{n+1}}{\partial z}\right) - \frac{1}{\beta}\frac{\partial Q_n}{\partial y} + \beta^* \frac{1}{\gamma}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{\partial Q_n}{\partial z}\right) +$$

$$+ \alpha^* \frac{1}{\gamma}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{\partial P_n}{\partial z}\right) - \gamma^* \frac{1}{\alpha}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\alpha}\frac{\partial P_{n-1}}{\partial x}\right).$$

Appliquons maintenant à A l'opérateur E; puisqu'il commute avec les opérateurs $\frac{1}{\alpha}\frac{\partial}{\partial x}$ et $\frac{1}{\beta}\frac{\partial}{\partial y}$, il résulte

$$E\left(\frac{1}{\alpha}\frac{\partial P_n}{\partial x}\right) = 0, \; E\left(\frac{1}{\beta}\frac{\partial Q_n}{\partial y}\right) = 0.$$

Tenant compte aussi de l'observation faite pendant la démonstration du théorème précédent, c'est-à-dire

$$E\left(\frac{1}{\alpha}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\alpha}\frac{\partial P_n}{\partial x}\right)\right) = 0, \text{ etc.} \tag{16}$$

et utilisant les relations suivantes

$$E\left(\frac{\alpha^*}{\alpha}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\alpha}\frac{\partial P_n}{\partial x}\right)\right) = \frac{2}{\alpha}\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{1}{\alpha}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\alpha}\frac{\partial P_n}{\partial x}\right)\right],$$

$$E\left(\frac{\beta^*}{\alpha}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\alpha}\frac{\partial Q_n}{\partial x}\right)\right) = \frac{2}{\beta}\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{1}{\alpha}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\alpha}\frac{\partial Q_n}{\partial x}\right)\right]$$

qu'on peut déduire aisément par calcul, nous obtenons donc l'expres-

sion de $E(A)$

$$E(A) = \frac{2}{\beta}\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{1}{\alpha}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\alpha}\frac{\partial Q_n}{\partial x}\right)\right] - \frac{2}{\alpha}\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{1}{\alpha}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\alpha}\frac{\partial P_n}{\partial x}\right)\right] -$$

$$- \frac{2}{\beta}\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{1}{\beta}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\beta}\frac{\partial Q_n}{\partial y}\right)\right] + \frac{2}{\alpha}\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{1}{\beta}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\beta}\frac{\partial P_n}{\partial y}\right)\right] -$$

$$- \frac{2}{\gamma}\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{1}{\gamma}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{\partial P_{n+1}}{\partial z}\right)\right] + \frac{2}{\beta}\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{1}{\gamma}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{\partial Q_n}{\partial z}\right)\right] +$$

$$+ \frac{2}{\alpha}\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{1}{\gamma}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\gamma}\frac{\partial P_n}{\partial z}\right)\right] - \frac{2}{\gamma}\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{1}{\alpha}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\alpha}\frac{\partial P_{n-1}}{\partial x}\right)\right];$$

en y utilisant (12) et (12′), on déduit $E(A) = 0$. Nous avons démontré le suivant

Théorème. Si

$$f(x, y, z; \theta, \varphi, \varepsilon) = \sum_{-\infty}^{\infty} (P_n(x, y, z) + \theta Q_n(x, y, z))\, \varphi^n +$$

$$+ \sum_{-\infty}^{\infty} \varepsilon[R_n(x, y, z) + \theta S_n(x, y, z)]\, \varphi^n$$

de classe $C^{(4)}$ dans $D \subset R^3$ est quasi monogène par rapport à

$$\omega = \alpha(x)\, dx + \theta\beta(y)\, dy + \varphi\gamma(z)\, dz + \varepsilon(\alpha^*\alpha\, dx + \beta^*\beta\, dy + \gamma^*\gamma dz)$$

avec $\varepsilon^2 = 0$ et α, β, γ de classe $C^{(3)}$ dans D, alors P_n, Q_n sont les solutions de l'équation $E(\Phi) = 0$ et R_n, S_n sont les solutions de l'équation $E(E(\Phi)) = 0$. Remarquons que dans ce cas également ω est une différentielle :

$$\omega = d\omega^* + \varepsilon\frac{1}{2} d(\alpha^{*2}(x) + \beta^{*2}(y) + \gamma^{*2}(z)),$$

donc le théorème 2 de l'alinéat 5 fonctionne dans ce cas aussi. En mettant :

$$P_0(x, y, z) = \alpha^*(x),\ Q_0(x, y, z) = \beta^*(y),\ P_1(x, y, z) = \gamma^*(z),$$

$$R_0(x, y, z) = \frac{1}{2}\left[\alpha^{*2}(x) + \beta^{*2}(y) + \gamma^{*2}(z)\right]$$

et toutes les autres fonctions identiquement nulles dans D, on obtient

une solution du système (12) + (12′) + (15) + (15′). En notant

$$\tilde{\omega} = \alpha^*(x) + \theta\beta^*(y) + \varphi\gamma^*(z) + \frac{1}{2}\varepsilon(\alpha^{*2}(x) + \beta^{*2}(y) + \gamma^{*2}(z)),$$

$\tilde{\omega}$ est une fonction ω-quasi monogène dans D et parce que $\omega = d\tilde{\omega}$, il s'ensuit également que

$$\tilde{\omega}^2\, d\tilde{\omega} = 0, \ldots, \tilde{\omega}^n d\tilde{\omega}^n = 0, \ldots$$

donc la série

$$\alpha_0 + \alpha_1\tilde{\omega} + \ldots + + \alpha_n\tilde{\omega}^n + \ldots$$

avec α_k dans l'algèbre A ($p = 1$) est aussi une fonction ω-quasi monogène dans le domaine de convergence de la série précédente. Les résultats se généralisent aussi pour l'équation de Laplace à $n + 2$ variables ($n > 1$), itérée p-fois ($p > 1$).

BIBLIOGRAPHIE

[1] *Marcel N. Roşculeţ*, „Fonctions monogènes sur des algèbres commutatives". Ed. de l'Académie de R. S. R., Bucarest, 1975.

Funcţii cuasi monogene pe algebre cu radical

Autorii construiesc algebra A, de elemente ale bazei date de (3), utilizînd algebra A_3 asociată ecuaţiei lui Laplace în 3 variabile.

Pentru funcţii $f(x, y, z; \theta, \varphi, \varepsilon)$ cu valori în A se defineşte ω-quasi monogeneitatea, unde ω este o formă exterioară definită de (4) + (4′) şi se dă o teoremă care stabileşte condiţiile de ω-quasi monogeneitate. În continuare, se stabilesc proprietăţile componentelor reale ale funcţiei f.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 1

C$_3$ Z.: 517.948

O DEMONSTRAŢIE DIRECTĂ A FAPTULUI CĂ $L^1(X, B, \mu)$ VERIFICĂ PRINCIPIUL TARE AL MAXIMULUI MODULULUI

NICOLAE ANGHEL

Nota propune o nouă demonstraţie — directă a faptului că L^1 verifică principiul tare al maximului modulului, adică orice aplicaţie analitică de la discul unitate complex în L^1, constantă în normă, este constantă.

Fie D discul unitate, deschis, din planul complex şi $f : D \to \mathbb{C}$ o funcţie analitică. Este un fapt bine cunoscut că f, sau nu-şi atinge maximul modulului în D sau este constantă pe D. Dacă f are valori într-un spaţiu Banach complex $(B, \| \|)$, existenţa unui punct de maxim local pentru $\|f\|$ atrage după sine existenţa unei întregi vecinătăţi a punctului unde $\|f\|$ ste constantă, dar nu rezultă în general că f este constantă. În [1] Thorp şi Whitley arată că spaţiile pentru care se intîmplă acest lucru — care verifcă principiul tare al maximului modulului — sînt cele strict $\mathbb{C}$ — convexe şi numai ele (prin definiţie, un spaţiu Banach $(B, \| \|)$ se numeşte strict $\mathbb{C}$ — convex dacă din $x, y \in B, \|x\| = 1, \|x + \zeta y\| \leqslant 1, \zeta \in \overline{D}$, rezultă $y = 0$). Spaţiile rotunde (strict $\mathbb{R}$ — convexe), în particular spaţiile Hilbert, L^p-urile $(p > 1)$, sînt strict $\mathbb{C}$ — convexe. Un exemplu important de spaţiu strict $\mathbb{C}$ — convex care nu este (în general) rotund îl constituie L^1, o demonstraţie a acestui fapt găsindu-se tot în [1]. În [2] se arată chiar mai mult, L^1 este uniform $\mathbb{C}$ — convex.

Această notă propune o altă demonstraţie — directă — a afirmaţiei ca L^1 verifică principiul tare al maximului modulului, în următoarea :

Teorema 1. Fie (X, B, μ) un spaţiu cu măsură (cf. [3], pag. 15) şi $L^1(X, B, \mu)$ spaţiul Banach (al claselor) de funcţii $f : X \to C$, B măsurabile şi μ-sumabile. Dacă :

$$F : D \to L^1(X, B, \mu)$$

$$D \in \zeta \to (X \in D \to F(\zeta, \Delta) \in C) \in L^1(X, B, \mu)$$

este o aplicaţie analitică verificînd

$$\|F(\zeta)\|_1 = \int_X |F(\zeta, \Delta)| \, d\mu(\Delta) \equiv 1 \quad (\zeta \in D) \tag{1}$$

atunci F este constantă.

Manuscris predat redacţiei la data de 6 decembrie 1978
* Profesor Bucureşti

Demonstrația va rezulta din următoarele leme:

Lema 1. Fie $(B, \| \|)$ un spațiu Banach și $f: D \to \mathbb{C}$ o aplicație analitică astfel încît $\|f(\zeta)\| \equiv 1 (\zeta \in D)$. Există atunci o funcțională liniară și continuă $\lambda \in B'$, $\|\lambda\| = 1$, astfel încît

$$\lambda(f(\zeta)) \equiv 1 \qquad (\zeta \in D).$$

Demonstrație. Conform teoremei Hahn-Banach, există

$$\lambda \in B', \ \|\lambda\| = 1 \text{ și } \lambda(f(0)) = \|f(0)\| = 1.$$

Funcția

$$D \ni \zeta \xrightarrow{\varphi} \lambda(f(\zeta)) \in C$$

este analitică și

$$|\lambda(f(\zeta))| \leqslant \|\lambda\| \cdot \|f(\zeta)\| \equiv 1 \qquad (\zeta \in D)$$

deci $\zeta = 0$ este punct de maxim pentru $|\varphi|$. Concluzia lemei rezultă acum din principiul clasic al maximului modulului.

Lema 2. Dacă $F: D \to L^1(X, B, \mu)$ este analitică și

$$\operatorname{Im} F(\zeta) = 0 \text{ (a. p. t.) } (\zeta \in D)$$

(mulțimea neglijabilă care se exceptează depinde de ζ) atunci F rezultă constantă.

Demonstrație. F admite o dezvoltare în serie Taylor

$$F(\zeta) = \sum_{k=0}^{\infty} \zeta^k f_k \ (\zeta \in D)$$

unde $f_k \in L^1(X, B, \mu)$ și

$$\sum_{k=0}^{\infty} \|f_k\|_1 t^k < \infty \ (0 \leqslant t < 1)$$

Formal avem și

$$F(\zeta, \Delta) = \sum_{k=0}^{\infty} \zeta^k f_k(\Delta) \quad (\zeta \in D, \Delta \in X).$$

Vom demonstra că $f_k = 0$ (a. p. t). pentru $k \geqslant 1$. Fie $\{\zeta_n\}_{n \in \mathbb{N}}$, $\zeta_0 = 0$, $\zeta_n > 0$ $(n \geqslant 1)$ un șir din D, convergent la 0. Conform ipotezei

$$\operatorname{Im} F(\zeta_n) = 0 \text{(a. p. t.)}$$
$$\operatorname{Im}(F(i\zeta_n)) = 0 \text{(a. p. t.)}$$

deci există $Y \in B$, $\mu(Y) = 0$ astfel încît

$$\operatorname{Im} F(\zeta_n, D) = 0 \text{ și } \operatorname{Im} F(i\zeta_n, D) = 0 \ (n \in \mathbb{N}, \Delta \in X - Y)$$

Pentru $\Delta \in X - Y$

$$\frac{F(\zeta_n, \Delta) - F(0,\Delta)}{\zeta_n} \in \mathbb{R} \quad (n \geqslant 1)$$

și

$$\lim_{n\to\infty} \frac{F(\zeta_n, \Delta) - F(0, \Delta)}{\zeta_n} = f_1(\Delta)$$

prin urmare $f_1(\Delta) \in \mathbb{R}$. Cum

$$if_1(\Delta) = \lim_{n\to\infty} \frac{F(i\zeta_n, \Delta) - F(0, \Delta)}{\zeta_n} \in \mathbb{R}$$

rezultă că $f_1 \equiv 0$ pe X/Y. Derivatele în raport cu ζ ale lui F verifică condițiile lemei, iar un raționament similar pentru aplicația analitică

$$\left(\frac{\partial}{\partial \zeta}\right)^k F \text{ ne dă } f_{k+1} = 0(\text{a. p. t}) \quad (k \in \mathbb{N}).$$

Lema este astfel dovedită.

Demonstrația teoremei 1. Există, din lema 1 aplicată pentru $B = L^1(X, B, \mu)$ un $\lambda \in L^\infty(X, B, \mu)$ (dualul topologic al lui L^1),

$$\|\lambda_\infty\| = \operatorname*{ess\,sup}_{\Delta\in X} |\lambda(\Delta)| = 1$$

astfel încît

$$\int_X \lambda(\Delta) F(\zeta\ \Delta)\, d\mu(\Delta) \equiv 1(\zeta \in D). \tag{2}$$

Relațiile (1) și (2) ne vor conduce la concluzia că F este constantă. Din 2) rezultă

$$\int_X \operatorname{Re}(\lambda(\Delta) \cdot F(\zeta, \Delta))\, d\mu(\Delta) \equiv 1 \quad (\zeta \in D) \tag{2'}$$

și cum

$$\operatorname{Re}(\lambda(\Delta)F(\zeta, \Delta)) \leqslant |\lambda(\Delta) F(\zeta, \Delta)| \leqslant |F(\zeta, \Delta)|$$

avem

$$0 = \int_X (|F(\zeta, \Delta)| - \operatorname{Re}(\lambda(\Delta) F(\zeta, \Delta))\, d\mu(\Delta) \geqslant$$

$$\geqslant \int_X (|\lambda(\Delta) F(\zeta, 0)| - \operatorname{Re}(\lambda(\Delta)F(\zeta, 0)))d\mu(\Delta) \geqslant 0. \quad (\zeta \in D).$$

Deci

$$\int_X (|\lambda(\Delta) F(\zeta, \Delta)| - \mathrm{Re}\,(\lambda(\Delta) F(\zeta, \Delta))) \, d\mu(\Delta) \equiv 0 \quad (\zeta \in D)$$

şi integrandul fiind pozitiv

$$|\lambda(\Delta) F(\zeta, \Delta)| = \mathrm{Re}\,(\lambda(\Delta) F(\zeta, \Delta)) \text{ (a. p. t)} \quad (\zeta \in D)$$

de unde

$$Im(\lambda(\Delta) \cdot F(\zeta, \Delta) = 0 \text{ (a. p. t.)} \quad (\zeta \in D)$$

Astfel aplicaţia analitică

$$G : D \to L(X, B, \mu)$$

$$D \ni \zeta \to (X \ni \Delta \to \lambda(\Delta) F(\zeta, \Delta) \in \mathbb{C})$$

verifică ipotezele lemei 2, deci există $g \in L^1$ astfel încît

$$G(\zeta, \Delta \equiv g(\Delta) \quad (\zeta \in D)$$

Pentru a putea concluziona că F este constantă trebuie să ne asigurăm că putem împărţi cu λ.
Fie $Z = \{\Delta \in X | F(\zeta, \Delta) = 0 \ (\zeta \in D\}$. Z este evident B — măsurabilă, iar pe $X \setminus Z$ care are măsura strict pozitivă) $|\lambda| = 1$ (a. p. t.). Această din urmă afirmaţie presupusă adevărată, avem

$$F(\zeta, \Delta) \equiv \begin{cases} \dfrac{g(\Delta)}{\lambda(\Delta)} & \in X \setminus Z \\ 0 & \Delta \in Z \end{cases}$$

deci F este constantă. Prin absurd, fie $A \subset X \setminus Z$, B-măsurabilă, $\mu(A) > 0$, astfel încît $|\mu(\Delta)| < \alpha < 1$ $(\Delta \in A)$. Din inegalităţile

$$0 = \int_A (|F(\zeta, \Delta)| - \mathrm{Re}\,(\lambda(\Delta) F(\zeta, \Delta)))) \, d\mu(\Delta) \geqslant$$

$$\geqslant \int_A (|F(\zeta, \Delta))| - |\lambda(\Delta) F(\zeta, \Delta)|) \, d\mu(\Delta) \geqslant \qquad (\zeta \in D)$$

$$\geqslant (1 - \alpha) \int_A |F(\zeta, \Delta)| d\mu(\Delta) \geqslant 0$$

rezultă

$$F(\zeta, \Delta) = 0 \quad \text{(a. p. t) pe } A \ (\zeta \in D)$$

Astfel, aplicaţia analitică

$$D \ni \zeta \to F(\zeta)|_A \in L^1(A, B|_A, \mu|_A)$$

are „imaginarul" zero fiind chiar nulă, deci o nouă aplicare a lemei 2 ne dă

$$F(\zeta, \Delta) \equiv (\zeta \in D, \Delta \in A)$$

Dar această concluzie contrazice faptul că $A \subset X \setminus Z$.
Demonstrația teoremei este terminată.

BIBLIOGRAFIE

1. *E. Thorp, R. Whitley*, Proc. amer. math. soc. — vol. 18 pag. 640, 1967.
2. *T. Globevnik*, Proc. amer. math. soc. — vol. 47 pag. 175, 1975.
3. *Kosaku Yosida*, Functional analysis. Springer-Verlag Berlin—Heidelberg New-York, 1966.

A New Direct Demonstration of the Fact that $L^1(X,B,\mu.)$ Verifies the Strong Principle of the Maximum Modulus

The note proposes a new direct demonstration of the fact that L^1 verifies the strong principle of maximum modulus theorem, i. e. every analytic map of the complex unit disc into L^1, constant in norm, is constant.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 1

C.Z. 535.3/.4
535.14
517.783.3

FIZICĂ

CONTRIBUŢII LA CALCULUL OPTIC AL INTERFEROMETRELOR CU LASER

ION M. POPESCU, ANDREI BRUNFELD, DRAGA ATANASIU*

În lucrare se prezintă calculul optic al interferometrelor cu laser. Autorii corelează metodele convenţionale de calcul cu propagarea fronturilor de undă reale în cazul luminii laser. În acest caz, singura aberaţie importantă este cea de sfericitate. Rezultatele teoretice obţinute au fost verificate experimental.

Introducere

Aplicarea surselor laser în industria construcţiilor de maşini a devenit un fenomen frecvent într-o mare varietate de probleme: prelucrare, palpare optică, metrologie pe distanţe mari etc. Între acestea, transpunerea exactă a etalonului de lungime de pe desenul de execuţie pe piesă a fost considerată ca una din cele mai importante utilizări, fapt care a dus la construirea de interferometre cu laser pentru măsurarea deplasărilor.

Calculul sistemelor optice ale interferometrelor utilizate direct ca traductori pe maşini unelte, prezintă unele particularităţi faţă de interferometrele clasice. Aberaţiile sistemelor optice ale acestor interferometre intervin liniar în semnalul util (prin amplitudine) faţă de optica clasică unde intervin la pătrat în semnalul util (prin intensitate). Cîmpul luminos este precizat în termenii unui cîmp iniţial bine cunoscut, datorită coerenţei surselor laser. Termenul „limită de difracţie" capătă un caracter mai larg, deoarece distribuţia gaussiană a intensităţii pe frontul de undă şi înaltă coerenţă a sursei fac posibilă focalizarea într-o pată cu diametrul mai mic decît diametrul cercului Airy. Deoarece lumina laser se propagă în general după axa optică în acest caz, aberaţiile date de înclinări mari ale fasciculelor sau de fascicule excentrice sînt neglijabile, singura aberaţie importantă rămînînd cea de sfericitate. De asemenea aberaţiile cromatice sînt inexistente.

Particularităţile enumerate duc la necesitatea corelării metodelor convenţionale de calcul cu propagarea fronturilor de undă reale, atît pentru determinarea sistemului optic, cît şi pentru stabilirea toleranţelor de execuţie. Lucrarea de faţă îşi propune acest scop.

Manuscris predat redacţiei la data de 2 octombrie 1979
*Prof. dr. ing. Catedra de Fizică; Cercetător ing.; Cercetător matematician, ICSITMUAMFS

1. Baze de calcul

O teorie corectă din punct de vedere matematic a fost elaborată în 1947 de către K. Luneburg [1] și dezvoltată de matematicienii M. Kline și I. W.Kay [2], care s-au limitat la aspectele matematice ale problemei.

Plecînd de la ecuațiile lui Maxwell și de la legile de material ale electromagnetismului, cîmpul electromagnetic este determinat în ipoteza că se cunosc sursa $\vec{F}$ și matricile de mediu (ε), (μ) și (σ).

Generalizînd formulele lui Gauss în spațiul (x, y, z, t) pentru un domeniu G mărginit de o hipersuprafață Γ se obțin in final ecuațiile Maxwell pentru spațiul cu patru dimensiuni:

$$\iiint_\Gamma \left\{ \vec{M} \, X \, \vec{H} - \frac{\vec{D}}{C} \cos(n.\, t) - \frac{\vec{F}}{C} \cos(n.\, t) \right\} dv =$$

$$= \frac{4\pi}{c} \iiint_F (\sigma)\, E dW ; \qquad (1\text{ a})$$

$$\iiint_\Gamma \left[\vec{M} \, X \, \vec{E} + \frac{\vec{B}}{c} \cos(n \cdot t) \right] dv = 0 \qquad (1\text{ b})$$

$$\iiint_\Gamma \vec{M} \left(\vec{I} + \frac{1}{4} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) dv = 0 ; \qquad \iiint_\Gamma \vec{B} \cdot \vec{M} \, dv = 0 \qquad (2)$$

unde:

$$\Gamma = \Phi(x, y, z, t); \qquad \vec{M} = \cos(n, x)\vec{i} + \cos(n, y)\vec{j} + \cos(n, z)\vec{k} \qquad (3)$$

este proiecția normalei în spațiul tridimensional și

$$\cos(n, x) = \alpha \frac{\partial \Phi}{\partial x}; \quad \cos(n \cdot y) = \alpha \frac{\partial \Phi}{\partial y}; \quad \cos(n, z) = \alpha \frac{\partial \Phi}{\partial z}; \quad \cos(n \cdot t) = \alpha \frac{\partial \Phi}{\partial t} \qquad (4)$$

Se poate demonstra că forma diferențială a ecuațiilor (1) și (2) pe o suprafață de discontinuitate este:

$$\Phi \vec{X} H_{12} - \frac{1}{c} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \vec{D}_{12} - \frac{1}{c} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \vec{F}_{12} = 0 ; \qquad (5\text{ a})$$

$$\Delta\Phi X \vec{E}_{12} + \frac{1}{C} \frac{\partial \Phi}{\partial t} B_{12} = 0 ; \qquad (5\text{ b})$$

$$\Delta\Phi \left(\vec{I}_{12} + \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \vec{D}_{12}}{\partial t} \right) = 0 ; \qquad \Delta\Phi \cdot \vec{B}_{12} = 0 \qquad (5\text{ c. d})$$

unde pe suprafața de discontinuitate:

$$\vec{M} = \Delta\Phi$$

și

$$\cos(n, t) = \alpha \frac{\partial \Phi}{\partial t}$$

În cazul general, discontinuităţile hiperspaţiului pot fi de trei feluri şi anume:

a) Suprafaţa de separare a două medii:

$$\Phi(x, y, z, t) = \psi_0(x, y, z) = 0 \tag{6}$$

b) Momentul iniţial:

$$\Phi(x, y, z, t) = t = 0 \tag{7}$$

c) Suprafaţa front de undă:

$$\Phi(x, y, z, t) = 0 \tag{8}$$

Suprafaţa front de undă — a cărei ecuaţie este pentru moment necunoscută — este suprafaţă de discontinuitate datorită propagării cu viteză finită a cîmpului electromagnetic. Prin urmare, sub planul $t = 0$ şi în regiunea din spaţiu unde nu a ajuns încă unda electromagnetică, cîmpul este nul. Pentru un moment dat t, suprafaţa front de undă desparte regiunea din spaţiu unde cîmpul este diferit de zero, de cea unde cîmpul este nul. În apropierea frontului de undă dinspre regiunea cu cîmp nul ($\vec{F} = 0$) rezultă, pentru mediu omogen:

$$\Delta\Phi X\vec{H}_{12} - \frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial\Phi}{\partial t}\vec{E}_{12} = 0; \qquad \Delta\Phi X\vec{E}_{12} + \frac{\mu}{c}\frac{\partial\Phi}{\partial t}\vec{H}_{12} = 0, \tag{9}$$

de unde, în final:

$$(\Delta\Phi)^2 - \frac{\varepsilon\mu}{C}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial t}\right)^2 = 0 \text{ pe } \Phi(x, y, z, t) = 0 \tag{10}$$

Datorită propagării $\dfrac{\partial\Phi}{\partial t} \neq 0$; deci, se poate explicita t pentru spaţiul tridimensional:

$$\Phi(x, y, z, t) = ct - \psi(x, y, z) = 0 \quad \text{sau:} \quad (\Delta\psi)^2 - \varepsilon\mu = 0 \tag{11 a b}$$

Relaţiile (11) reprezintă ecuaţia fundamentală a opticii geometrice: ecuaţia eiconală. Soluţiile ei sînt fronturile de undă.

Cu aceleaşi elemente de calcul utilizate mai sus se pot demonstra ecuaţiile Kirchoff-Fresnel.

Optica electromagnetică a lui Luneburg reuşeşte astfel să găsească o bază teoretică unitară. Lucrarea de faţă a avut la bază această teorie, deoarece a fost considerată ca cea mai potrivită pentru calculul sistemului optic al unui interferometru cu laser.

2. Elemente ale teoriei difracţiei

Se consideră un instrument optic format din două medii izotrope ale căror discontinuităţi se află între două plane paralele. Dacă spaţiile obiect şi imagine sînt dielectrice:

$$\varepsilon = n_0^2; \quad \mu = 1; \quad \sigma = 0 \text{ pentru spaţiul obiect;} \tag{12 a}$$

$$\varepsilon = n_1^2; \quad \mu = 1; \quad \sigma = 0 \text{ pentru spaţiul imagine.} \tag{12 b}$$

Presupunînd o variaţie periodică a cîmpului electromagnetic:

$$\begin{cases} \vec{E}(x, y, z, t) = \vec{u}(x, y, z)\, e^{-i\omega t}; & (13\,a) \\ \vec{H}(x, y, z, t) = \vec{v}(x, y, z)\, e^{-i\omega t}. & (13\,b) \end{cases}$$

Înlocuind (12) şi (13) în ecuaţiile Maxwell, rezultă:

$$\begin{cases} \Delta \mathrm{x} \vec{v} + i\ k\ n^2 \vec{u} = 0; & (14\,a) \\ \Delta \mathrm{x} \vec{u} - i\ k\ \vec{v} = 0, & (14\,b) \end{cases}$$

de unde:

$$\vec{u}(x, y, z) = \vec{E}(x, y, z, t) e^{i \cdot k\psi} \qquad (15\,a)$$

$$\vec{v}(x, y, z) = \vec{H}(x, y, z, t) e^{i \cdot k\psi} \qquad (15\,b)$$

este dat de (14) şi (15), iar $k = \omega/c$.

Problema se referă la acele sisteme de raze (imagini geometrice) presupuse definite, care îndeplinesc următoarele condiţii:

a) Sistemul nu este telescopic şi nu are raze negative.

Relaţia de normare a cosinuşilor directori este $p^2 + q^2 + r^2 = n^2$ deci, o rază este caracterizată complet de p şi q.

b) Spaţiul imagine este regulat: în vecinătatea unei caustici există un domeniu finit D_0 în afara căruia cîmpul are raze singulare.

c) Fronturile de undă au o curbură pozitivă K, iar:

$$\lim_{R \to \infty} KR^2 = 1; \quad R^2 = x^2 + y^2 + z^2 \qquad (16)$$

d) Fronturile de undă sînt familii de suprafeţe perpendiculare pe raze. Se extind fronturile de undă şi în afara cîmpului imagine geometrică, în aşa fel încît fiecare front iniţial să facă parte dintr-o suprafaţă închisă şi continuă Γ, ce poate exista la distanţe oricît de mari de origine.

Condiţiile impuse duc în final la:

$$\left| \frac{\vec{u}\ e^{-ik\psi}}{\sqrt{K}} - \vec{A}(p \cdot q) \right| < \varepsilon \text{ pentru } R \geqslant R_0 \qquad (17)$$

cu o expresie similară pentru $\vec{v}$.

Expresia (17) sintetizează faptul că pe măsura creşterii razei frontul de undă se apropie de forma sferică, iar distribuţiatinde către o constantă a cărei valoare depinde numai de direcţia de propagare (în cîmpul imagine geometrică).

Condiţia de radiaţie este:

$$\lim_{R \to \infty} R \left| \frac{\mathrm{d}\bar{u}}{\mathrm{d}\nu} - i\ n\ k\ \vec{u} \right| = 0, \qquad (18)$$

unde $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\nu}$ este derivată după normala exterioară. Soluţia obţinută din (14), (16) şi (17) conform procedurii cunoscute este:

$$\vec{u}(x, y, z) = -\frac{ink}{2\pi} \iint_{\Gamma_0} \vec{A}(p, q) e^{ik[nR + \psi(p)]}\, dS \qquad (19)$$

în care Γ_0 este marginea domeniului D_0 iar P este un punct curent pe rază Vectorul $\vec{v}$ ce definește cîmpul magnetic este obținut sub o formă. similară soluției de mai sus. Aceeași soluție în forma dată de Born [3] cu ajutorul funcțiilor caractersitice se scrie :

$$u(x, y, z) = -\frac{ink}{2\pi} \iint_{\Gamma_0} \vec{A}(p, q) \exp \{ik[T(p, q) + px + qy + rz]\} dS, \quad (20)$$

unde $W(p, q)$ este caracteristica mixtă.

3. Descrierea analitică a unui instrument optic Transparența complexă

Se observă că optica electromagnetică dă soluții corecte din punct de vedere matematic și fizic pentru toate cazurile reale. Rezultă deci, necesitatea calculului sistemelor optice pe această cale. Această metodă implică folosirea unui volum mare de muncăși a unui bagaj matematic relativ incomod. Pentru a evita această situație, este de preferat căutarea într-o primă etapă a soluțiilor date de optica geometrică, mai simple și mai comod de mînuit, iar apoi completarea acestora prin aplicarea opticii electromagnetice.

În sprijinul acestei metode de lucru stau următoarele argumente :

— Optica geometrică și cea ondulatorie nu se exclud reciproc ;

— Integrala de difracție este demonstrată plecînd de la un spațiu imagine (geometric) cunoscut ;

— Reanalizarea rezultatelor opticii geometrice este obligatorie, deoarece, pe de o parte, noțiunea de limită de rezoluție este o reprezentare subiectivă și „săracă" a performanțelor unui instrument optic, iar pe de altă parte cazurile speciale de calcul a fasciculelor cu distribuție gaussiană sau a instrumentelor cu semnal în amplitudine impun în special interpretarea ondulatorie ;

— Fasciculele gaussiene pot fi caracterizate și de un singur parametru dedus pe baze ale teoriei electromagnetice.

Să considerăm un instrument optic ca un filtru real ce modifică într-o măsură mai mare sau mai mică semnalul primit. Analizînd frontul de undă imagine, se poate scrie cu (20) :

$$\vec{u}(x_2, y_2, z_2) = \frac{ik}{2} \iint_{\Gamma_0} \vec{g}(p, q) e^{-ik(px_2 + qy_2 + rz_2)} \, dS \quad (21)$$

unde : originea axelor de coordonate a fost aleasă în punctul imagine geometrică (deci k schimbă semnul) ; sistemul se consideră în aer ($n = 1$) ; integrala se efectuează pe deschiderea aperturii ; funcția $g(p \cdot q)$ numită transparența complexă caracterizează frontul undă emergent din punct de vedere al distribuției amplitudinii și fazei pe suprafața acestuia.

Comparînd (21) cu (20), se observă că :

$$\vec{g}(p, q) = \vec{A}(p, q) e^{-ikW(p, q)} \quad (22)$$

Fie un sistem optic perfect transparent și ideal corectat. În acest caz :

$$\vec{g} = \vec{A}_0 \, e^{-ikW_0} \quad (23)$$

unde $\vec{g}_0$, $\vec{A}_0$ și W_0 nu mai depind de p și q. Atunci, din (20) și (21) rezultă :

$$\vec{A}_0 = \vec{U}_0 R \tag{24}$$

unde : $\vec{u}_0$ este amplitudinea constantă pe frontul de undă, iar R este raza de curbură a frontului de undă, egală cu $W(p, q)$, deoarece originea axelor a fost aleasă în punctul imagine. Deci :

$$\vec{g}_0 = \vec{A}_0 e^{-ikR} = \vec{u}_0 R e^{-kRi} \tag{25}$$

Înlocuind în (21) se obține :

$$\vec{u}(x_2, y_2, z_2) = \frac{ik}{2\pi} \cdot \frac{e^{-ikR}}{R} \iint_{\Gamma_0} \vec{u}_0 \exp\{-ik(px_2 + qy_2 + rz_2)\} dx_1 dy_1. \tag{26}$$

unde s-a înlocuit $dS = d\,p\,d\,q$; $p = \dfrac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}} = \dfrac{x_1}{R}$; $q = \dfrac{y_1}{R}$, iar x_1, y_1, z_1 sînt definite în planul pupilei de ieșire.

Relația (26) dă expresia imaginii undei sferice ideale.
Aceasta a fost tratată pe larg în literatură [3], însă în general sistemele reale nu sînt nici perfect transparente, nici ideal corectate. În această situație transparența complexă este dată de :

$$\vec{g}_1(p, q) = \vec{A}_1(p, q) e^{-ik[R + \Delta(p, q)]} \; ; \; |\vec{g}_1| = |\vec{A}_1| = |\vec{u}| \cdot R, \tag{27}$$

unde $\vec{A}_1$ este transparența (variabilă) pe frontul de undă și $\Delta(p, q)$ este abaterea frontului de undă de la forma sferică.

4. Fasciculе gaussiene

În cazul fasciculelor gaussiene, în conformitate cu calculul dat de Maitland [5] pentru expresia vectorului electric și ținînd seama de expresiile (27 a) și (27 b), transparența complexă a unui instrument optic este :

$$g_n = \frac{g(x, y, z)}{g_0} = \frac{u(x, y, z)}{u_0} = \frac{w_0}{w} e^{-i(kz + \varphi)} e^{-k\frac{x^2 + y^2}{2}\left(\frac{1}{R} - \frac{2i}{kw^2}\right)}, \tag{28}$$

Din relația (28 a) rezultă că :

a) Există posibilitatea de manipulare a unui parametru complex al razei

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{R} - \frac{2i}{kW^2}, \tag{29}$$

deși gaussiana este caracterizată de doi parametri R și W. Se poate demonstra ușor că parametrul W este perfect similar razei de curbură a undei sferice, formînd o rază de curbură complexă, fapt ce justifică afirmațiile făcute la descrierea analitică a unui instrument optic.

b) Dacă se grupează în mod convenabil relația (28 a), se poate scrie :

$$g_n = \frac{w_0}{w} e^{-\frac{x^2 y^2}{w^2}} e^{-ik\left(z + \frac{\varphi}{k} + \frac{x^2 + y^2}{2R}\right)} \tag{30}$$

unde partea reală are o variaţie gaussiană cu o abatere standard : $\sigma = \frac{w}{2}$.

Prin compararea părţii imaginare a expresiei (30) cu cea din expresia (27) se pot include toţi termenii în valoarea razei de curbură, la care se adaugă un termen Δ ce conţine în afară de aberaţia geometrică a undei şi diferenţa rezultată. În acest caz, se poate scrie, pentru $\Delta_2 = 0$ în primă aproximaţie :

$$g = g_n \cdot g_0 = \frac{R}{\sigma} \cdot \sqrt{\frac{P}{2\pi}}\, e^{-\frac{x^2+y^2}{4\sigma^2}}\, e^{-ikR} \tag{31}$$

unde g_0, valoarea medie a modulului transparenţei complexe, conţine pe w_0 şi este dată de :

$$g_0 = u_0 R = 2R \cdot \sqrt{\frac{P}{2\pi}} \tag{32}$$

P fiind puterea totală a sursei (laser) şi u_0 este amplitudinea medie pe frontul de undă.

Din (21) şi (31), amplitudinea rezultantă în planul imagine este :

$$u(x_2, y_2, 0) = \frac{ik}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sigma} \cdot \sqrt{\frac{P}{2\pi}} \cdot \frac{e^{-ikR}}{R} \iint_{\Gamma_0} e^{-\frac{x^2+y^2}{4\sigma^2}}\, e^{-ik(px_2+qy_2)}\, dx_1\, dy_1 \tag{33}$$

sau în coordonate polare, cu $R = s_2$ şi făcînd abstracţie de e^{-ikR}

$$u(\rho_2, \varphi_2) = \frac{ik}{\sigma s_2} \cdot \sqrt{\frac{P}{2\pi}} \int_0^a J_0\left(\frac{2k}{s_2}\right) e^{-\rho^2/4\sigma^2}\, \rho d\rho \tag{34}$$

unde $2a$ este diametrul aperturii şi J_0 este funcţia Bessel de ordin zero.

În general integrala (34) nu se poate aduce la forme mai simple. Totuşi în unele cazuri particulare există această posibilitate :

a) Pentru : $\sigma \ll a$, distribuţia amplitudinii este practic numai pe axă-gaussiană îngustă ; deci, integrala poate fi asimilată cu una cu limită infinită. Integrînd întîi după ρ se obţine în jurul lui $\rho_2 = 0$

$$u(\rho_2, \varphi_2) = \frac{ik\sigma}{s_2} \cdot \sqrt{\frac{2P}{\pi}} \tag{35}$$

ceea ce demonstrează că focalizarea devine mai strînsă cu creşterea lui σ (lărgirea gaussienei)

b) Pentru $\sigma \gg a$, pe suprafaţa frontului de undă se poate scrie :

$$e^{-\rho^2/4\sigma^2} \approx 1 \text{ pentru } \rho \in [0, a] \tag{36}$$

Integrala **(34)** devine :

$$u(\rho_2, \varphi_2) = \frac{ia}{\sigma \rho_2} \cdot \sqrt{\frac{P}{2\pi}} \cdot J_1\left(\frac{ak\rho_2}{s_2}\right) \tag{37}$$

reprezentînd cunoscuta formulă Airy.

Între cele două cazuri limită trebuie să existe un caz optim. Semnalul în punctul imagine este dat de :

$$u(0, 0) = \frac{ik}{\sigma s_2} \cdot \sqrt{\frac{P}{2\pi}} \int_0^a e^{-\rho^2/4\sigma^2}\, \rho d\rho \tag{38}$$

de unde :

$$\beta = \frac{a}{2\sigma} = \frac{a}{w} \quad \text{în care} \quad U(0,0) = \frac{ika}{s_2}\sqrt{\frac{P}{2\pi}}\left(\frac{1-e^{-\beta^2}}{\beta}\right) \tag{39}$$

Cantitatea dintre paranteze are valoarea maximă de 0,646 pentru $\beta = 1{,}07$, deci :

$$a_{\text{optim}} = 1{,}07\ w = 2{,}14\,\sigma \tag{40}$$

Condiția (40) stabilește apertura sistemului optic funcție de sursa dată pentru a obține focalizarea optimă

Dacă este îndeplinită condiția (40) se obține :

$$I_{\max} = |U_{\max}|^2 = 0{,}660\left(\frac{ka}{s_2}\right)^2 \cdot P = 2{,}60\left(\frac{s_2\lambda}{a}\right)^{-2} \cdot P \tag{41}$$

Aria cercului Airy fiind considerată de regulă $\left(\frac{s_2\lambda}{a}\right)^{+2}$ *formula (41) demonstrează că fasciculul gaussian poate fi concentrat într-un cerc de 2,6 ori mai mic decît limita de difracție.*

5. Aberații

Expresia (41) calculată în paragraful anterior reprezintă focalizarea ideală a unui fascicul gaussian. În practică însă, existența aberațiilor și a abaterilor pieselor optice de la forma sferică impune luarea în considerație a formulelor (27). Astfel, din (27), (31) și (32), urmînd mersul de calcul și înlocuind $\vec{g}_0$ cu $\vec{g}_1$ se obține, în prezența aberațiilor :

$$u^*(\rho_2, \varphi_2) = \frac{ik}{\sigma s_2}\sqrt{\frac{P}{2\pi}}\int_0^a J_0\left(\frac{\rho\rho_2 k}{s_2}\right) e^{-\rho^2/4\sigma^2}\, e^{-ik\Delta}\, \rho d\rho \tag{42}$$

unde din nou, factorul constant e^{-iks_2} ce determină faza undei a fost lăsat la o parte.

În punctul imagine, semnalul în prezența aberațiilor este dat de :

$$u^*(0,0) = \frac{ik}{\sigma s_2}\sqrt{\frac{P}{2\pi}}\int_0^a e^{-\rho^2/4\sigma^2}\, e^{-ik\Delta}\, \rho d\rho \tag{43}$$

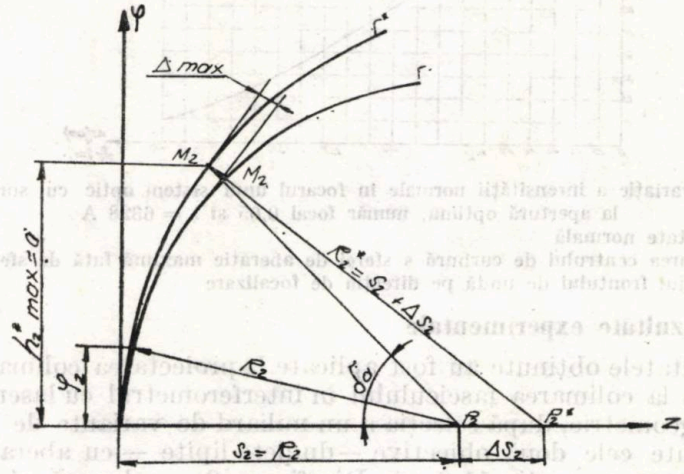
Amplitudinea normată, u_n, se poate calcula din (38) și (43) :

$$u_n(0,0) = \frac{\int_0^a e^{-\rho^2/4\sigma^2}\, e^{-ik\Delta}\, \rho d\rho}{\int_0^a e^{-\rho^2/4\sigma^2}\, \rho d\rho} \tag{44}$$

iar intensitatea normată este dată de pătratul expresiei de mai sus.

Pentru rezolvarea integrală (44) este necesară explicitarea funcției aberație $\Delta(\rho)$. Așa cum s-a arătat în paragraful 1 al lucrării de față, singura aberație importantă este cea de sfericitate. Calculul geometric al aberației impune, pe lîngă sfera de referință gaussiană — front de undă sferic cu centrul în punctul imagine paraxial — o serie de alte unde emergente.

Acestea se află pe porțiuni de sfere cu centre situate pe axa optică, de o parte și de alta a punctului imagine paraxial P. Considerînd numai sfera cea mai depărtată de cea de referință, se obține un cîmp de variație maximă a funcției $\Delta(\rho)$ (fig. 1). Frontul de undă real va fi situat deci între sferele



1. Aberația de sfericitate

de mai sus — de referință și de aberație maximă — tangente în origine și cu centrele pe axă. În cazul cel mai defavorabil $\Delta(\rho)$ va fi dată de distanța între fronturile de undă menționate, măsurată în lungul razei sferei paraxiale. Din considerente geometrice, neglijînd aberațiile de ordin mai mare decît 1, se obține în final:

$$(\Delta\rho) = \frac{\Delta s_2}{s_2}(s_2 - \sqrt{s_2^2 - \rho^2}) \cong \Delta s_2 \cdot \frac{1}{2}\frac{\rho^2}{s_2^2} \tag{45}$$

unde Δs_2 este aberația de sfericitate longitudinală.

Intensitatea normată se obține din (44) și (45) și este egală cu:

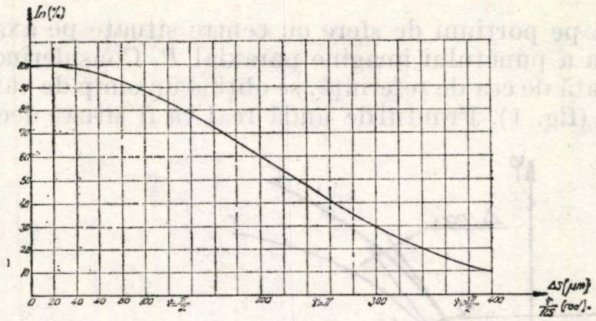
$$I(0,0) = \frac{1 - 2e^{-\beta^2}\cos\gamma + e^{-2\beta^2}}{(1 - e^{-\beta^2})^2} \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{\gamma}{\beta^2}\right)^2} \tag{46 a}$$

unde:

$$\gamma = k\Delta(\rho) = \Big|_{\rho=a} = \frac{k\Delta s_2 \cdot a^2}{2s_2^2} \tag{46 b}$$

Curba de variație a intensității normate în focarul unui sistem optic cu sursă gaussiană la apertură optimă, număr focal 0,05 și $\lambda = 632{,}8$ nm este reprezentată în fig. 2.

În mod similar se pot obține toleranțele la razele de curbură ale dioptrilor sferici sau plani, avînd însă în vedere că în acest caz variația de drum optic se obține înmulțind pe $\Delta(\rho)$ cu variația indicelui de refracție. Calculul se poate face plecînd de la ecuația (6) sau prin aflarea punctului imagine nou format și introducerea în (45) ca aberație de sfericitate.



2. Curba de variaţie a inrensităţii normale în focarul unui sistem optic cu sursă gaussiană la apertură optimă, număr focal 0,05 şi $\lambda = 6328$ A

I_n — intensitate normală
ΔS — deplasarea centrului de curbură a sferei de aberaţie maximă faţă de sfera gaussiană
γ — defazajul frontului de undă pe direcţia de focalizare

6. Rezultate experimentale

Rezultatele obţinute au fost aplicate la proiectarea colimatorului de 6X utilizat la colimarea fasciculului în interferometrul cu laser. În urma calculului geometric, după selecţia a un miliard de variante de calcul au fost obţinute cele două obiective —duqlete lipite — cu aberaţii geometrice de 0,6 μm respectiv 11,2 μm. Din figura 2 se observă că intensitatea normată este în ambele cazuri peste 99%. În aceste cazuri acceptînd formula (46) *drept criteriu calitativ* pentru determinarea performanţelor unui sistem optic, se poate considera că sistemul calculat este bine corectat. Mai mult, calculul toleranţelor la razele de curbură a arătat că, fără a micşora intensitatea normată sub 99%, se poate lucra cu abateri de curbură de pînă la 0,1 mm.

În urma experimentărilor efectuate pentru un set de două colimatoare se constată o corecţie a divergenţei medii a fasciculului de la $1{,}5 \cdot 10^{-3}$ la $2{,}5 \cdot 10^{-4}$ pe distanţa de 40 m. şi de la $2 \cdot 10^{-3}$ la $1{,}5 \cdot 10^{-4}$ pe distanţa de 20 m.

Formula (46), valabilă în cazul oricăror sisteme de aberaţie de sfericitate cunoscută, s-a folosit şi la trasarea diagramei din figura 2. Diagrama se poate folosi numai la sisteme cu aceleaşi caracteristici ca cel calculat.

În ceea ce priveşte mersul de calcul, acesta poate fi aplicat atît pentru aberaţii geometrice — de orice fel — cît şi pentru calculul toleranţelor de execuţie a sistemelor optice cu sursă laser.

BIBLIOGRAFIE

1. *K. Luneburg* — Mathematical Theory of Optics — Brown University, 1944.
2. *M. Kline, I.W. Kay* — Electromagnetic Theory and Geometrical Optics Interscience Publishers, 1965.
3. *M. Born, E. Wolf* — Principles of Optics — Pergamon Press, 1970.
4. *D.J. Innes, A.L. Bloom* — Design of Optical Systems for Use With Laser Beams — Spectra Physics, 1966.
5. *A. Maitland, M.H. Dunn* — Laser Physics — North Holland Publishing Co, 1969.

Contributions au calcul optique des interféromètres à laser

Dans ce travail on présent le calcul optique pour les interféromètres à laser. On trouve une corrélation entre les méthodes conventionnelles et la propagation de la lumière dans le cas du laser. L'aberration sphèrique, dans ce cas, est la seule importante. Les résultats théoriques obtenus ont été vérfiés expérimentalement.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 1

C.Z. 621.382

MODELAREA FIZICĂ A TRANSZISTOARELOR DMOS

ADRIAN RUSU, MARINA OLARIU*

Lucrarea prezintă două modele pentru descrierea funcționării tranzistoarelor DMOS în regim static. Primul model (modelul complet) ține seama de gradientul concentrației de impurități în canal și de variația mobilității purtătorilor de sarcină cu intensitatea cîmpului electric. Al doilea model (modelul E/D) este un model simplificat, foarte intuitiv și care se dovedește a fi suficient de precis.

Ambele modele servesc la proiectarea asistată de calculator a circuitelor integrate MOS.

Introducere

Tendința actuală de dezvoltare a circuitelor integrate MOS este realizarea de dispozitive cu canale foarte scurte — micronice și chiar submicronice — în scopul îmbunătățirii comportării cu frecvența. Tranzistorul DMOS, a cărui structură este prezentată în figura 1 a, necesită o difuzie dublă de impurități, acceptoare (p) și donoare (n^+), lîngă sursă. Zona p care definește lungimea canalului este difuzată într-o atmosferă neoxidantă, restul operațiilor fiind cele convenționale. Astfel se obține într-un mod simplu, o lungime mică de canal ($L_{ef} \leqslant 1$ μm). Aceasta nu cere nici o tehnică sofisticată de mascare. Tranzistorul DMOS are o comportare bună cu frecvența deoarece :

— timpul de tranzit al purtătorilor în canal este mic ($\tau \sim L_{ef}^2$);

— capacitatea parazită de drenă este foarte mică (efect Miller slab).

Existența substratului π, slab dopat, determină un alt efect favorabil și anume creșterea tensiunii de străpungere a joncțiunii drenei.

Lucrarea își propune analiza a două modele larg utilizate în studiul acestor tranzistoare, folosirea lor la descrierea caracteristicilor statice și studiul lor comparativ.

1. Modelul complet de simulare a caracteristicilor statice

Descrierea funcționării statice pleacă de la ecuația diferențială a curentului de drenă, la trecerea sa prin canal, în regiunea liniară a caracteristicilor [1] :

$$I_D = \mu_n(x) C_{0x} W [V_G - V_T(x) - V(x)] \frac{\mathrm{d}V(x)}{\mathrm{d}x}. \qquad (1)$$

Manuscris predat redacției la data 12 octombrie 1979.

* Șef lucrări dr. ing. Catedra de dispozitive, circuite și aparate electronice ; Inginer ICCE — București.

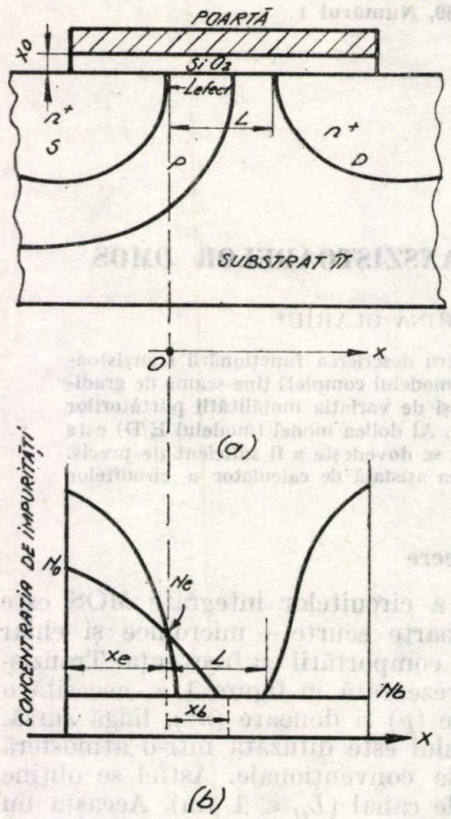


Fig. 1. Tranzistorul DMOS ; a) structura tranzistorului ;) profilul de impurități.

Notațiile făcute în relația (1) au semnificațiile : μ_n — mobilitatea electronului ; C_{0x} — capacitatea oxidului pe unitatea de arie ; V_G — tensiunea de poartă (față de substrat) ; V_T — tensiunea de prag (de apariție a canalului) ; V — potențialul canalului ; x — coordonata pe direcția canalului ; w — lățimea structurii (fig. 1, a).

Mobilitatea electronului este dependentă de poziție prin intermediul intensității cîmpului electric ; forma analitică de dependență este dată de relația empirică :

$$\mu_n(x) = \mu_{n0} \frac{1}{1 + \dfrac{V_G - V_T(x)}{V_K}}, \tag{2}$$

unde μ_{n0} este valoarea mobilității la cîmpuri electrice mici, iar V_K este un parametru empiric ($V_K \approx 24$ V).

Capacitatea oxidului este dată de relația :

$$C_{0x} = \frac{\varepsilon_0}{x_0}, \tag{3}$$

unde ε_0 este permitivitatea dielectrică a oxidului, iar x_0 — grosimea stratului de oxid de sub poartă.

Tensiunea de prag depinde de x prin intermediul concentrației de impurități din canal, $N(x)$, sub forma :

$$V_T(x) = V_{FB} + 2\Phi_F(x) + \frac{\sqrt{2\varepsilon_s q N(x) \left| 2\Phi_F(x) + V(x) \right|}}{C_{0x}}, \tag{4}$$

unde V_{FB} este tensiunea de benzi netede ; Φ_F — potențialul Fermi ; ε_s — permitivitatea dielectrică a siliciului ; q — sarcina electronului.

Tensiunea de benzi netede și potențialul Fermi sînt date de [2] :

$$V_{FB} = \Phi_{MS} - \frac{qN_{ss}}{C_{0x}}, \tag{5}$$

respectiv :

$$\Phi_F(x) = \frac{kT}{q} \ln \frac{N(x)}{n_i}, \tag{6}$$

unde Φ_{MS} este potențialul de contact metal-semiconductor; N_{ss} — densitatea stărilor de suprafață; k — constanta lui Boltzmann; T — temperatura absolută; n_i — concentrația intrinsecă de purtători.

Concentrația de impurități în canal (la suprafața siliciului) este prezentată în figura 1,b și poate fi aproximată de relația [1]:

$$N(x) = \begin{cases} N_e(N_b/N_e)^{x/x_b}; & 0 \leqslant x < x_b \\ N_b & ; \; x_b \leqslant x < L, \end{cases} \tag{7}$$

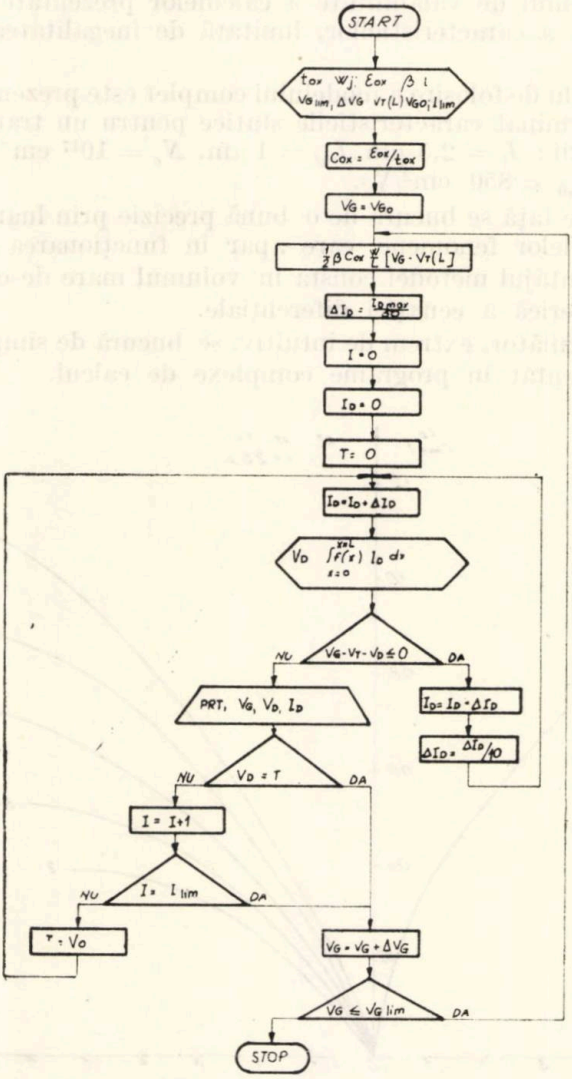


Fig. 2. Schema logică a programului pentru calculul caracteristicilor statice cu ajutorul modelului complet.

unde N_e este concentrația de impurități acceptoare lîngă joncțiunea sursei; N_b concentrația de impurități a substratului π; x_b — adîncimea difuziei $p(x_e \approx L_{ef})$.

Pentru obținerea caracteristicilor statice $I_D = I_D(V_G, V_S, V_D)$ unde V_S și V_D sînt potențialele sursei, respectiv drenei, măsurate față de substrat, se integrează ecuația diferențială (1) de-a lungul canalului, între limitele $x = 0$; $V(0) = V_S$ și $x = L$; $V(L) = V_D$.

Procedura de calcul s-a bazat pe metode numerice (metoda predictor-corector) cu evaluarea primului pas din metoda Euler îmbunătățită [3]. Schema logică a programului este prezentată în figura 2. Trebuie reamintit faptul că domeniul de valabilitate a calculelor prezentate mai sus este regiunea liniară a caracteristicilor, limitată de inegalitatea $V_G - V_T - V_D \geqslant 0$.

Un exemplu de folosire a modelului complet este prezentat în figura 3 unde s-au determinat caracteristicile statice pentru un tranzistor DMOS avînd parametrii: $L = 2{,}5$ μm, $L_{ef} = 1$ μm, $N_e = 10^{17}$ cm^{-3}, $N_b = 4{,}2 \times \times 10^{14}$ cm^{-3}, $\mu_{n0} = 850$ cm^2/Vs.

Modelul de față se bucură de o bună precizie prin luarea în considerare a principalelor fenomene care apar în funcționarea tranzistorului DMOS. Dezavantajul metodei constă în volumul mare de calcul cerut de integrarea numerică a ecuației diferențiale.

Modelul următor, extrem de intuitiv, se bucură de simplitate, putînd fi ușor implementat în programe complexe de calcul.

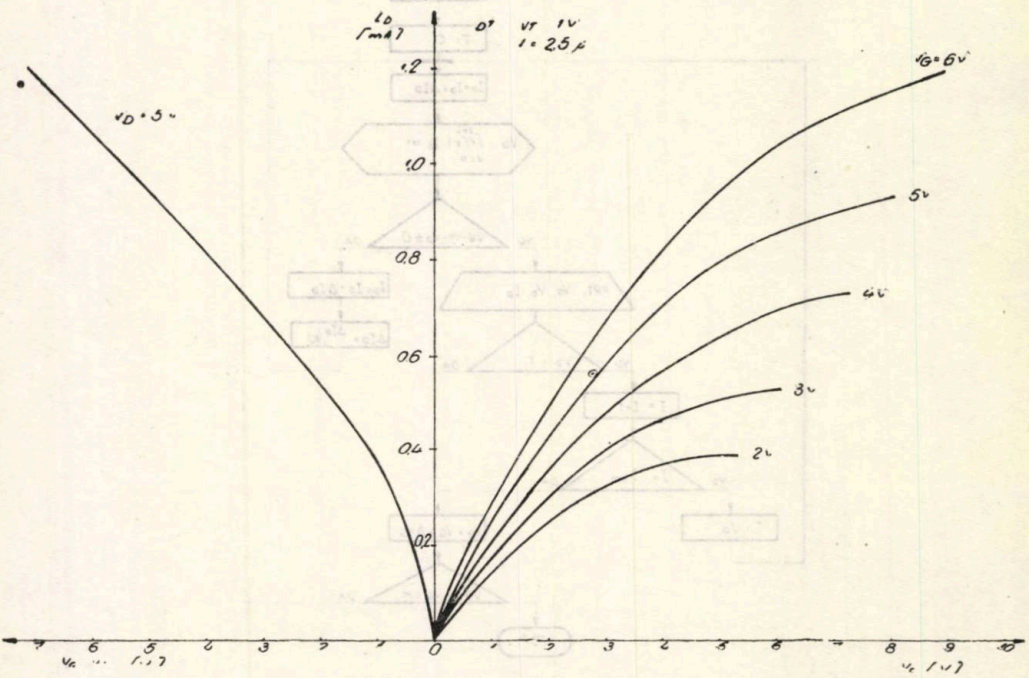


Fig. 3. Caracteristicile statice ale tranzistorului DMOS calculate pe baza modelului complet.

2. Modelul E/D

Denumirea „E/D" a acestui model provine din alăturarea literelor inițiale ale cuvintelor englezești *enhancement* = îmbogățire, *depletion* = = golire. Acest model consideră că tranzistorul DMOS este format prin înserierea a două tranzistoare MOS convenționale (figura 4):

— primul, funcționează în regim de îmbogățire și corespunde porțiunii $0 \leqslant x < x_b$ a structurii; concentrația de impurități în regiunea canalului se aproximează constantă (N_e);

— al doilea, funcționează în regim de sărăcie și corespunde porțiunii $x_b \leqslant x \leqslant L$ a structurii.

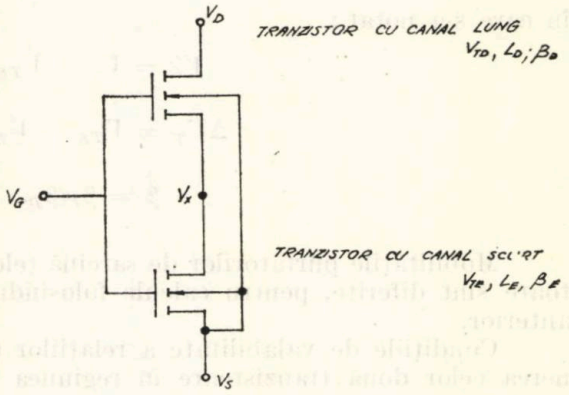


Fig. 4. Modelul E/D cu două tranzistoare.

Primul tranzistor are un canal scurt ($L_E = x_b$), iar al doilea, un canal lung ($L_D = L - x_b$). Se vor adopta aceleași notații ca la modelul precedent, punîndu-se suplimentar indicii E sau D, după cum mărimile considerate se vor referi la primul, respectiv al doilea tranzistor. Tot în figura 4 se pune în evidență faptul că aceste două tranzistoare au poarta și substratul comune; drena tranzistorului care lucrează în îmbogățire este legată la sursa tranzistorului care lucrează în sărăcie, potențialul electronului comun $[V(x_b)]$ fiind notat V_x.

Caracteristicile statice ale celor două tranzistoare, considerate convenționale, sînt date de [2]:

$$I_{DE} = \beta_E \left[V_x (V_G - V_{TE}) - \frac{1}{2} V_x^2 \right], \tag{8}$$

$$I_{DD} = \beta_D \left[(V_D - V_x)\ (V_G - V_{TD}) - \frac{1}{2} (V_D^2 - V_x^2) \right], \tag{9}$$

unde cu β s-a notat factorul de transfer:

$$\beta = \mu_n C_{0x} \frac{W}{L}. \tag{10}$$

Potențialul V_x rezultă din condiția de funcționare:

$$I_{DE} = I_{DD} = I_D. \tag{11}$$

Rezolvînd ecuația (11), pe baza relațiilor (8) și (9), se obține :

$$V_x = \left(V'_G + \frac{V_T}{\hat{\beta}+1}\right) - \sqrt{\left(V'_G + \frac{\Delta V_T}{\hat{\beta}+1}\right)^2 - 2\frac{(V'_G + \Delta V_T)V_D - 1/2\, V_D^2}{\hat{\beta}+1}}, \tag{12}$$

în care s-a notat :

$$V'_G = V_G - V_{TE}; \tag{13}$$

$$\Delta V_T = V_{TE} - V_{TD}; \tag{14}$$

$$\hat{\beta} = \beta_E/\beta_D. \tag{15}$$

Mobilitățile purtătorilor de sarcină (electroni) din cele două tranzistoare sînt diferite, pentru calcule folosindu-se relația (2) de la modelul anterior.

Condițiile de valabilitate a relațiilor (8) și (9) sînt date de menținerea celor două tranzistoare în regiunea liniară :

$$V_x \leqslant V_G - V_{TE}, \tag{16}$$

respectiv :

$$V_D - V_x \leqslant V_G - V_{TD} - V_x. \tag{17}$$

Ținînd seama de saturarea vitezei purtătorilor de sarcină la cîmpuri electrice mari [4], relația (16) se modifică, conform :

$$V_x \leqslant (V_G - V_{TE}) + V_c - \sqrt{(V_G - V_{TE})^2 + V_c^2}, \tag{18}$$

unde V_c este o mărime numită tensiune critică și este dată de :

$$V_c = E_c L; \tag{19}$$

cu E_c s-a notat cîmpul critic, definit ca valoarea cîmpului care produce saturarea vitezei purtătorilor, iar $L = L_D + L_E$ este lungimea totală a canalului. Cu acestea, tensiunea de drenă la care se produce saturarea caracteristicilor și care reprezintă tensiunea de drenă maximă la care se aplică modelul prezentat (V_{DSV}) este dată de [4] :

$$V_{DSV} = V_G - V_{TD} - \sqrt{(V'_G)^2 + \Delta V_T^2 - 2[(1+\hat{\beta})V_c - \Delta V_T]\,[\sqrt{(V'_G)^2 + V_c^2} - V_c]}. \tag{20}$$

Pe baza acestui model s-a realizat un program de calcul al curentului de drenă, funcție de tensiunea de poartă și de tensiunea de drenă (sursa legată la substrat). Cu acest program s-au ridicat familiile de curbe prezen-

tate în figura 5. Cu linie întreruptă s-a reprezentat caracteristica extrasă din figura 3, pentru același tranzistor ($L = 2{,}5$ μm, $V_D = 5$ V), calculată cu ajutorul programului complet. Se observă o bună aproximare, îndeosebi la tensiuni de poartă mari, zonă specifică acțiunii tranzistorului cu canal lung (care lucrează în sărăcire) [4]. Acest lucru este explicabil, deoarece considerarea unei concentrații de impurități constantă este corectă pentru acest tranzistor și aproximativă pentru tranzistorul care lucrează în îmbogățire (cu canal scurt).

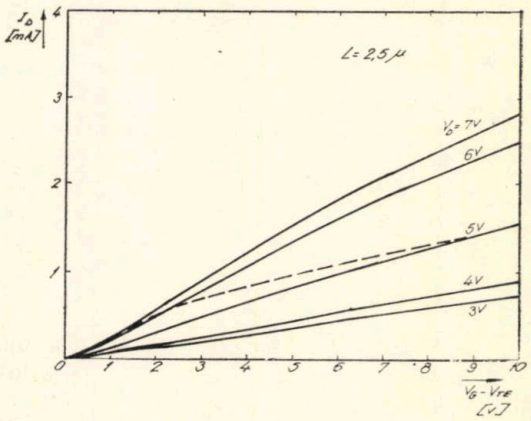


Fig. 5. Caracteristicile statice ale tranzistorului DMOS calculate pe baza modelului E/D.

Concluzii

Modelarea tranzistoarelor DMOS se poate face prin mai multe metode. Modelele alese sînt într-un fel extreme: primul, modelul complet, ține seama de principalele fenomene ale funcționării, al doilea, modelul E/D, se bazează pe o aproximație inginerească care simplifică extrem de mult calculele. Rezultatele obținute au fost comparate prin intermediul caracteristicilor statice calculate pentru aceeași structură. Erori însemnate apar la tensiuni mici de poartă. Utilizatorul poate alege, funcție de necesități, unul sau altul dintre modele optimizînd cerințele de precizie-complexitate.

BIBLIOGRAFIE

[1] *H. Chang Lin, W. N. Jones*, IEEE Transactions on Electron Devices, ED—20, pag. 273 (1973).
[2] — *A. S. Grove*, Fizica și tehnologia dispozitivelor semiconductoare, Ed. Tehnică, București, 1973.
[3] — *W. S. Dorn, D. D. McCracken*, Metode numerice cu programe în Fortran IV, Ed. Tehnică, București, 1975.
[4] — *T. S. Rodgers, S. D. Meindl*, IEEE Journal on Solid-State Circuits, SC—10, pag. 372 (1975).

Physical modeling of the DMOS transistors

The paper presents two models useful for providing physical operation of DMOST.

The first model (a complete model) encludes in the analysis the impurity concentration distribution in the DMOST's channel and the field dependent mobility. The second one (E/D model) is a simple model which gives accurate informations about the mode of operation of the DMOST.

The two models are suited for Computer Aided Circuits Design.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 1

C.Z. 539.2

METODA KIRKWOOD PENTRU MESOMORFISMUL NEMATIC

CRISTIAN FLOREA*

Este calculată funcția de distribuție moleculară în concordanță cu teoria Kirkwood. Potențialul intermolecular în lichidele obișnuite este Lennard-Jones, pe cînd în cristalele lichide este un potențial anizotrop rezultat din teoria Maier, Saupe și Chandrasekhar. Ecuația care dă funcția de distribuție poate fi rezolvată numeric printr-un procedeu de iterație utilizînd potențialul M. S. Ch. și un nucleu integral Born-Green. Ca un exemplu dependența timpilor de relaxare nucleară de parametrii specifici cristalelor lichide poate fi explicată cu ajutorul acestei funcții.

Introducere

Structura lichidă este caracterizată prin distribuția întîmplătoare a moleculelor. Totuși, chiar în lichidele obișnuite moleculele stabilesc cu vecinii structuri parțial ordonate. Această ordine este mult extinsă în cristalele lichide.

Structura locală poate fi descrisă în termenii unei funcții de distribuție $g(r)$. Semnificația acestei funcții apare în legătură cu următoarea problemă: care este probabilitatea de a găsi o moleculă în vecinătatea alteia în intervalul $[r, r + dr]$ într-un lichid? Această probabilitate este $4\pi r^2 g(r)dr$.

Importanța acestei funcții în împrăștierea razelor X pe lichide a fost pusă în evidență pentru prima dată de Debye și Mencke [1], aceste experimente oferind posibilitatea evaluării ei experimentale.

Kirkwood [2] evaluează această funcție pentru lichide nepolare în care potențialul intermolecular a fost considerat pe rînd de sfere rigide neinteracte, Lennard-Jones și apoi o superpoziție a celor două.

Cristalele lichide nu se încadrează în această teorie — potențialul molecular nefiind de tipul considerat de Kirkwood.

Folosind ecuațiile lui Kirkwood cu un nou potențial se face calculul funcției de distribuție moleculară.

1. Potentialul intermolecuar

Prezența ordinii orientaționale în cristalele lichide de tip nematic a încercat a fi explicată de Born [3] prin interacția dipolilor moleculari. Această idee tentantă se dovedește nesatisfăcătoare, experiențele lui

Manuscris predat redacției la data de 2 octombrie 1979
* Asistent Catedra de Fizică.

Szivessy [4] neevidențiind existența unei catastrofe de polarizare la tranziția de fază nematic-lichid izotrop.

Maier și Saupe construiesc o teorie satisfăcătoare în multe privințe, considerînd un potențial dispersiv [5]. Această teorie poate fi înțeleasă luînd în considerare un model pentru molecula de cristal lichid propus de Van der Merwe [6]. Modelul acesta prezintă molecula ca un ansamblu de trei dipoli rectangulari oscilanți. Considerînd starea fundamentală neperturbată de interacția cu alte molecule, corespunzătoare unei frecvențe ν_0, apropierea unei alte molecule duce la o modificare de frecvență care poate fi înțeleasă ca o perturbație datorată interacției dipolilor oscilanți din cele două molecule. Contribuția în primul ordin se anulează, contribuția de ordinul doi, interacția dispersivă, avînd expresia :

$$U_{ij}^{\text{disp}}d, d) = -\frac{1}{r_{jj}^6}\left[k_2 + k_2'(\cos^2\theta_i + \cos^2\theta_j) + k_2''\cos^2{}_i\theta\cos^2\theta_j\right] \quad (1.1)$$

în care indicii i și j se referă la două molecule, r_{ij} este distanța dintre centrele celor două molecule, θ_i respectiv θ_j sînt unghiurile pe care axele lungi ale celor două molecule le fac cu direcția unică de orientare, k_1, k_1', k_1'' sînt constante depinzînd de polarizabilitatea moleculară și de alte caracteristici ale moleculei.

Chandrasekhar [7] consideră alături de acest termen dispersiv dipolar-dipolar și un termen dispersiv dipolar-quadrupolar :

$$U_{ij}^{\text{disp}}(d, q) = -\frac{1}{r_{ij}^8}\left[k_2 + k_2'(\cos^2\theta_i + \cos^2\upsilon_j) + k_2''\cos^2\theta_i\cos^2\theta_i\right] \quad 1.2)$$

k_2, k_2', k_2'' fiind constante cu aceeași semnificație cu cele precedente.

Alături de acești termeni dispersivi este considerat și un termen inductiv legat de interacția cu dipolii induși de fiecare moleculă la nivelul celeilalte :

$$U_{ij}^{\text{ind}}(d, d) = -\frac{1}{r_{ij}^6}\left[k_3 + k_3'(\cos^2\theta_i + \cos^2\theta_j) + k_3''\cos^2\theta_i\cos^2\theta_j\right] \quad (1.3)$$

Un termen repulsiv care poate fi înțeles prin promovarea energetică a electronilor la apropierea și întrepătrunderea învelișurilor electronice moleculare, pe baza principiului de excluziune :

$$U_{ij}^{\text{rep}} = \frac{1}{r_{ij}^{12}}\left[R + R'(\cos^2{}_i + \cos^2\theta_j) + R''\cos^2\theta_i\cos^2\theta_j\right] \quad (1.4)$$

și în sfîrșit contribuția dipolară directă :

$$U_{ij}^{\text{dip}}(d, d) = -\frac{k_5}{r_{ij}^3}\cos\theta_i\cos\theta_j \quad (1.5)$$

Acest termen dipolar are o contribuţie mai mică decît ceilalţi patru termeni. Considerînd aditivitatea celor cinci termeni de potenţial, interacţia dintre două molecule se poate scrie :

$$U_{ij} = -\frac{1}{r_{ij}^6}[(k_1+k_3)+(k_1'+k_3')(\cos^2\theta_i+\cos^2\theta_i)\ (k_1''+k_3'')\cos^2\theta_i\cos^2\theta_j]$$

$$-\frac{1}{r_{ij}^8}[k_2+k_2'(\cos^2\theta_i+\cos^2\theta_j)+k_2''\cos^2\theta_i\cos^2\theta_j]+\frac{1}{r_{ij}^{12}}$$

$$+[R+R'(\cos^2\theta_j)+R''\cos^2\theta_i\cos^2\theta_j] \qquad (1.6)$$

Considerînd expresia parametrului ordinii orientaţionale :

$$S = -\frac{3}{2}\langle\cos^2\theta\rangle - \frac{1}{2} \qquad (1.7)$$

în care parantezele $\langle\ \rangle$ au semnificaţia mediei termice şi egalitatea constantelor din expresia potenţialului intermolecular, obţinem o nouă expresie pentru potenţial :

$$U_{ij}(r) = \left[-\frac{1}{r_{ij}^6}-\frac{1}{r_{ij}^8}+\frac{1}{r_{ij}^{12}}\right]\frac{k(4S^2+16S+16)}{9} \qquad (1.8)$$

Acest potenţial poate fi comparat cu expresia potenţialului Lennard-Jones funcţie de distanţa r dintre molecule :

$$U_{ij}^{L-J} = \left(-\frac{1}{r^6}+\frac{1}{r^{12}}\right)k \qquad (1.9)$$

Figurile 1 şi respectiv 2 arată faptul că partea radială a celor două potenţiale este aproximativ aceeaşi. Deosebirea importantă între expresiile (1.8) şi (1.9) constă în partea angulară descrisă de parametrul S al ordinii orientaţionale.

2. Funcţia de distribuţie

Metoda Kirkwood de găsire a funcţiei de distribuţie moleculară [8] pentru a fi aplicată pentru un cristal lichid nematic, necesită pe lîngă considerarea părţii *angulare* a potenţialului anizotrop şi introducerea unei raze efective pentru molecula de cristal lichid care este nesferică. Noţiunea de rază efectivă este legată de procesul de ciocnire între molecule. Dată fiind ordinea nematică, moleculele cristalului lichid nu se pot ciocni decît lateral-lateral sau cap-cap, fiind exclusă o ciocnire lateral-cap.

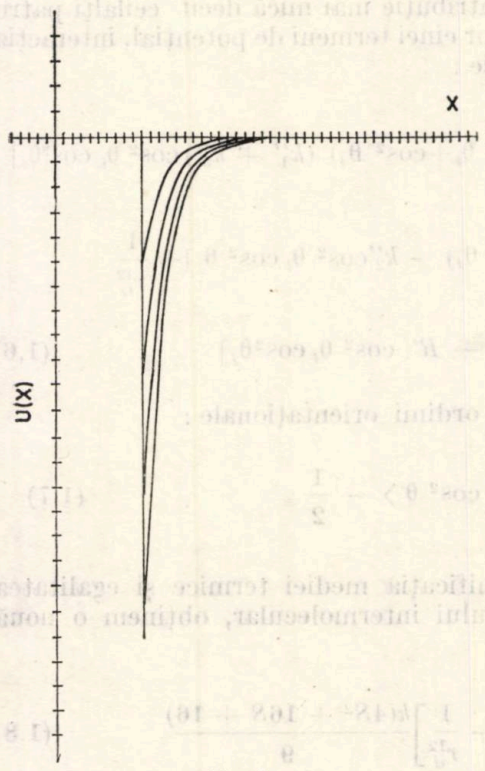


Fig. 1

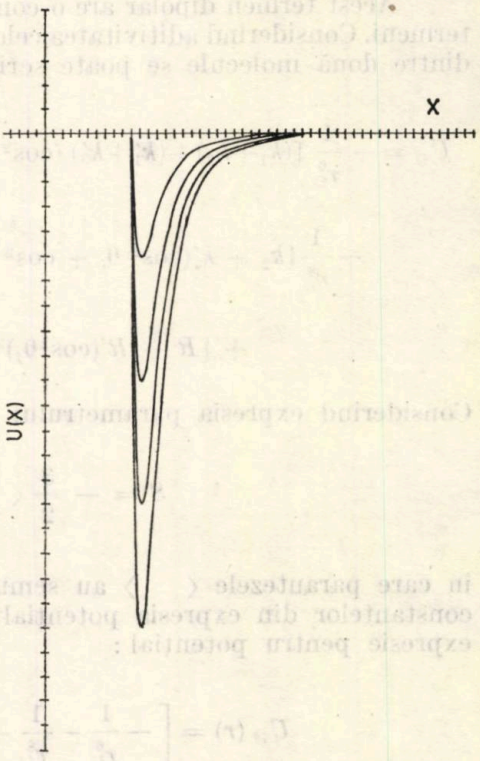


Fig. 2

Asimilînd moleculele unor cilindri și notînd cu P_{LL} și respectiv cu P_{cc} probabilitățile celor două evenimente putem scrie :

$$P_{LL} + P_{cc} = 1$$

$$P_{LL} : P_{cc} = 2\pi RG : \pi R^2 \tag{2.1}$$

în care R și respectiv G sînt raza și generatoarea cilindrului molecular. Atunci raza efectivă în procesul de ciocnire pe care o notăm cu a este dată de :

$$a = P_{LL}\, R + P_{cc} \frac{G}{2} \tag{2.2}$$

Cunoscînd că pentru nematicii obișnuiți $G \approx 30$ Å și $R \approx 5$ Å formula (2.2) dă valoarea razei a.

Notînd $x = \dfrac{r}{a}$ și cu ε parametrul gropii de potențial, (1.8) se poate scrie :

$$U(x) = \left(\frac{4S^2 + 16S + 16}{9} \right) \left(\frac{4}{x^{12}} - \frac{4}{x^8} - \frac{4}{x^6} \right) \varepsilon \tag{2.3}$$

sau :

$$U(x) = \varepsilon^* \gamma_{PL-J}(x) \tag{2.4}$$

unde :

$$\varepsilon^* = \frac{4S^2 + 16S + 16}{9} \varepsilon$$

$$\gamma_{PL-J} = \frac{4}{x^{12}} - \frac{4}{x^8} - \frac{4}{x^6} \cdot$$

Să considerăm alături de acest potențial pseudo Lennard-Jones un potențial de sfere rigide γ_0, astfel că potențialul total între două molecule poate fi scris :

$$\gamma^{tot}(x) = \gamma_0 + \gamma_1 \tag{2.5}$$

cu caracteristicile :

$$\gamma_0(x) = \begin{cases} 0 & \text{pentru } x > 1 \\ \infty & \text{pentru } x \leqslant 1 \end{cases}$$

$$\gamma_1(x) = \begin{cases} 0 & \text{pentru } x < 1 \\ \gamma_{PL-J} & \text{pentru } x \geqslant 1 \end{cases}$$

Conform (8) funcția $g(x)$ este dată de :

$$g(x) = \exp\left\{\beta\varepsilon^* \gamma_0(x) + \frac{\Psi_0(x) + \beta\varepsilon^* \Psi_1(x) + (\beta\varepsilon^*) : \Psi_2(x)}{x}\right\} \tag{2.6}$$

în care :

$\beta = \frac{1}{k_B T}$ k_B este constanta Boltzmann

T este temperatura

$$\Psi_0(x) = \frac{\lambda}{4} \int_{-\infty}^{\infty} K_0(x - s)\, s[g_0(s) - 1] ds \tag{2.7}$$

$$g_0(x) = \exp\left\{ - \beta\varepsilon^* \gamma_0(x) + \frac{\Psi_0(x)}{x}\right\} \tag{2.8}$$

$$K_0(t) = \begin{cases} t^2 - 1 & \text{pentru } t^2 < 1 \\ 0 & \text{pentru } t^2 \geqslant 1 \end{cases} \tag{2.9}$$

$$\Psi_{1,2} = m_{1;2} + \frac{\lambda}{4} \int_{-\infty}^{\infty} K_0(x - s)\, g_0(s)\, \Psi_{1,2}(s)\, ds \tag{2.10}$$

$$\lambda = g_0(1)\lambda_0$$

$$\lambda_0 = \frac{4\pi N a^3}{v}$$

a este raza moleculară
N este numărul de molecule
v este volumul molar (2.11)

$$m_1 = -x\gamma_1(x) + \Psi_1(1)\,\Psi_0(x) + \frac{\lambda_0}{4} K_1(x-s)\,[g_0(s)-1]s\,ds \quad (2.12)$$

$$K_1(t) = \int_{|t|}^{\infty} \cdot (s^2 - t^2) g_0(s) \frac{d\gamma_1(s)}{ds}\, ds \quad (2.13)$$

$$m_2(x) = \Psi_2(1)\,\Psi_0(x) + \frac{1}{2}\Psi_1^2(1)\Psi_0(x) + \frac{\lambda_0}{4}\int_{-\infty}^{\infty} K_2(x-s)[g_0(s)-1]\,sds +$$

$$+ \frac{\lambda_0}{4}\int_{-\infty}^{\infty} K_1(x-s) g_0(s)\,\Psi_1(s)\,ds + \frac{\lambda}{4}\int_{-\infty}^{\infty} K_0(x-s)\,g_0(s)\,\frac{\Psi_1^2(s)}{2s} ds +$$

$$+ \frac{\lambda\Psi_1(1)}{4}\int_{-\infty}^{\infty} K_0(x-s)\,g_0(s)\,\Psi_1(s) ds \quad (2.14)$$

$$K_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} (s^2 - t^2) g_0(s)\,\frac{\Psi_1(s)}{s}\,\frac{d\gamma_1(s)}{ds}\, ds \quad (2.15)$$

Ecuațiile integrale precedente dau funcțiile Ψ_0, Ψ_1, Ψ_2 care prin (2.6) dau funcția de distribuție $g(x)$.

Pentru rezolvarea unei ecuații de tipul :

$$\psi(x) = \int K(x, s)\,\psi(s)\,ds \quad (2.16)$$

în care $K(x, s)$ este unul din nucleele Born-Green (2.9), (2.13), (2.15) luăm o funcție de încercare $\psi_{(x)}^{IN}$ pe care o presupunem soluție a ecuației (2.16) și o introducem sub integrala ecuației, obținînd o funcție de ieșire $\psi_{(x)}^{0,OUT}$ care ar trebui să coincidă cu $\Psi^{0,IN}$ dacă aceasta este soluția exactă a ecuației. În general :

$$\Psi_{(x)}^{(n-1,IN)} = \Psi^{(0,OUT)} - \Delta\Psi \quad (2.17)$$

După un număr de pași :

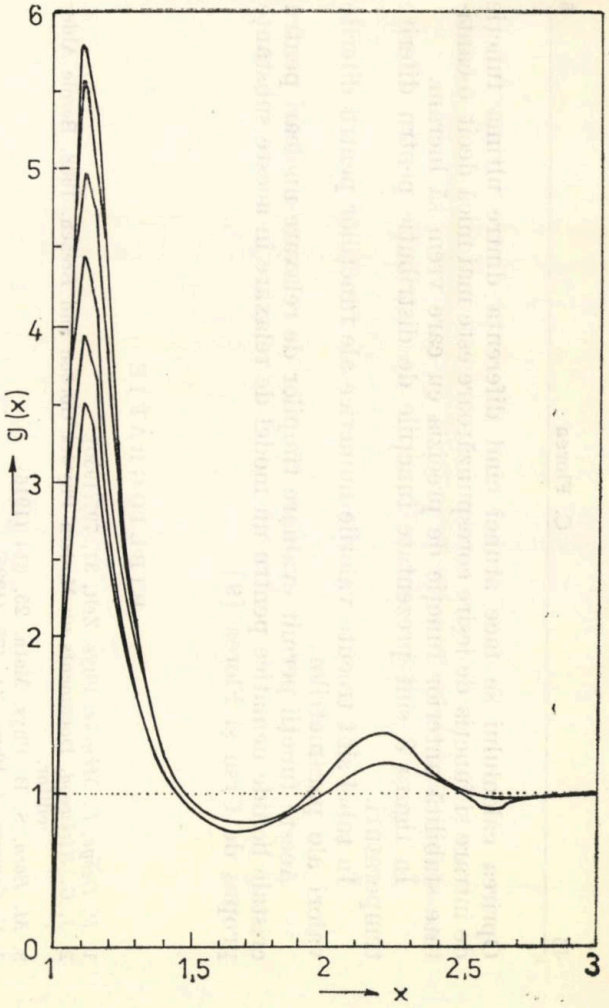
$$\Psi_{(x)}^{n-1,IN)} = \alpha^{(n)}\Psi_{(x)}^{n,OUT} - (1-\alpha^{(n)})\Psi_{(x)}^{(n,IN)} \quad (2.18)$$

$\alpha^{(n)}$ fiind un factor subunitar pentru a asigura convergența dat de :

$$\alpha^{(n)} = \frac{3}{\lambda+3} \quad (2.19)$$

TABEL

x \ T K	273 K	275 K	293 K	313 K	323 K	332 K
1	0.1601	0.1677	0.1967	0.2329	0.2785	0.3362
1.02	0.6443	0.6544	0.6912	0.7342	0.7844	0.8430
1.04	1.6318	1.6238	1.6000	1.5800	1.5660	1.5568
1.06	2.9936	2.9383	2.7639	2.6015	2.4513	2.3139
1.08	4.3613	4.2438	3.8760	3.5582	3.2293	2.0497
1.12	5.7701	5.5765	4.9769	4.4335	3.9445	3.5088
1.16	5.3595	5.1857	4.6448	4.1527	3.7068	3.3072
1.20	4.3078	4.1858	3.8031	3.4497	3.1250	2.8296
1.24	3.2946	3.2181	2.9755	2.7482	2.5360	2.3401
1.32	1.9413	1.9162	1.8353	1.7575	1.6831	1.6128
1.40	1.2890	1.2824	1.2611	1.2410	1.2220	1.2096
1.48	0.9764	0.9763	0.9768	0.9783	0.9809	0.9847
1.56	0.8294	0.8316	0.8395	0.8486	0.8589	0.8705
1.64	0.7730	0.7756	0.7850	0.7955	0.8072	0.8203
1.72	0.7555	0.7775	0.7845	0.7927	0.8021	0.8128
1.80	0.8206	0.8211	0.8234	0.8267	0.8312	0.8370
1.88	0.9062	0.9043	0.8987	0.8943	0.8911	0.8993
1.96	1.0287	1.0233	1.0663	0.9909	0.9770	0.9651
2.00	1.0990	1.0917	1.0686	1.0472	1.0278	1.0106
2.04	1.1735	1.1643	1.1351	1.1079	1.0827	1.0519
2.12	1.3275	1.3140	1.2712	1.2307	1.1928	1.5779
2.20	1.3968	1.3817	1.3335	1.2878	1.2447	1.2048
2.28	1.3159	1.3052	1.2700	1.2373	1.2055	1.1755
2.36	1.1841	1.1790	1.1625	1.1461	1.1300	1.1144
2.44	1.0552	1.0549	1.0536	1.0520	1.0500	1.0477
2.52	0.9653	0.9677	0.9756	1.9830	0.9899	0.9961
2.60	0.9058	0.9098	0.9227	0.9352	0.9473	0.9587
2.68	0.9615	0.9626	0.9662	0.1698	0.9734	0.9771
2.76	0.9854	0.9851	0.9841	0.9836	0.9832	0.9833
2.84	0.9892	0.9886	0.9867	0.9852	0.9841	0.9834
2.92	0.9775	0.9775	0.9776	0.9778	0.9784	0.9792
3.00	0.9744	0.9748	0.9760	0.9774	0.9789	0.9805



Oprirea calculului se face atunci cînd diferența dintre ultima funcție de intrare și funcția de ieșire corespunzătoare este mai mică decît o cantitate stabilită anterior funcție de precizia cu care vrem să lucrăm.

În figura 3 sînt prezentate funcțiile de distribuție pentru diferite temperaturi.

În tabel sînt trecute valorile numerice ale funcțiilor pentru diferite valori ale parametrilor.

Aceste funcții permit evaluare timpilor de relaxare nucleari pentru cristale lichide nematice pentru un model de relaxare în aceste substanțe propus de Ursu și Florea [9]

BIBLIOGRAFIE

1. *P. Debye, F. Mencke*, Phys. Zeit, 31, 797(1930).
2. *J. G. Kirkwood*, Documents on Modern Physics Gordon and Breach, 1968, Bernie Alder editor.
3. *M. Born*, S. B. Phys. Math. 25, 614 (1916).
4. *G. Szivessy*, Z. Phys., 34, 475, (1925).
5. *W. Maier, A. Saupe*, Z. Naturforsch 13 a, 564, (1958).
6. *A. J. Van der Merwe*, Z. Phys., 196, 212, 333, (1966).
7. *S. Chandrasekhar, N. V. Madhudsudana*, Acta Cryst., A27, 303, (1971).
8. *J. G. Kirkwood et al.*, J. of Ch. Phys., 18, 1040, (1950).
9. *I. Ursu, C. Florea*, International Symposium on Liquid Crystals, 1974, Portoroz Yugoslavia.

Kirkwood's Method for Nematic Mesomorphism

The molecular distribution function according to Kirkwood's theory is computed. The intermolecular potential in usual liquids is a Lennard-Jones potential, while in liquid crystals this is an anisotropic potential given by Maier, Saupe and Chandrasekhar theory. The equations which give the distribution function can be solved numerically by an interative process using M. S. Ch. potential and a Born-Green kernel. As an example the nuclear relaxation times dependence upon liquid crystal specific parameters can be explained with the aid of this distribution function.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 1

C.Z. 621.318.4
53.831

ELECTROTEHNICĂ

OPTIMUM TEHNICO-ECONOMIC ÎN CONSTRUCȚIA BOBINELOR DE FILTRARE CU MIEZ FEROMAGNETIC

C. BĂILĂ, M. COVRIG, LUXANDRA TOGUI, P. BOCHIAN*

În lucrare se prezintă o metodă de proiectare optimă a bobinelor de filtrare care funcționează în regim nesaturat, după criteriul volumului, masei sau prețului de cost minim.

Metoda prezentată este generalizată pentru bobinele de filtrare saturabile cu parametrii impuși în două regimuri de funcționare ; se prezintă o metodă de determinare directă a soluției constructive ; se analizează influența diferiților parametri constructivi asupra soluției optime din punct de vedere tehnico-economic.

Introducere

Bobinele cu miez feromagnetic saturabile sînt utilizate în acționările moderne de curent continuu, cu schemă antiparalel, reversibile, avînd dublu rol : limitarea curentului de circulație și filtrarea armonicilor din curentul de sarcină al motorului de c.c. Datorită funcționării reversibile aceeași bobină trebuie să îndeplinească ambele roluri fiind caracterizată prin două regimuri nominale : regimul nesaturat, de limitare, caracterizat prin valoarea L_0 a inductivității care trebuie să rămînă constantă cel puțin pînă la curentul I_0 și regimul saturat de filtrare, în care valoarea $L < L_0$ a inductivității trebuie să fie atinsă cel mai tîrziu la curentul impus I.

În literatura de specialitate se propun diferite metode pentru calculul bobinelor saturabile.

Metoda propusă de Fritz Kümmel [1] este aproximativă și iterativă singura restricție pe care și-o impune fiind satisfacerea valorilor în cele două regimuri nominale. Calculul nu ține seama de nici un criteriu de optimizare.

În [2] se propune o metodă de proiectare a bobinelor cu miez feromagnetic saturabil în ipoteza minimului de volum sau a minimului de greutate, indicîndu-se valori ale dimensiunilor constructive de bază în raport cu o unitate de lungime convențională care ține seama de valorile nominale în regim nesaturat L_0 și I_0 și de solicitările electrice și magnetice ale materialelor. Metoda nu ia în considerare distanțele de izolație în fereastră, ceea ce face ca soluția reală să se îndepărteze de optimul presupus și nu impune valoarea inductivității în regim saturat, cazul acestor bobine putînd fi rezolvat doar printr-un calcul iterativ grafo-analitic.

Manuscris predat redacției la data de 6 decembrie 1979
* Prof. dr. ing., Șef. lucrări ing., Șef lucrări ing. Catedra Mașini electrice ; Ing. I.C.P.E.

În lucrarea de față se prezintă mai întîi o metodă analitică de optimizare a construcției bobinelor, pornindu-se de la valoarea inductivității pe care trebuie s-o aibă bobina nesaturată; valoarea inductivității corespunzătoare funcționării la curentul nominal de sarcină urmează să fie realizată prin dimensionarea corespunzătoare a miezului feromagnetic, care poate fi prevăzut eventual cu istmuri saturabile.

În a doua parte a lucrării se prezintă o metodă de calcul numeric pentru cazul mai general cu considerarea valorilor inductivității în cele două regimuri particulare.

Pentru simplificare, notațiile pentru care nu sînt date explicații în text sînt cuprinse în anexa 1.

2. Proiectarea bobinelor cu miez feromagnetic în regim nesaturat.

Neglijînd tensiunea magnetică și energia în miezul feromagnetic, din datele nominale ale unei bobine cu miez feromagnetic și întrefier rezultă energia magnetică:

$$W_m = \frac{1}{2} L_0 I_0^2 = \frac{1}{2\mu_0} B_\delta^2 \cdot \delta \cdot S_{Fe} \tag{1}$$

și inducția

$$B_\delta = \mu_0 \frac{w I_0 \sqrt{2}}{\delta} \tag{2}$$

Înlocuind pe δ din relația (2) în relația (1) și introducînd densitatea de curent în conductor

$$J = \frac{I_0}{s_c} = \frac{wI_0}{S_c}, \tag{3}$$

rezultă:

$$W_m = \frac{1}{2} L_0 I_0^2 = \frac{1}{2} \sqrt{2}\, J B_\delta S_{Fe} S_c \tag{4}$$

deci produsul $S_{Fe} \cdot S_c$ este o constantă dependentă de datele nominale ale bobinei și de solicitările materialelor.

Optimizarea construcției bobinei se referă la stabilirea încă a unei relații între necunoscutele S_{Fe} și S_c, putînd aplica unul din următoarele criterii: masă totală minimă, cost minim al materialelor active, pierderi minime.

În acest scop se scriu relațiile care determină masele părților active, în raport cu care se calculează prețul de cost, masa totală sau pierderile. Se vor examina cele două tipuri constructive de bobine: cu miezul în manta și cu coloane (fig. 1).

La bobina cu miezul în manta (fig. 1 a) volumele aparente ale părților active, în ipoteza că secțiunile miezului și bobinei sînt de forma unor pătrate, sînt:

$$V_{Fe} = 2S_{Fe}(4\sqrt{S'_c} + \pi\sqrt{S_{Fe}}) \tag{5}$$

$$V_c = S'_c(4\sqrt{2S_{Fe}} + \pi\sqrt{S'_c}) \tag{6}$$

în care $S'_c = \frac{S_c}{k_u}$

Prețul de cost al părților active este:

$$C = c_{Fe}\gamma_{Fe}k_{Fe}V_{Fe} + c_c\gamma_c k_u V_c \tag{7}$$

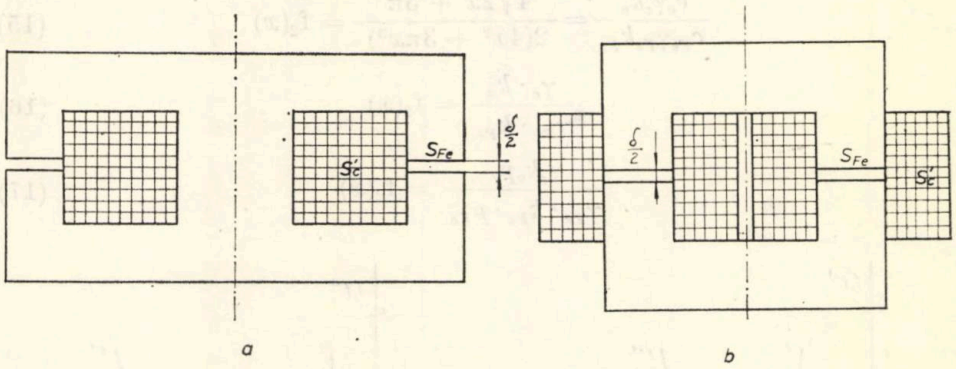


Fig. 1. Bobina cu miezul feromagnetic
a) în manta
b) cu coloane.

Din relațiile (5), (6) și (7) și ținînd seama că $S_{Fe} \cdot S'_c = k$ se obține pentru cost expresia:

$$C = c_{Fe}\gamma_{Fe}k_{Fe}2(4\sqrt{kS_{Fe}} + \pi\sqrt{S_{Fe}^3}) + c_c\gamma_c k_u\left(4\sqrt{2k^2}\frac{1}{\sqrt{S_{Fe}}} + \pi\frac{\sqrt{k^3}}{\sqrt{S_{Fe}^3}}\right), \tag{8}$$

care este minimă pentru:

$$2c_{Fe}\gamma_{Fe}k_{Fe}(4S_{Fe}\sqrt{S'_c} + 3\pi S_{Fe}\sqrt{S_{Fe}}) = c_c\gamma_c k_u(4S'_c\sqrt{2S_{Fe}} + 3\pi S'_c\sqrt{S'_c}) \tag{9}$$

Cu notația $x = \sqrt{\frac{S'_c}{S_{Fe}}}$, relația (9) devine:

$$\frac{c_c\gamma_c k_u}{c_{Fe}\gamma_{Fe}k_{Fe}} = \frac{2(4x + 3\pi)}{4\sqrt{2}\,x^2 + 3\pi x^3} = f_1(x) \tag{10}$$

Analog prin aplicarea criteriului masei totale minime se obține:

$$\frac{\gamma_c k_u}{\gamma_{Fe}k_{Fe}} = f_1(x) \tag{11}$$

iar prin aplicarea criteriului pierderilor totale minime rezultă:

$$\frac{\gamma_c \cdot k_u \cdot p_c}{\gamma_{Fe} \cdot k_{Fe} \cdot p_{Fe}} = f_1(x) \tag{12}$$

La bobina avînd miezul cu coloane (fig. 1 b) volumele aparente ale părților active sînt date de relațiile:

$$V_{Fe} = S_{Fe}(4\sqrt{2S'_c} + \pi\sqrt{S_{Fe}}) \tag{13}$$

$$V_c = 2S'_c(4\sqrt{S_{Fe}} + \pi\sqrt{S'_c}) \tag{14}$$

Cu aceste relaţii rezultă analog pentru diferitele criterii de optimizare (cost, masă, respectiv pierderi minime):

$$\frac{c_c\gamma_c k_u}{c_{Fe}\gamma_{Fe}k_{Fe}} = \frac{4\sqrt{2}x + 3\pi}{2(4x^2 + 3\pi x^3)} = f_2(x) \tag{15}$$

$$\frac{\gamma_c \cdot k_u}{\gamma_{Fe} \cdot k_{Fe}} = f_2(x) \tag{16}$$

$$\frac{\gamma_c k_u p_c}{\gamma_{Fe} \cdot k_{Fe} \cdot p_{Fe}} = f_2(x) \tag{17}$$

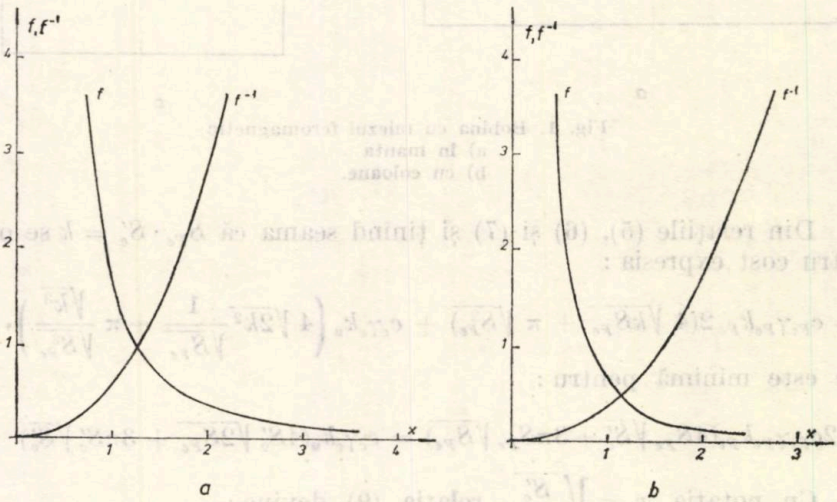


Fig. 2. Funcţiile f şi f^{-1} pentru bobina cu miezul feromagnetic
a) în manta b) cu coloane

În figura 2 sînt reprezentate funcţiile $f(x)$ şi $[f(x)]^{-1}$ pentru valorile uzuale ale raportului x, pentru bobina cu miezul în manta — $[f_1(x)]$ (fig. 2 a) şi pentru bobina cu coloane — $[f_2(x)]$ (fig. 2 b).

Pentru a determina influenţa abaterii parametrului x în raport cu valoarea optimă x_0 asupra funcţiilor cost, masă, pierderi totale, la o valoare dată a parametrului

$$\lambda = \left(\frac{c_c\gamma_c k_u}{c_{Fe}\gamma_{Fe}k_{Fe}}, \quad \frac{\gamma_c k_u}{\gamma_{Fe}k_{Fe}}, \quad \frac{\gamma_c k_u p_c}{\gamma_{Fe}k_{Fe}p_{Fe}} \right),$$

în raport cu valoarea optimă determinată după metoda de mai sus se calculează raportul $F(x)/F(x_0)$ după relaţia:

$$\frac{F(x)}{F(x_0)} = \frac{x_0^{\frac{3}{2}}}{x^{\frac{3}{2}}} = \frac{2(4x + \pi) + \lambda(4\sqrt{2}x^2 + \pi x^3)}{2(4x_0 + \pi) + \lambda(4\sqrt{2}x + \pi x_0^3)} \tag{18}$$

La o valoare dată a parametrului λ se determină din figura 2 valoarea optimă x_0 și se verifică raportul F/F_0 pentru diferite valori ale variabilei x. Raportul F/F_0 în funcție de x pentru diferite valori ale parametrului λ

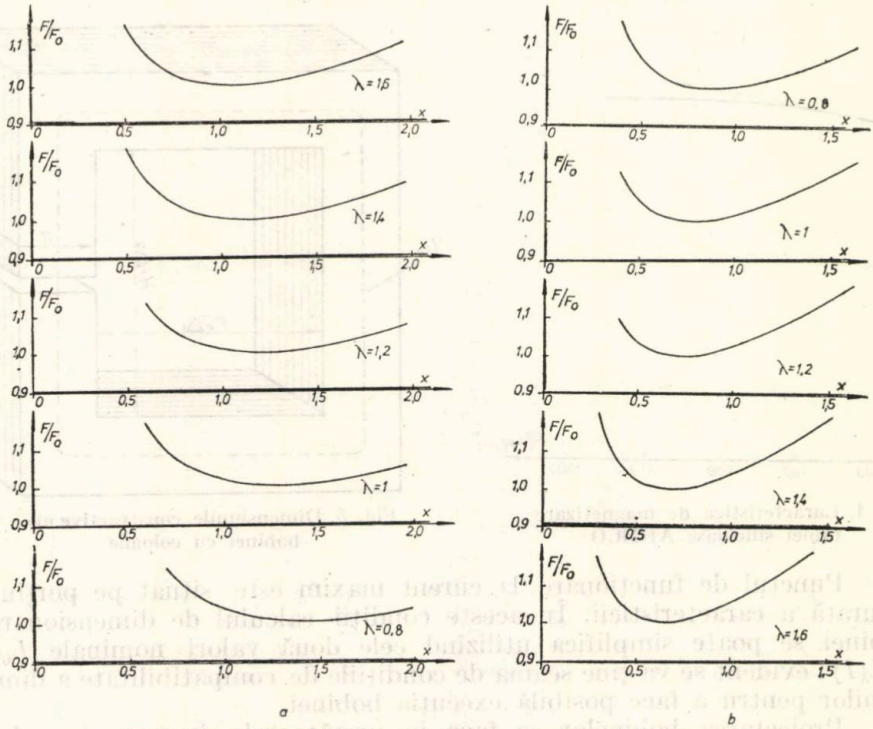


Fig. 3. Funcțiile F/F_0 pentru bobina cu miezul feromagnetic a) în manta b) cu coloane

s-a reprezentat în figura 3 pentru cele două tipuri de bobine. Se observă că, pentru orice valoare λ, curbele prezintă un minim aplatisat permițînd abateri față de valoarea x_0 în funcție de necesități, de exemplu la proiectarea unor serii unitare.

După dimensionarea bobinei cu inductivitatea L_0 în regim nesaturat se calculează valoarea inductivității acesteia la valoarea nominală a curentului de sarcină, considerîndu-se permeabilitatea magnetică finită a miezului corespunzătoare acestui regim; prin alegerea potrivită a raportului x în vecinătatea valorii x_0, se poate determina valoarea necesară a inducției magnetice în întrefier B_δ, respectiv în miezul feromagnetic, pentru ca inductivitatea bobinei în regim saturat să aibă valoarea prescrisă.

3. Proiectarea bobinelor cu miez feromagnetic saturabile cu valori impuse în două regimuri de funcționare.

Folosind o funcție analitică uzuală pentru caracteristica de magnetizare a materialului feromagnetic, proiectarea bobinei se poate efectua în funcție de valorile inductivității în regim nesaturat, respectiv saturat printr-o metodă numerică în condițiile de minim al prețului materialelor active sau de gabarit minim. Caracteristica de magnetizare a tablei silicioase

laminate la rece de tip ARMCO se poate aproxima cu bune rezultate în zona valorilor mari ale inducției magnetice cu o dreaptă de ecuație $B = B = \mu_{Fe}H + n$ (fig. 4)

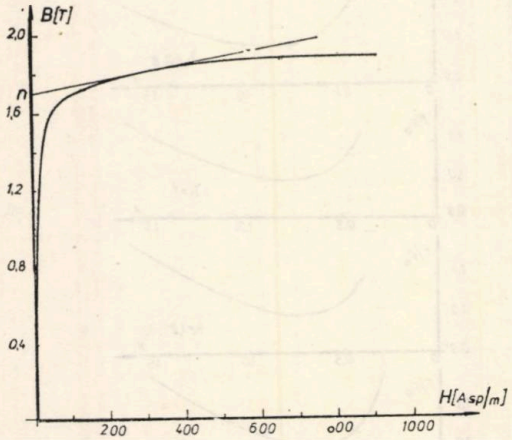


Fig. 4. Caracteristica de magnetizare tablei silicioase ARMCO

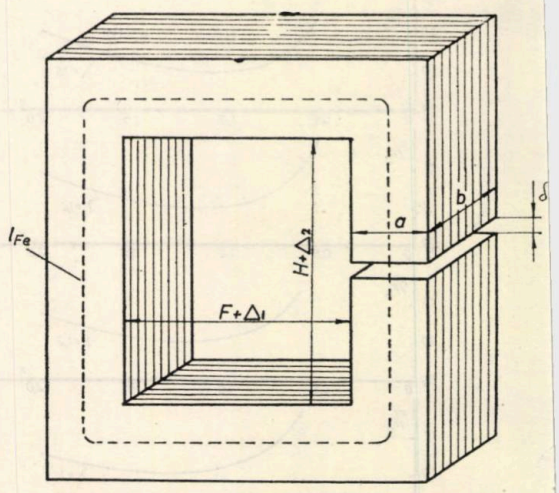


Fig. 5. Dimensiunile constructive ale bobinei cu coloane

Punctul de funcționare la curent maxim este situat pe porțiunea saturată a caracteristicii. În aceste condiții calculul de dimensionare a bobinei se poate simplifica utilizînd cele două valori nominale $L_0(I_0)$ și $L(I)$; evident se va ține seama de condițiile de compatibilitate a dimensiunilor pentru a face posibilă execuția bobinei.

Proiectarea bobinelor se face în următoarele ipoteze de calcul:

— se neglijează influența miezului feromagnetic în regim nesaturat.

— se neglijează evazarea liniilor de cîmp magnetic în zona întrefierului.

— în zona de saturație se consideră în calculul inductivității permeabilitatea magnetică dinamică $\mu_d = \dfrac{\Delta B}{\Delta H}$, determinată în jurul punctului de funcționare.

— se liniarizează caracteristica magnetică în zona saturată conform fig. 4.

— circuitul magnetic se realizează din tole de aceeași lățime.

— se cunosc distanțele de izolație, mărimea jocurilor necesare, dimensiunile canalelor de răcire

— se cunoaște factorul de umplere al bobinei $k_u = \dfrac{s_c}{s_{ciz}}$

Dimensiunile circuitului feromagnetic al bobinei în construcția cu coloane sînt conform figurii 5.

Pentru dimensionarea inductivității se folosesc următoarele relații:

— expresia de calcul a inductivității în regim nesaturat:

$$L_0 = \mu_0 \frac{w^2 S_{Fe}}{\delta} \tag{19}$$

— expresia de calcul a inductivității în regim saturat :

$$L = w^2 S_{Fe} \frac{1}{\frac{l_{Fe}}{\mu_{Fe}} + \frac{k_{Fe} \cdot \delta}{\mu_0}} \tag{20}$$

— ecuația caracteristicii de magnetizare :

$$B = \mu_{Fe} H + n \tag{21}$$

— ecuația circuitului magnetic, rezultată prin aplicarea legii circuitului magnetic pentru o curbă închisă formată de linia medie de cîmp :

$$wI = l_{Fe} \frac{B - n}{\mu_{Fe}} + \delta \frac{k_{Fe}}{\mu_0} B \tag{22}$$

Alegînd valoarea inducției în regim saturat — B, sistemul de ecuații (19)...(22) este nedeterminat în raport cu dimensiunile constructive ale bobinei — w, S_{Fe}, l_{Fe}, δ. Se poate considera ca variabilă independentă lărgimea întrefierului; funcție de acesta se poate scrie :

$$l_{Fe} = k_1 \delta \tag{23}$$

$$w = k_2 \delta \tag{24}$$

$$S_{Fe} = k_3 \frac{1}{\delta} \tag{25}$$

constantele k_1, k_2, k_3 fiind funcții de datele nominale ale bobinei, de inducție magnetică B și de constantele de material (Anexa 2).

Se observă că, la o valoare dată a inducției magnetice, volumul de fier

$$V_{Fe} = l_{Fe} \cdot S_{Fe} = k_1 k_3 \tag{26}$$

rămîne neschimbat; prin urmare optimizarea construcției bobinei este determinată de volumul de conductor.

Condiția de compatibilitate a problemei este determinată de posibilitatea așezării înfășurării în spațiul din fereastră, ținîndu-se seama de condițiile de răcire, respectiv de valoarea limită a densității de curent în conductor. Această condiție se exprimă printr-o inecuație de gradul 3 în $\sqrt{\delta}$ (anexa 3), care are o singură soluție reală și pozitivă, indiferent de valorile coeficienților :

$$m_1(\sqrt{\delta})^3 - m_5(\sqrt{\delta})^2 - m_3\sqrt{\delta} - m_2\beta \geqslant 0 \tag{27}$$

în care parametrul β este dat de relația

$$\beta^2 = \frac{a}{b} \tag{28}$$

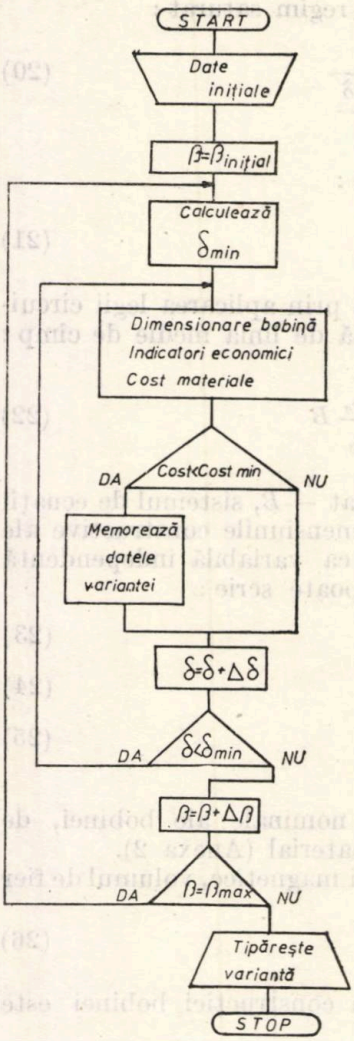


Fig. 6. Organigrama programului de calcul pentru proiectarea bobinelor cu miez feromagnetic saturabile.

prin urmare :

$$a = \beta \sqrt{\frac{S_{Fe}}{k_{Fe}}}; \qquad b = \frac{1}{\beta} \sqrt{\frac{S_{Fe}}{k_{Fe}}} \tag{29}$$

Valorile lărgimii întrefierului δ pentru care este satisfăcută inecuația (27) se află utilizînd relațiile lui Cardan ; astfel valoarea minimă necesară pentru întrefierul δ astfel încît problema să fie posibilă rezultă din relația (27) considerată ca ecuație. Pentru orice $\delta > \delta_{min}$, la solicitări B și j constante, compatibilitatea construcției bobinei este asigurată.

Metoda fiind analitică permite verificarea datelor cu precizie satisfăcătoare a tuturor datelor problemei fără nici un fel de calcul grafic. Aceasta a făcut posibilă automatizarea calculului de proiectare conform organigramei din figura 6. Logica programului de calcul urmărește succesiunea operațiilor pentru proiectarea unei variante de bobină pornindu-se de la datele nominale. Prin datele inițiale sînt alese inducția în fier și densitatea de curent în înfășurare și sînt date informații privind distanțele de izolație și tehnologice necesare pentru realizarea bobinei. În plus programul conține instrucțiuni de ciclare pentru modificarea parametrului β și mărirea întrefierului față de valoarea minimă rezultată. Criteriul de optimizare este costul materialelor active, programul reținînd drept optimă varianta cu cost minim. Programul este flexibil putînd fi adaptat și pentru studierea influ enței altor parametri ca :r aportul L_0/L sau punctul de funcționare în regim saturat (inducția B).

4. Analiza influenței unor parametri care intervin în proiectarea bobinelor cu miez feromagnetic saturabil.

În proiectarea bobinelor cu miez feromagnetic saturabil intervin mărimi funcționale impuse care trebuiesc satisfăcute de soluția acceptată și parametri aleși ale căror valori pot influența economicitatea construcției. Aceștia sînt solicitările materialelor active (inducția și densitatea de curent) și parametrii constructivi (întrefierul δ și factorul de formă β).

Studiul influenţei diferiţilor parametri asupra costului total al materialelor active s-a efectuat pe cazul concret al unor bobine cu următoarele date nominale :

	L_0(mH)	I_0(A)	L(mH)	I(A)	I_t(A)
B 1	60	10	25	25	30
B 2	25	20	9	65	50
B 3	25	25	10	60	70
B 4	25	25	6	75	130

Rezultatele calculelor sînt prezentate sub formă grafică în figurile 7, 8 şi 9. Analiza variaţiei costului în funcţie de diferiţii parametrii consideraţi ne conduce la următoarele concluzii :

Modificarea punctului de funcţionare în zona saturată a caracteristicii de magnetizare şi a mărimilor μ_{Fe} şi n care aproximează caracteristica în punctul considerat duce la schimbarea raportului între consumurile de materiale active pentru o bobină dată. Costul total este dependent de greutatea materialelor şi de preţul unitar al acestora ; la toate bobinele studiate a fost posibilă stabilirea unui minim pentru materialele active în zona saturată. Inducţia corespunzătoare costului minim diferă de la o bobină la alta ; se poate afirma însă că în cazul bobinelor pentru care raportul L_0/L este mare este avantajoasă realizarea unor valori ridicate ale inducţiei magnetice, în timp ce la valori mici ale raportului L_0/L este preferabilă situarea punctului de funcţionare în porţiunea imediat următoare cotului de saturaţie (fig. 7).

La o valoare constantă a inducţiei magnetice B, volumul fierului fiind constant, costul bobinei este determinat de minimul de material conductor. Volumul de conductor este influenţat de factorul de formă β prin schimbarea numărului de spije datorită modificării întrefierului minim, precum şi prin schimbarea lungimii spirei medii ceea ce determină scăderea volumului conductorului pentru un anumit domeniu de variaţie al parametrului β. Curba prezintă un minim aplatisat (fig. 8), pentru toate tipurile de bobine acesta putînd varia în limite relativ largi în jurul optimului (-12%, $+20\%$), fără ca preţul de cost să se abată cu mai mult de $\pm 0{,}25\%$. Valoarea factorului β se recomandă să fie cuprinsă în intervalul (0,45...0,85), indiferent de valoarea inducţiei în zona de saturaţie.

Din ecuaţia de compatibilitate a construcţiei bobinei se determină pentru fiecare valoare a factorului β o valoare minimă δ_{min} pentru care realizarea bobinei este posibilă. Pentru toate tipurile de bobine se constată (fig. 9) o dependenţă liniară a întrefierului în funcţie de acest factor. Pentru aceeaşi valoare a lui β se pot satisface datele nominale pentru orice valoare $\delta > \delta_{min}$. Analizînd influenţa întrefierului asupra costului înfăşurării, întrucît volumul miezului nu se modifică, se constată (fig. 8) o scădere a acestuia odată cu majorarea lărgimii întrefierului δ, datorită modificării lungimii spirei medii ca urmare a scăderii ariei secţiunii miezului S_{Fe}. Această scădere este mai pronunţată pentru valorile mari ale lui β.

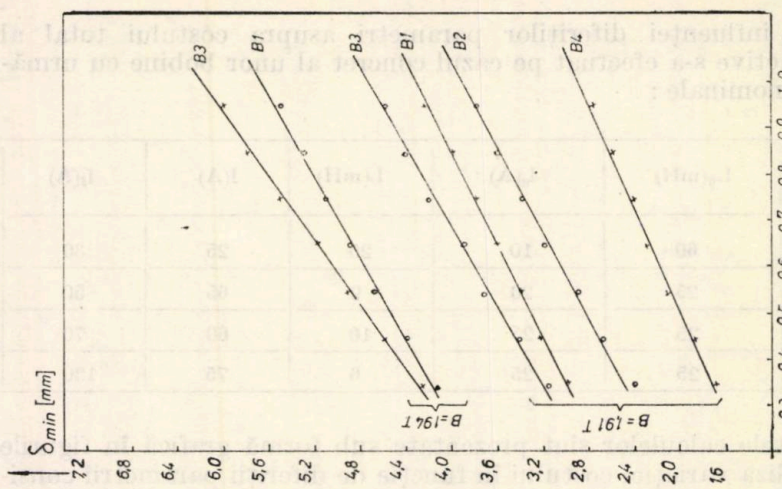


Fig. 9. Variația întrefierului minim în funcție de factorul de formă.

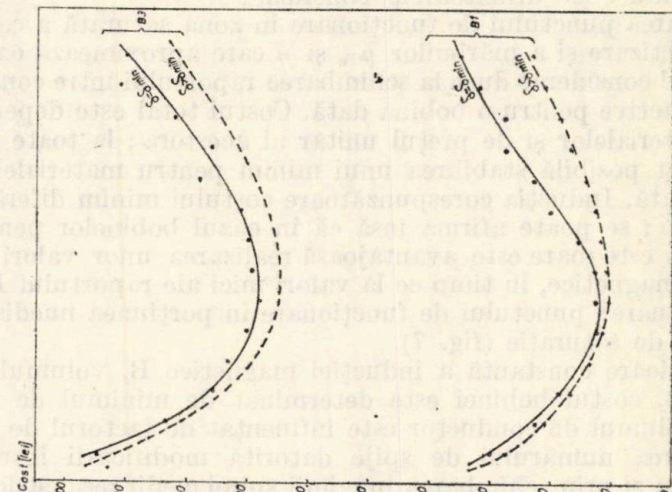


Fig. 8. Influența factorului de formă β asupra costului înfășurării la B = 1,94 T.

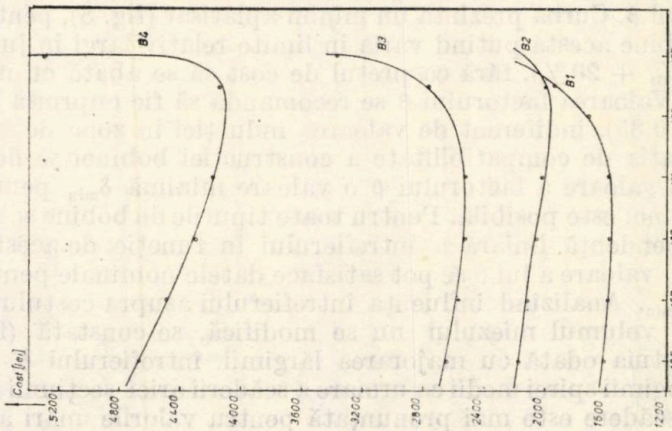


Fig. 7. Influența punctului de funcționare asupra costului bobinei.

Majorarea întrefierului conduce la aplatisarea mai pronunțată a curbei costului înfășurării în funcție de β, respectiv la un domeniu mai larg pentru factorul de formă al bobinei.

Concluzii.

Metoda de proiectare asistată de calculator a bobinelor cu miez feromagnetic saturabil prezentată în partea finală a lucrării, permite abordarea în orice criteriu de optimizare — volum minim, masă minimă, cost minim — a proiectării prin calcularea unui număr redus de variante în funcție de diferiții parametri variabili. Metoda reprezintă o extindere a metodei de optimizare a bobinelor în regim nesaturat prezentată în capitolul 2.

Soluția constructivă este determinată de valoarea întrefierului minim pentru care problema este compatibilă. Mărimile de care acesta depinde în principal sînt inducția magnetică la funcționarea în sarcină și factorul de formă al secțiunii transversale a miezului feromagnetic exprimat prin raportul lungimilor laturilor.

Anexa 1

Lista notațiilor utilizate în lucrare, fără explicații în text.

L_0 — valoarea inductivității în regim nesaturat
I_0 — curentul nominal în regim nesaturat
L — valoarea inductivității în regim saturat
I — curentul nominal în regim saturat
I_t — curentul termic al bobinei
B_δ — inducția în întrefier în regim nesaturat
B — inducția în miezul feromagnetic în regim saturat
J — densitatea de curent în conductor
δ — lungimea totală a întrefierului
S_{Fe} — secțiunea transversală a miezului feromagnetic
w — numărul total de spire al înfășurării bobinei
s_c — secțiunea transversală a conductorului neizolat
s_{ciz} — secțiunea transversală a conductorului izolat
S_c — secțiunea totală activă a conductoarelor
k_u — coeficientul de umplere al bobinei
k_{Fe} — coeficientul de umplere al miezului feromagnetic
c_{Fe} — prețul unitar al materialului feromagnetic
c_c — prețul unitar al materialului conductor
γ_{Fe} — greutatea specifică a materialului feromagnetic
γ_c — greutatea specifică a materialului conductor
p_{Fe} — pierderile specifice ale materialului feromagnetic
p_c — pierderile specifice ale materialului conductor
l_{Fe} — lungimea totală a circuitului feromagnetic al bobinei
F — lățimea totală a bobinei în fereastră
H — înălțimea totală a bobinei în fereastră
Δ_1 — suma distanțelor de izolație și a jocurilor pe direcția F.
Δ_2 — suma distanțelor de izolație și a jocurilor pe direcția H.

Anexa 2.

Dependența principalelor mărimi constructive ale bobinei de valoarea întrefierului.

Din relațiile : (1)...(4) ;

$$l_{Fe} = \left[\frac{\mu_{Fe}}{\mu_0} \left(\frac{L_0}{L} - k_{Fe} \right) \right] \delta = k_1 \delta$$

$$w = \frac{1}{I} \left[\left(\frac{B}{\mu_{Fe}} - \frac{n}{\mu_{Fe}} \right) l_{Fe} + \frac{k_{Fe} \cdot B}{\mu_0} \right] \delta = \frac{1}{I} \left[\frac{B - n}{\mu_{Fe}} k_1 + \frac{k_{Fe} B}{\mu_0} \right] \delta = k_2 \delta$$

$$S_{Fe} = \frac{L_0}{\mu_0} \delta \frac{1}{w^2} = \left(\frac{L_0}{\mu_0} \frac{1}{k_2^2} \right) \cdot \frac{1}{\delta} = k_3 \frac{1}{\delta}$$

Anexa 3.

Determinarea ecuației de compatibilitate a soluției.

Pentru ca soluția să fie posibilă trebuie ca suprafața ocupată de înfășurare să fie mai mică sau cel mult egală cu suprafața netă a ferestrei :

$$F \cdot H = \frac{w I_t}{k_u J}$$

Dar (fig. 5) : $$F + H = \frac{l_{Fe}}{2} - 2a - (\Delta_1 + \Delta_2)$$

Folosind expresiile (5), (6), (7), (10) se obține sistemul :

$$F + H = S = m_1 \delta - m_2 \frac{\beta}{\sqrt{\delta}} - m_3$$

$$F \cdot H = P = m_4 \delta$$

în care : $m_1 = \frac{k_1}{2}$; $m_2 = \sqrt{\frac{k_3}{k_{Fe}}}$; $m_3 = \Delta_1 + \Delta_2$; $m_4 = \frac{k_2 I_t}{k_u J}$

Pentru ca ecuația atașată pentru determinarea dimensiunilor F și H să aibă rădăcini reale și pozitive trebuie ca :

$$S \geq 2\sqrt{P},$$

sau $m_1(\sqrt{\delta})^3 - m_5(\sqrt{\delta})^2 - m_3\sqrt{\delta} - m_2\beta \geq 0$, cu $m_5 = 2\sqrt{m_4}$

BIBLIOGRAFIE

1. *Fritz, Kummel* : Elektrische antriebstechnik. New York. Springer Verlag Berlin Heidelberg, 1971.
2. *Burcea, T.* : Dimensionarea optimă a bobinelor de curent continuu după critieriul minimului de volum. Electrotehnica, nr. 3, 1979.
3. *Bălă, C.* : Proiectarea mașinilor electrice. București, E.D.P., 1967.
4. *Timotin, A. Hortopan, G. Ifrim, A. Preda, M* : Lecții de Bazele electrotehnicii. București, E.D.P., 1970.
5. *Kelemen, A. Imecs, M.* : Mutatoare. București, E.D.P., 1978.

Le calcul optimal des bobines de filtrage

Dans cet ouvrage on présente une méthode de calcul optimal des bobines de filtrage qui fonctionnent dans un régime nonsaturé, selon le critère du volume, de la masse ou du prix de cost minimal.

La mèthode présentée est généralisée pour les bobines de filtrage saturables, avec des paramètres imposées, en deux régimes de fonctionnement ; on présente une méthode de détermination directe de la solution constructive ; on analyse l'influence des différents paramètres constructifs sur la solution optimale du point de vue technique et économique.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 1

C.G.: 621.327.4

O NOUĂ CONSTRUCȚIE A BALASTURILOR CU REZONANȚĂ PENTRU LĂMPI FLUORESCENTE

PAUL DINCULESCU, MIHAI POPESCU*

În lucrare se analizează și se stabilește posibilitatea realizării unui nou tip de balast cu rezonanță pentru lămpile fluorescente de 40 W, utilizînd circuitul magnetic al balastului pentru lămpile cu vapori de mercur la înaltă presiune de 80 W. Se face un studiu comparativ cu balastul BRB—40 existent. Exprimînd mărimile electrice ale circuitului lămpii în unități relative, se studiază influența factorului de cuplaj al bobinelor balastului și influența raportului inductivităților bobinelor asupra funcționării schemei.

Introducere

Schemele fără starter pentru conectarea la rețea a lămpilor fluorescente asigură aprinderea lămpilor sub acțiunea tensiunii aplicate acestora concomitent cu preîncălzirea electrozilor, recomandîndu-se cu precădere în condiții speciale de funcționare a corpurilor de iluminat, cum ar fi :

— exploatare îndelungată la temperaturi sub $\approx 5°C$ sau în medii cu umiditate ridicată

— iluminatul încăperilor cu pericol de explozie

— iluminatul încăperilor industriale relativ înalte, cu multe corpuri de iluminat care nu sînt ușor accesibile (pentru înlocuirea starterelor uzate sau a lămpilor).

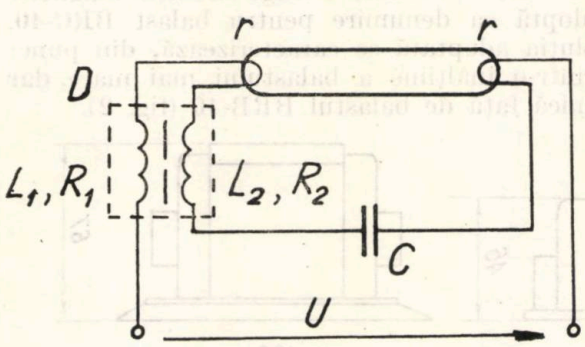


Fig. 1

Dintre schemele fără starter cunoscute [1, 2], schema cu rezonanță (fig. 1), care conține un drosel D cu două înfășurări și un condensator C, se distinge prin următoarele avantaje :

Manuscris predat redacției la data de 30 iunie 1979
* Conf. dr. ing.; As. ing., Catedra Măsuri și aparate electrice

— obținerea pe elementele schemei, imediat după conectarea la rețea, a unor valori ale tensiunii aplicate lămpii și ale curentului de preîncălzire a electrozilor suficiente pentru amorsarea rapidă a descărcării în lampă

— simplitatea construcției balastului

— factor de putere ridicat, fără măsuri suplimentare de compensare, condensatorul C servind atît pentru aprindere cît și pentru ameliorarea factorului de putere în timpul funcționării lămpii.

Pe acest principiu este realizat actualul balast BRB-40 destinat a fi utilizat împreună cu lămpile LFR-40 (prevăzute cu o fișie metalică exterioară dispusă în lungul tubului de sticlă).

Lucrarea de față își propune să analizeze posibilitatea realizării unui nou tip de balast cu rezonanță, comparînd soluția adoptată cu balastul BRB-40 existent.

1. Soluția constructivă și analiza ei

Avînd în vedere faptul că balasturile cu rezonanță reprezintă un procent redus din producția balasturilor inductive obișnuite, apare ca neeconomică realizarea unui balast complet independent de balasturile aflate în prezent în fabricație, care ar necesita scule și dispozitive speciale. Este deci indicat să se folosească, în primul rînd, tolele de la circuitele magnetice existente și, pe cît posibil, alte elemente comune cu balasturile din producția curentă.

Dintre soluțiile posibile, singura soluție acceptabilă constă în adoptarea unei construcții similare cu unul din balasturile BVF pentru lămpile cu vapori de mercur la înaltă presiune, la care circuitul magnetic posedă o fereastră suficient de mare pentru dispunerea celor două înfășurări. În vederea realizării unui gabarit cît mai redus, se alege circuitul magnetic al balastului BVF-80. Se adoptă ca denumire pentru balast BRC-40.

La o primă analiză, soluția adoptată se caracterizează, din punct de vedere al gabaritului, printr-o înălțime a balastului mai mare, dar o suprafață de așezare mai mică față de balastul BRB-40 (fig. 2).

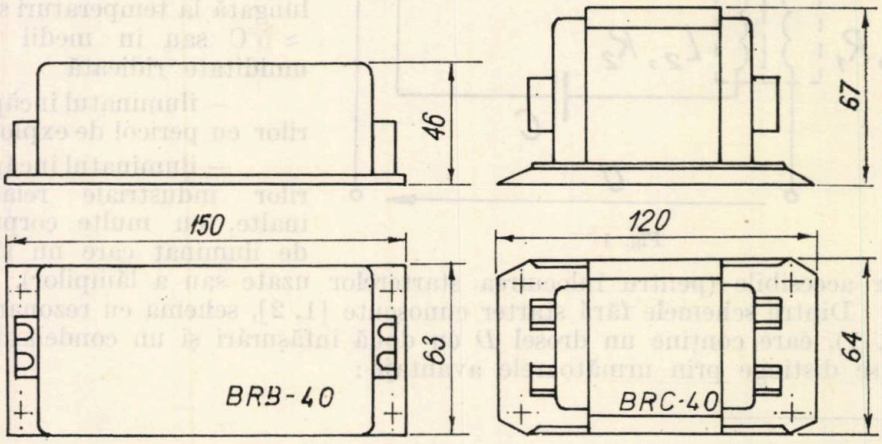


Fig. 2

Schița principială a circuitului magnetic al balastului BRC-40 este reprezentată în figura 3. Plasarea celor două bobine I și II de aceeași parte a întrefierului de lucru δ introduce o nesimetrie care se traduce prin inegalitatea inductivităților bobinelor, ceea ce se explică prin faptul

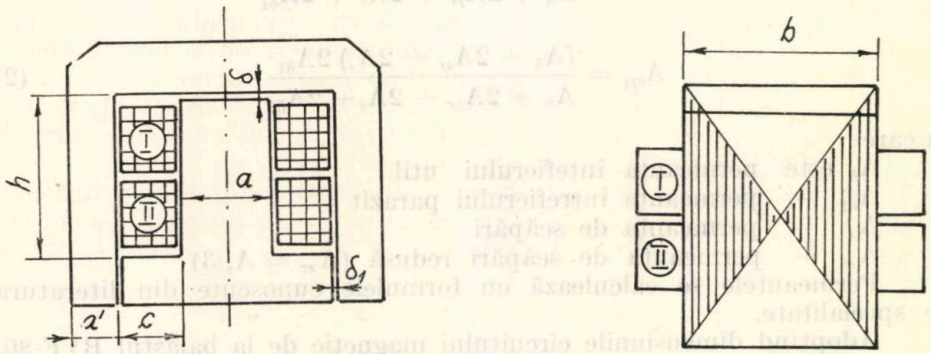


Fig. 3

că fluxul de scăpări se înlănțuie în mod diferit cu spirele înfășurărilor respective.

Schemele echivalente ale circuitului magnetic și transfigurarea lor, în cazul neglijării reluctanței fierului, sînt redate în figura 4.a pentru bobina I și în figura 4.b pentru bobina II

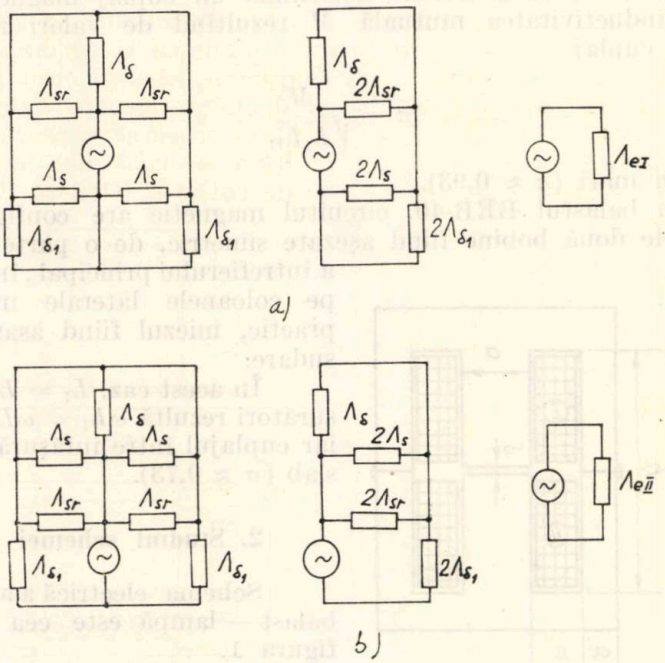


Fig. 4

Permeanţele echivalente vor avea expresiile :

$$\Lambda_{eI} = \frac{(\Lambda_\delta + 2\Lambda_{sr})(2\Lambda_s + 2\Lambda_{\delta 1})}{\Lambda_\delta + 2\Lambda_{sr} + 2\Lambda_s + 2\Lambda_{\delta 1}} \quad (1)$$

$$\Lambda_{eII} = \frac{(\Lambda_\delta + 2\Lambda_{sr} + 2\Lambda_s)\,2\Lambda_{\delta 1}}{\Lambda_\delta + 2\Lambda_{sr} + 2\Lambda_s + 2\Lambda_{\delta 1}} \quad (2)$$

în care

Λ_δ este permeanţa întefierului util
$\Lambda_{\delta 1}$ — permeanţa întrefierului parazit
Λ_s — permeanţa de scăpări
Λ_{sr} — permeanţa de scăpări redusă ($\Lambda_{sr} = \Lambda_s/3$)

Permeanţele se calculează cu formulele cunoscute din literatura de specialitate.

Adoptînd dimensiunile circuitului magnetic de la balastul BVF-80, valorile întrefierurilor $\delta = 0{,}8$ mm, $\delta_1 = 0{,}05$ mm şi considerînd acelaşi număr de spire N pentru ambele bobine (soluţie recomandabilă din punct de vedere tehnologic), inductivităţile bobinelor

$$L_I = N^2\Lambda_{eI}$$
$$L_{II} = N^2\Lambda_{eII}$$

vor rezulta inegale ($L_I/L_{II} \approx 0{,}8$).

Poziţia celor două bobine determină un cuplaj magnetic bun al bobinelor, inductivitatea mutuală M rezultînd de valori ridicate iar factorul de cuplaj

$$\sigma = \frac{M}{\sqrt{L_I L_{II}}}$$

avînd valori mari ($\sigma \approx 0{,}93$).

Pentru balastul BRB-40, circuitul magnetic are configuraţia din figura 5, cele două bobine fiind aşezate simetric, de o parte şi de alta a întrefierului principal ; întrefierurile pe coloanele laterale nu intervin practic, miezul fiind asamblat prin sudare.

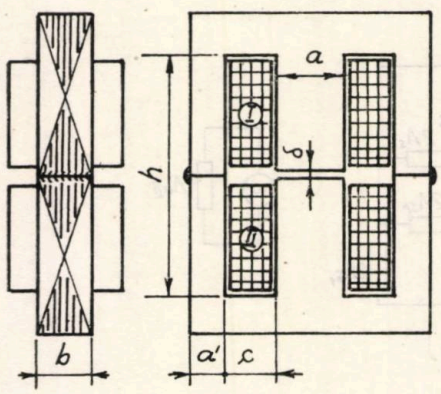


Fig. 5

În acest caz, $L_I = L_{II}$ (din măsurători rezultă $\omega L_I = \omega L_{II} \approx 430\ \Omega$) iar cuplajul între înfăşurări este mai slab ($\sigma \approx 0{,}73$).

2. Studiul schemei electrice

Schema electrică a ansamblului balast — lampă este cea redată în figura 1.

Din măsurătorile efectuate asupra lămpilor LFR-40 rezultă că

rezistențele electrozilor lămpii au valoarea $r \approx 2{,}5\ \Omega$ (în stare rece) — 13 Ω (în stare caldă) iar rezistențele înfășurărilor balastului, R_1 și R_2, nu depășesc 30 Ω. În aceste condiții, în calculul practic al schemei se pot neglija rezistențele r, R_1, R_2 în raport cu reactanțele X_1, X_2 care sînt de ordinul 400 Ω. Aceasta permite simplificarea relațiilor de calcul prezentate în literatură [3], ceea ce este util atît pentru proiectarea preliminară propriu-zisă a balastului cît și pentru analiza influenței diverșilor parametri asupra funcționării balastului.

Pentru etapa premergătoare amorsării descărcării în lampă, cînd are loc preîncălzirea electrozilor concomitent cu aplicarea unei tensiuni între electrozii lămpii, schema funcționează ca un circuit semirezonant

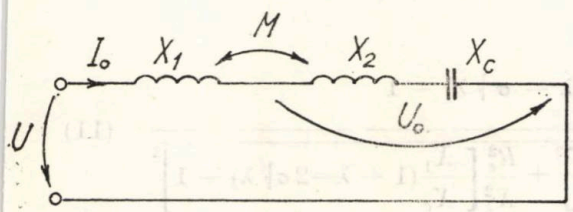


Fig. 6

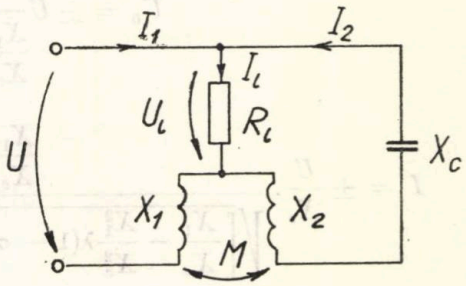


Fig. 7

(fig. 6) și este caracterizată prin mărimile de „mers în gol" (lampa neaprinsă) U_0, I_0 date de relațiile :

$$I_0 = \pm \frac{U}{X_1 + X_2 - 2X_M - X_c} \tag{3}$$

$$U_0 = \pm U \frac{X_2 - X_M - X_c}{X_1 + X_2 - 2X_M - X_c} \tag{4}$$

în care $X_1 = \omega L_1$, $X_2 = \omega L_2$, $X_M = \omega M$, $X_c = 1/\omega C$.

În regim permanent, după aprinderea lămpii, funcționarea poate fi ilustrată prin schema echivalentă din figura 7 conform căreia, în ipoteza unei variații sinusoidale, curentul prin lampă I rezultă din expresia (3)

$$I_l = \pm U \frac{X_2 - X_c - X_M}{\sqrt{[X_1(X_c - X_2) + X_M^2]^2 + R_l^2[X_1 + X_2 - 2X_M - X_c]^2}} \tag{5}$$

lampa fiind substituită prin rezistența sa echivalentă pusă constantă.

Cu notațiile

$$\lambda = \frac{X_2}{X_1} \tag{6}$$

$$\sigma = \frac{X_M}{\sqrt{X_1 X_2}} \tag{7}$$

din care rezultă

$$X_M = \sigma \sqrt{\lambda} X_1 \tag{8}$$

expresiile (3), (4) și (5) se scriu

$$I_0 = \pm \frac{U}{X_c\left[\frac{X_1}{X_c}(1 + \lambda - 2\sigma\sqrt{\lambda}) - 1\right]} \tag{9}$$

$$U_0 = \pm U \frac{\frac{X_1}{X_c}(\lambda - \sigma\sqrt{\lambda}) - 1}{\frac{X_1}{X_c}(1 + \lambda - 2\sigma\sqrt{\lambda}) - 1} \tag{10}$$

$$I = \pm \frac{U}{X_c} \cdot \frac{\frac{X_1}{X_c}(\lambda - \sigma\sqrt{\lambda}) - 1}{\sqrt{\left[\frac{X_1}{X_c} - \frac{X_1^2}{X_c^2}\lambda(1 - \sigma^2)\right]^2 + \frac{R_c^2}{X_c^2}\left[\frac{X_1}{X_c}(1 + \lambda - 2\sigma\sqrt{\lambda}) - 1\right]^2}} \tag{11}$$

Notînd, pentru o capacitate C dată,

$$\gamma = \frac{X_1}{X_c} \tag{12}$$

$$\beta = \frac{R_l}{X_c} \tag{13}$$

și avînd în vedere că raportul

$$\frac{U}{X_c} = I_c \tag{14}$$

are semnificația curentului minim absorbit de schemă, în perioada de preîncălzire, în cazul cuplajului ideal între înfășurările balastului ($\sigma = 1$), relațiile (9), (10) și (11) se pot pune sub forma

$$C_I = \frac{I_0}{I_c} = \pm \frac{1}{\gamma(1 + \lambda - 2\sigma\sqrt{\lambda}) - 1} \tag{15}$$

$$C_U = \frac{U_0}{U} = \pm \frac{\gamma(\lambda - \sigma\sqrt{\lambda}) - 1}{\gamma(1 + \lambda - 2\sigma\sqrt{\lambda}) - 1} \tag{16}$$

$$C_I' = \frac{I_l}{I_c} = \pm \frac{\gamma(\lambda - \sigma\sqrt{\lambda}) - 1}{\sqrt{[\gamma - \gamma^2\lambda(1 - \sigma^2)]^2 + \beta^2[\gamma(1 + \lambda - 2\sigma\sqrt{\lambda}) - 1]^2}} \tag{17}$$

În scopul stabilirii influenței factorului de cuplaj σ și raportului inductivităților înfășurărilor λ asupra mărimilor I_0, U_0 și I_l, s-au calculat, pe baza expresiilor (15), (16) și (17), și s-au trasat curbele $C_I = f_1(\sigma)$

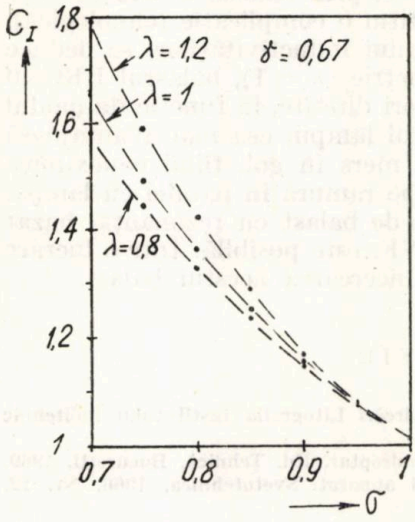


Fig. 8

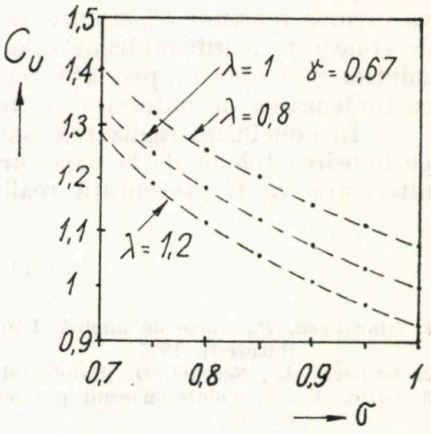


Fig. 9

(fig. 8), $C_u = f_2(\sigma)$ (fig. 9) și $C_I' = f_3(\sigma)$ (fig. 10) pentru cîte o valoare practică a rapoartelor γ și β, avînd ca parametru pe λ cu trei valori uzuale (0,8 ; 1 ; 1,2).

Concluzii

Din analiza curbelor prezentate în figurile 8, 9 și 10, rezultă că:

a) Un cuplaj magnetic foarte bun nu este avantajos nici în ceea ce privește curentul de preîncălzire, nici în privința tensiunii ce se aplică inițial lămpii, conducînd la valori mai mici ale celor două mărimi față de cazul unui cuplaj mai slab. În acest sens, avînd în vedere valorile factorilor de cuplaj redate în paragraful 2, este de așteptat ca balastul BRC-40 ($\sigma = 0,93$) să furnizeze mărimi de mers în gol inferioare celor furnizate de balastul BRB-40 ($\sigma = 0,73$), suficiente totuși pentru a permite aprinderea lămpii.

b) Influența factorului de cuplaj asupra curentului absorbit de lampă în regim permanent este mai puțin pronunțată decît influența asupra curentului de preîncălzire. Valorilor mai mici ale factorului de cuplaj le corespunde o influență mai mică a raportului inductivităților înfășurărilor balastului.

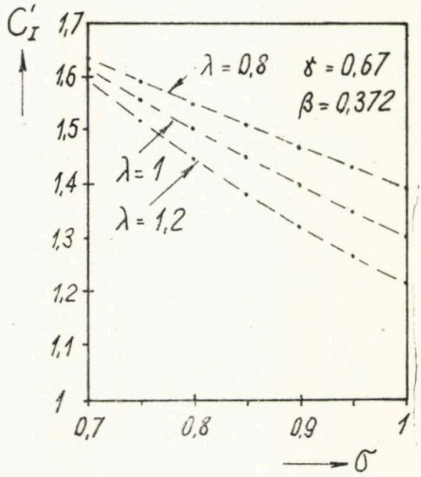


Fig. 10

c) Raportul inductivităților înfășurărilor balastului influențează foarte puțin curentul de preîncălzire a electrozilor lămpii, mai ales la factor de cuplaj mare și, deci, pentru balastul BRC-40 nu este necesar să se caute a se obține inductivități identice, prin realizarea înfășurărilor cu număr de spire diferit (ceea ce ar constitui o complicație tehnologică).

d) Avînd în vedere influența raportului inductivităților, se deduce că, față de balastul BRB-40 care este simetric ($\lambda = 1$), balastul BRC-40 va furniza tensiuni U_0 și curenți I_l de valori diferite, în funcție de modul de conectare a înfășurărilor sale în circuitul lămpii, cea mai avantajoasă soluție, mai ales în privința tensiunii de mers în gol, fiind conexiunea cu înfășurarea de inductivitate mai mică pe ramura în paralel cu lampa.

În concluzie, realizarea unui nou tip de balast cu rezonanță, bazat pe folosirea tolelor de la balasturile tip BVF, este posibilă. Într-o lucrare ulterioară va fi prezentată realizarea și încercarea acestui balast.

BIBLIOGRAFIE

1. *Dinculescu, P.*, Surse de lumină. Lămpi cu descărcări Litografia Institutului Politehnic București, 1977.
2. *Băilescu, Al., Savopol, D.*, Iluminatul electric. Îndreptar. Ed. Tehnică, București, 1969.
3. *Laşin, V. E.*, Polurezonansnii puskoreguliruiuşcii apparat. Svetotehnica, 1966, Nr. 12, 13—18.

Eine neue Resonanzvorschaltgeräte für Leuchtstoffröhren

In der Arbeit wird die Herstellungsmöglichkeit eines neuen Resonanzvorschaltgerätes für 40 W Leuchtstoffröhren analysiert und festgesetzt, wobei die Kernkonstruktion des Vorschaltgerätes für 80 W Quecksilberdampf-Hochdrucklampen verwendet wurde. Es wird eine vergleichende Abhandlung des Vorschaltgerätes BRB—40, das industriell hergestellt wird, gemacht. Mit den, in relativen Einheiten ausgedrückten elektrischen Grössen des Lampenstromkreises wird der Einfluss des magnetischen Kopplungsfakgors der Windungen des Vorschaltgerätes weise des Einfluss des Induktanzverhältnisses der Windungen auf die Funktions und der Schemas analysiert.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 1

C.Z.: 681.3.06
621.396.6

ALGORITM ȘI PROGRAM DE SIMULARE ȘI ANALIZĂ A CIRCUITELOR ELECTRICE ȘI ELECTRONICE DE C. A. LINIARE CU SURSE COMANDATE ȘI CUPLAJE MAGNETICE

MIHAI IORDACHE, DOINA ISTRĂTESCU*

În lucrare se prezintă doi algoritmi originali de analiză a circuitelor electrice și electronice liniare de c. a. care pot conține: surse comandate diport de orice tip, cuplaje magnetice, nulori și, în general, orice element multipol sau multiport care prezintă o schemă echivalentă formată numai din elemente ideale dipolare.

Un algoritm, se bazează pe metoda tensiunilor impedanțelor ramuri (din arbore), iar celălalt pe metoda curenților impedanțelor coarde (din coarbore). Conform cu acești algoritmi s-au efectuat două programe de calcul în limbaj FORTRAN IV pe calculatorul numeric FELIX C-256.

Introducere

Simularea și analiza circuitelor electrice și electronice de c. a. cu surse comandate și cuplaje magnetice complexe prezintă o deosebită importanță teoretică și practică în: proiectarea, construcția și exploatarea mașinilor, aparatelor, liniilor și instalațiilor electrice.

În ultimii ani au fost elaborate o serie de programe de analiză, sinteză, proiectare a circuitelor electrice (în prezenta lucrare noțiunea de *circuit electric* include atît așa zisul circuit electric „clasic" cît și pe cel electronic) [1—4]. Aceste programe sînt destul de complete, în sensul că permit atît analiza și sinteza circuitelor electrice liniare cît și a celor neliniare, în diverse regimuri de funcționare. De obicei aceste programe sînt elaborate de (sau) în colaborare cu firmele producătoare de calculatoare. Pentru utilizarea lor trebuie achiziționat fie numai programul de calcul respectiv, fie calculatorul.

Un program de simulare, analiză, sinteză și proiectare a circuitelor electrice este cu atît mai bun cu cît: circuitul studiat este mai complex, erorile de calcul sînt mai mici, dialogul dintre calculator și utilizator este mai simplu etc.

În centrele de calcul din țara noastră, înzestrate cu calculatoare produse de firma IBM, există un program de calcul al circuitelor electrice

Manuscris predat redacției la data de 1 septembrie 1979
* Șef lucrări dr. ing. Catedra Electrotehnică II; ing. I. T. C.

numit ECAP 1 (Electronic Circuit Analysis Program) [4]. Acest program permite ca circuitul analizat să conțină surse independente variabile în timp (specificînd valorile lor în cel mult 20 de momente de timp) și numai surse comandate de curent.

În lucrare se prezintă doi algoritmi originali de analiză a circuitelor electrice liniare de c. a., unul bazat pe metoda tensiunilor complexe de la bornele impedanțelor complexe ramuri (din arbore) și celălalt pe metoda curenților complecși ai impedanțelor complexe coarde (din coarbore).

Conform cu acești algoritmi s-au efectuat două programe de calcul în limbaj FORTRAN IV pe calculatorul FELIX C-256.

Circuitul electric liniar de c. a. analizat poate să conțină orice tip de sursă comandată diport, bobine cuplate magnetic, nulori și, în general, orice element multipol de circuit care prezintă o schemă echivalentă formată numai din elemente ideale dipolare.

1. Metoda tensiunilor impedanțelor ramuri

Sursele comandate sînt simulate prin scheme echivalente cu elemente dipolare (nulatoare, noratoare, impedanțe și admitanțe complexe) [5, 6]. Bobinele cuplate magnetic se modelează ca în figura 1. Pentru fiecare două bobine cuplate magnetic apar (fig. 1) două surse ideale de tensiune comandate în curent [8].

După ce sursele comandate, bobinele cuplate magnetic și elementele de circuit multipolare au fost modelate prin scheme echivalente cu elemente ideale dipolare, circuitul (astfel obținut) este constituit în exclusivitate din elemente dipolare ideale liniare. Fiecare latură a circuitului este formată dintr-un singur element dipolar ideal.

Observație

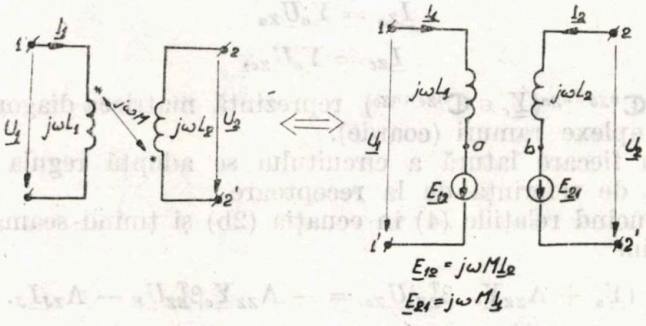
Dacă o latură de circuit este formată dintr-un rezistor, dintr-un condensator și dintr-o bobină conectate în serie, ea poate fi considerată ca fiind alcătuită dintr-un singur element de circuit caracterizat prin impedanța (admitanța) sa complexă.

Sursele comandate diport apar în structura unui circuit electric în urma înlocuirii dispozitivelor electronice cu scheme echivalente corespunzătoare regimului de funcționare al circuitului [1, 11] și în urma simulării cuplajelor magnetice (fig. 1).

Datele de intrare se introduc pe calculator astfel: fiecare latură a circuitului (în sensul definit mai sus) se specifică prin: nodul de unde pleacă; nodul unde ajunge; tipul (E, Z, J, nulatoare, noratoare) și partea reală și partea imaginară ale parametrului corespunzător.

Deoarece nulatoarele și noratoarele au o comportare diferită din punctul de vedere al tensiunii și al curentului [5—9], pentru scrierea sistematică a teoremelor Kirchhoff se asociază circuitului examinat două grafe: unul de curent G^I și altul de tensiune G^U [6—8]. Se selectează același arbore normal (de referință) în cele două grafe numit *arbore normal comun* (*ANC*) (*arborescență sau pădure normală comună* în cazul circui-

telor neconexe) [6–9]. ANC trebuie să conțină toate sursele ideale independente de tensiune (SIIT) și nici o sursă ideală independentă de curent (SIIC). Dacă nu este posibil ca toate SIIT să fie conținute în arbore, înseamnă că există o buclă formată numai din SIIT și circuitul respectiv este nedeterminat. Cazul în care ANC conține o SIIC este echivalent



1. Simularea bobinelor cuplate magnetic

cu prezența unei suprafețe de secțiune intersectată numai de laturi formate din SIIC și circuitul este, ca și în cazul precedent, nedeterminat. Prezența acestor bucle și suprafețe de secțiune este depistată de program și programul se oprește indicînd un mesaj de eroare corespunzător. Teorema de existență a unui ANC este prezentată în [7].

În metoda tensiunilor impedanțelor ramuri se aleg ca variabile independente tensiunile complexe de la bornele impedanțelor complexe ramuri (din arbore).

Matricele incidențelor esențiale (MIE), Λ, β, corespunzătoare celor două grafe G^I, G^U se partiționează astfel:

$$\Lambda = \begin{matrix} \\ E \\ Z \end{matrix} \begin{matrix} \begin{matrix} a/c & Z_c & J \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} \Lambda_{EZ} & \Lambda_{RJ} \\ \Lambda_{ZZ} & \Lambda_{ZJ} \end{bmatrix} \end{matrix}; \quad \beta = \begin{matrix} \\ E \\ Z_a \end{matrix} \begin{matrix} \begin{matrix} a/c & Z_c & J \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} \beta_{EZ} & \beta_{ZJ} \\ \beta_{ZZ} & \beta_{ZJ} \end{bmatrix} \end{matrix}, \tag{1}$$

unde: $\Lambda \in \mathbb{N}^{n_a \times n_c}$, $\beta \in \mathbb{N}^{n_a \times n_c}$; n_a (n_c) fiind numărul laturilor arborelui (coarborelui).

În conformitate cu partiționarea (1), teoremele Kirchhoff în complex au formele

T I K (T K C)

$$\underline{I}_E = -\Lambda_{RZ}\underline{I}_{Zc} - \Lambda_{EJ}\underline{I}_J \tag{2a}$$

$$\underline{I}_{Za} = -\Lambda_{ZZ}\underline{I}_{Zc} - \Lambda_{ZJ}\underline{I}_J \tag{2b}$$

și

T II K (T K U)

$$\underline{U}_{Zc} = \beta_{EJ}^T\underline{U}_E + \beta_{ZZ}^T\underline{U}_{Za} \tag{3a}$$

$$\underline{U}_J = \beta_{EJ}^T\underline{U}_E + \beta_{RJ}^T\underline{U}_{Za} \tag{3b}$$

în care, de exemplu, $\underline{I}_{Zc} \in \mathbb{C}^{nZc}$ reprezintă vectorul curenților complecși (mai corect vectorul imaginilor în complex simplificat al intensităților curenților) impedanțelor coarde.

Relațiile $\underline{I} - \underline{U}$, conform legii lui Ohm, pentru laturile pasive au formele

$$\underline{I}_{Za} = \underline{Y}_a \underline{U}_{Za} \tag{4a}$$

$$\underline{I}_{Zc} = \underline{Y}_a \underline{U}_{Zc}, \tag{4b}$$

unde: $\underline{Y} \in \mathbb{C}^{nZa \times nZa}$ ($\underline{Y}_c \in \mathbb{C}^{nZc \times nZc}$) reprezintă matricea diagonală a admitanțelor complexe ramuri (coarde).

Pentru fiecare latură a circuitului se adoptă regula de asociere a sensurilor de referință de la receptoare.

Introducînd relațiile (4) în ecuația (2b) și ținînd seama de ecuația (3a) se obține

$$(\underline{Y}_a + \Lambda_{ZZ} \underline{Y}_c \beta_{ZZ}^T) \underline{U}_{Za} = - \Lambda_{ZZ} \underline{Y}_c \beta_{EZ}^T \underline{U}_E - \Lambda_{ZJ} \underline{I}_J. \tag{5}$$

Sistemul de ecuații (5) reprezintă sistemul de ecuații al tensiunilor impedanțelor ramuri. Cunoscînd vectorul tensiunilor complexe de la bornele impedanțelor complexe ramuri se pot calcula, conform algoritmului descris la paragraful 2, curenții și tensiunile laturilor circuitului.

2. Algoritmul de calcul corespunzător metodei tensiunilor impedanțelor ramuri

1) Se rezolvă sistemul de ecuații algebrice liniare cu coeficienți complecși, (5).

2) Cu relația (4a) se determină vectorul curenților complecși din impedanțele complexe ramuri, $\underline{I}_{Za}$.

3) Se calculează, cu relația (3a), vectorul tensiunilor impedanțelor coarde, $\underline{U}_{Zc}$.

4) Se determină cu relația (4b) vectorul curenților impedanțelor coarde, $\underline{I}_{Zc}$.

5) Cu relația (2a) se calculează vectorul curenților SIIT, $\underline{I}_E$.

6) Se determină cu relația (3b) vectorul tensiunilor de la bornele SIIC, $\underline{U}_J$.

Valabilitatea rezultatelor obținute se verifică cu ajutorul bilanțului puterilor aparente complexe sau cu ajutorul bilanțului puterilor active și reactive. Însă înainte de acesta trebuie să determinăm curenții surselor ideale de tensiune comandate în curent sau tensiune și tensiunile de la bornele surselor ideale de curent comandate în tensiune sau în curent.

De fapt, prin simularea surselor comandate cu scheme echivalente cu elemente ideale dipolare, acestea se înlocuiesc cu elemente ideale pasive de circuit (impedanțe, admitanțe) ce ocupă topologic, poziții diferite în cele două grafe. Deci, în ultimă instanță, sursele comandate ideale sînt niște impedanțe (admitanțe) care ocupă poziții diferite din punctul de vedere al curentului și al tensiunii [5—9].

Prin urmare, mulțimea impedanțelor include, într-o ordine arbitrară, și mulțimea impedanțelor prin care sînt modelate sursele coman-

date, giratoarele, cuplajele magnetice și, în general, toate elementele multipolare care prezintă o schemă echivalentă cu elemente ideale dipolare.

Prin metoda expusă mai sus cît și prin cea prezentată în paragraful 3, pentru sursele comandate se determină numai mărimea comandată, adică tensiunea (curentul) sursei dacă este sursă de tensiune (curent) comandată în curent sau tensiune.

Pentru a determina valorile complexe ale curenților prin sursele ideale de tensiune comandate se aplică (în circuitul inițial, în care sursele comandate nu sînt simulate prin scheme echivalente cu elemente dipolare) teorema întîi Kirchhoff în complex pe un set independent de suprafețe de secțiune care interesectează aceste surse. Pentru a calcula valorile complexe ale tensiunilor de la bornele surselor ideale comandate de curent se aplică (în circuitul inițial) a doua teoremă Kirchhoff în complex pe un set independent de bucle care conțin aceste surse.

7) Se determină, cu procedeul expus mai sus, curenții complecși ai surselor ideale de tensiune comandate și tensiunile complexe ale surselor ideale de curent comandate.

8) Se verifică bilanțul puterilor aparente complexe. Puterea aparentă complexă dată de surse este

$$\underline{S}_g = -\underline{U}_E\underline{I}_R^* - \underline{U}_J\underline{I}_J^* - \underline{U}_{ECo}\underline{I}_{ECo}^* - \underline{U}_{JCo}\underline{I}_{JCo}^*, \tag{6}$$

unde: $\underline{U}_{ECo}$, $\underline{I}_{ECo}$ ($\underline{U}_{JCo}$, $\underline{I}_{JCo}$) sînt vectorii complecși tensiune, curent ai surselor ideale de tensiune (curent) comandate. În relația (6) apare semnul minus în membrul drept deoarece s-a adoptat regula de asociere a sensurilor de referință de la receptoare.

Puterea aparent complexă consumată în impedanțele circuitului are expresia

$$\underline{S}_Z = \underline{U}'_{Za}\underline{I}'^*_{Za} + \underline{U}'_{Zc}\underline{I}'^*_{Zc}, \tag{7}$$

în care $\underline{U}'_{Za}$, $\underline{I}'_{Za}$ ($\underline{U}'_{Zc}$, $\underline{I}'_{Zc}$) sînt vectorii complecși tensiune, curent ai impedanțelor ramuri (coarde) din care s-au exclus impedanțele ramuri (coarde) prin care au fost simulate sursele comandate.

Dacă valorile complexe ale curenților și tensiunilor obținute sînt corecte, trebuie să se verifice egalitatea

$$\underline{S}_g = \underline{S}_Z \tag{8}$$

3. Metoda curenților impedanțelor coarde

În această metodă se aleg ca variabile independente curenții impedanțelor coarde, $\underline{I}_{Zc}$. Relațiile $\underline{U} - \underline{I}$, conform legii Ohm, pentru laturile pasive se scriu sub forma

$$\underline{U}_{Za} = \underline{Z}_a\underline{I}_{Za} \tag{9a}$$

$$\underline{U}_{Zc} = \underline{Z}_c\underline{I}_{Zc}, \tag{9b}$$

în care: $\underline{Z}_a \in \mathbb{C}^{n_{Za}\times n_{Za}}$ ($\underline{Z}_c \in \mathbb{C}^{n_{Zc}\times n_{Zc}}$) este matricea diagonală a impedanțelor complexe ramuri (coarde). De fapt, matricele $\underline{Z}_a$, $\underline{Z}_c$ sînt inversele matricelor $\underline{Y}_a$, $\underline{Y}_c$.

Introducînd relaţiile (9) în ecuaţia (3a) şi ţinînd seama de ecuaţia (2b) rezultă

$$(\underline{Z}_c + \beta_{ZZ}^T \underline{Z}_a \Lambda_{ZZ})\underline{I}_{Zc} = -\beta_{ZZ}^T \underline{Z}_a \Lambda_{ZJ} \underline{I}_J + \beta_{EZ}^T \underline{U}_E. \quad (10)$$

Sistemul de ecuaţii algebric liniar (10) reprezintă sistemul de ecuaţii al curenţilor impedanţelor coarde. Altfel spus, ecuaţiile (10) sînt ecuaţiile circuitului în curenţii impedanţelor coarde.

4. Algoritmul de calcul corespunzător metodei curenţilor impedanţelor coarde

1) Se rezolvă sistemul algebric liniar (10).

2) Cu relaţia (9b) se calculează vectorul tensiunilor complexe de la bornele impedanţelor coarde, $\underline{U}_{Zc}$.

3) Se determină cu relaţia (2b) vectorul curenţilor complecşi din impedanţele complexe ramuri, $\underline{I}_{Za}$.

4) Cu relaţia (9a) se calculează vectorul tensiunilor complexe de la bornele impedanţelor complexe ramuri, $\underline{U}_{Za}$.

5) Se determină, conform relaţiei (2a), vectorul curenţilor complecşi din SIIT, $\underline{I}_E$.

6) Se calculează cu relaţia (3b) vectorul tensiunilor complexe de la bornele SIIC, $\underline{U}_J$.

7) Se determină, cu procedeul prezentat în paragraful 2, curenţii complecşi ai surselor ideale de tensiune comandate şi tensiunile complexe de la bornele surselor ideale de curent comandate.

8) Se verifică, cu metodica expusă în paragraful 2, bilanţul puterilor aparente complexe.

5. Descrierea programelor de calcul

În conformitate cu cei doi algoritmi prezentaţi în paragrafele 2 respectiv 4, s-au efectuat două programe de calcul pe calculatorul FELIX C-256 în limbaj FORTRAN IV, [9].

Cele două programe diferă între ele numai prin subrutina care formează ecuaţiile (5), (10), (presupunînd cunoscute MIE Λ, β) şi care funcţie de tensiunile impedanţelor ramuri, respectiv curenţii impedanţelor coarde calculează celelalte mărimi (tensiuni, curenţi) ale circuitului analizat.

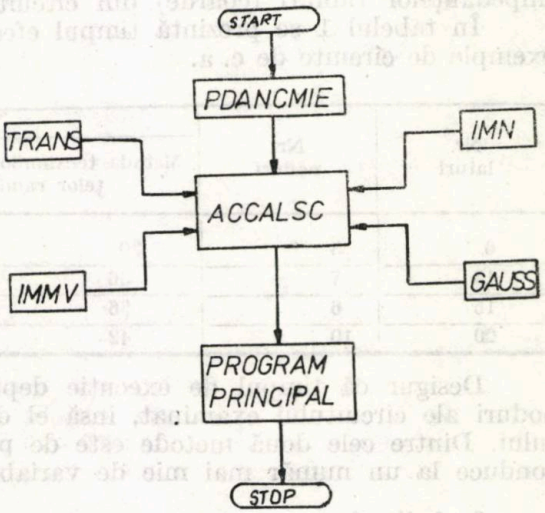
Una din cele mai dificile şi complicate probleme în analiza circuitelor electrice pe calculator este aceea de scriere automată (direct de către calculator) a ecuaţiilor circuitului ce guvernează regimul de funcţionare studiat. Această problemă se simplifică dacă se pot determina direct pe calculator ANC şi MIE Λ, β (partiţionate ca în (1)). Pentru determinarea ANC şi a MIE Λ, β, am utilizat metoda şi programul expuse în [7].

În figura 2 este prezentată organigrama de principiu a celor două programe de calcul.

Dimensiunile tablourilor utilizate în programe au fost stabilite ţinînd seama de numărul maxim de laturi şi de numărul maxim de noduri

ale circuitului analizat. În cazul prezentelor programe 80 laturi, respectiv 40 noduri. Dacă circuitul studiat depășește acest număr de laturi sau de noduri se modifică, dacă memoria calculatorului permite, corespunzător dimensiunilor tuturor tablourilor.

PDANCMIE (Program de Determinare a ANC și a MIE) determină arborele normal comun corespunzător celor două grafe G^I, G^U și matricele incidențelor esențiale Λ, β. Descrierea detaliată a acestui program este prezentată în [7, 9]. Datele sînt introduse pe calculator într-o ordine arbitrară. PDANCMIE are o subrutină de ordonare a datelor în ordinea: E, Z, J, nulatoare, noratoare. Prima linie a matricelor Λ, β, este formată din numerele de ordine ale laturilor din coarbore, iar prima coloană conține numerele de ordine ale laturilor din arbore.



2. Organigrama de principiu a programelor de calcul

Subrutina ACCALSC (Analiza Circuitelor de C. A. Liniare cu Surse Comandate) formează mai întîi ecuațiile (5), (10) și apoi, conform algoritmilor prezentați în paragraful 2, 4, analizează circuitul electric dat. Ea utilizează subrutinele: GAUSS, IMM, IMMV și TRANS.

Subrutina GAUSS rezolvă pe baza algoritmului Gauss [3, 10], sistemul algebric liniar cu coeficienți complecși (5), respectiv (10). Subrutina IMM înmulțește două matrice între ele. Subrutina IMMV înmulțește o matrice cu un vector. Subrutina TRANS transpune o matrice.

Programele de analiză a circuitelor electrice liniare de c. a. cu surse comandate (PACELCASC) prezentate, permit analiza circuitelor electrice liniare de c.a. cu nulori. Cei doi algoritmi expuși în paragraful 2, respectiv 4, rămîn aceiași pînă la punctul 6 inclusiv. Punctele 7 și 8 se modifică după cum urmează.

7) Se determină valorile complexe ale curenților și tensiunilor noratoarelor. Pentru determinarea curenților complecși prin noratoare se aplică (în circuitul inițial) teorema întîi Kirchhoff în complex pe un set independent de suprafețe de secțiune care intersectează aceste noratoare. Pentru calculul tensiunilor complexe de la bornele noratoarelor se aplică (în circuitul inițial) a doua teoremă Kirchhoff pe un set independent de bucle care conțin aceste noratoare.

8) Se verifică bilanțul puterilor aparente complexe. Puterea aparentă complexă primită de circuit de la sursele independente și de la noratoare (se presupune că noratoarele dau putere circuitului) este

$$\underline{S}_g = -\underline{U}_E\underline{I}_E^* - \underline{U}_J\underline{I}_J^* - \underline{U}_{\text{nor}}\underline{I}_{\text{nor}}^*, \qquad (11)$$

în care : $\underline{U}_{nor}$, $\underline{I}_{nor}$ sînt vectorii complecşi tensiune, curent ai noratoarelor.

Puterea aparentă complexă consumată de impedanţele circuitului este

$$\underline{S}_Z = \underline{U}_{Za}\underline{I}^*_{Za} + \underline{U}_{Zc}\underline{I}^*_{Zc}, \tag{12}$$

unde : $\underline{U}_{Za}$, $\underline{I}_{Za}$ ($\underline{U}_{cZ}$, $\underline{I}_{Zc}$) sînt vectorii complecşi tensiune, curent ai tuturor impedanţelor ramuri (coarde) din circuit.

În tabelul 1 se prezintă timpul efectiv de execuţie pentru cîteva exemple de circuite de c. a.

Tabelul 1

Nr. laturi	Nr. noduri	Timp de execuţie [s]	
		Metoda tensiunilor impedanţelor ramuri	Metoda curenţilor impedanţelor coarde
6	3	30	31
13	7	36	32
15	6	36	37
20	10	42	41

Desigur că timpul de execuţie depinde de numărul de laturi şi noduri ale circuitului examinat, însă el depinde şi de structura circuitului. Dintre cele două metode este de preferat, în principiu, cea care conduce la un număr mai mic de variabile independente.

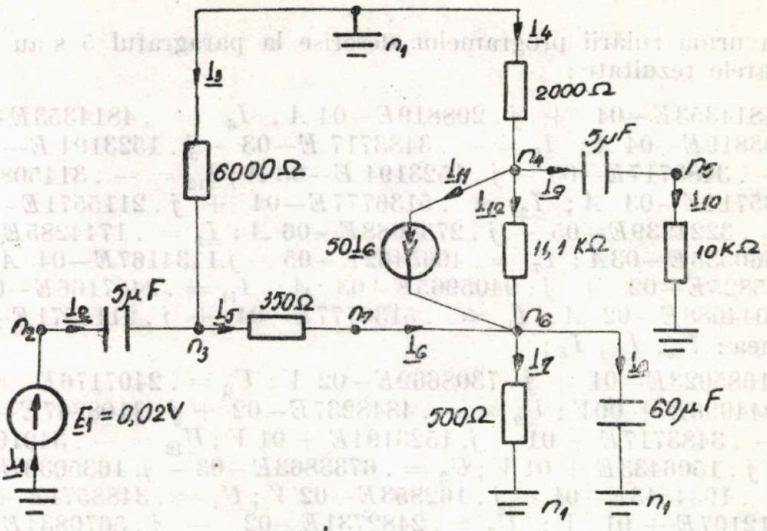
6. Aplicaţie

În figura 3, a s-a reprezentat schema echivalentă a unui amplificator cu emitor comun, indicîndu-se nodurile, valorile parametrilor şi sensurile curenţilor, iar în figura 3, b schema echivalentă cu elemente dipolare a sursei ideale de curent comandată în curent [5, 6].

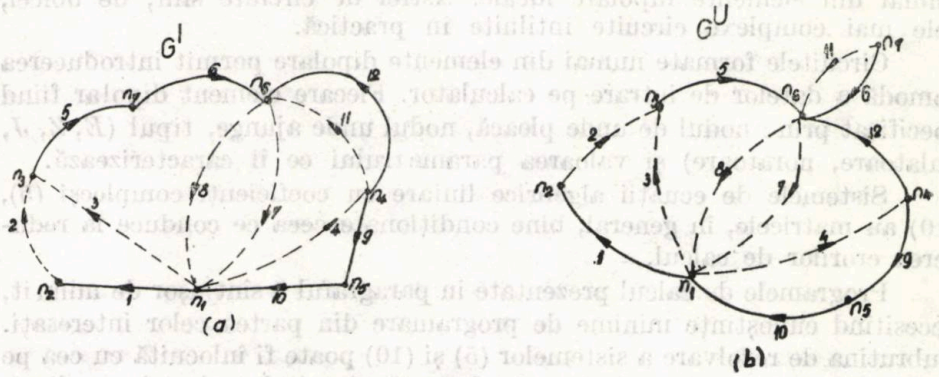
Ţinînd seama de comportarea nulatoarelor şi noratoarelor din punctul de vedere al curentului şi al tensiunii, în figura 4, a (figura 4, b) s-a reprezentat graful de curent (tensiune) G^I (G^U). Laturile ANC sînt desenate în figurile 4a, b prin linii continui, iar laturile coarborelui asociat prin linii întrerupte.

MIE Λ, β au expresiile

$$\Lambda = Z_a \begin{matrix} a/c \\ E \\ 5 \\ 6 \\ 9 \\ 10 \end{matrix} \overbrace{\begin{matrix} 2 & 3 & 4 & 7 & 8 & 11 \end{matrix}}^{Z_c} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}; \quad \beta = Z_a \begin{matrix} a/c \\ E \\ 5 \\ 6 \\ 9 \\ 10 \end{matrix} \overbrace{\begin{matrix} 2 & 3 & 4 & 7 & 8 & 11 \end{matrix}}^{Z_c} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}. \tag{13}$$



3. a) Schema echivalentă a unui amplificator cu emitor comun
b) Schema echivalentă cu elemente dipolare a sursei ideale de curent comandată în curent



4. Grafele circuitului
a) graful de curent G^I
b) graful de tensiune G^U

În urma rulării programelor descrise la paragraful 5 s-au obținut următoarele rezultate:

$\underline{I}_5 = .4814353E-04 + j.208819E-04\ A$; $\underline{I}_6 = .4814353E-04 + j.208819E-04\ A$; $\underline{I}_9 = -.3483717\ E-03 - j.1523194\ E-03\ A$; $\underline{I}_{10} = -.3483717E-03 - j.1523194\ E-03\ A$; $\underline{I}_{12} = -.3145088E-03 - j.135714E-03\ A$; $\underline{I}_2 = .5136777E-04 + j.2115571E-04\ A$; $\underline{I}_3 = -.3224239E-05 - j.2738088E-06\ A$; $\underline{I}_4 = .1744285E-02 + j.7560535E-03A$; $\underline{I}_7 = .4965462E-05 - j.1134167E-04\ A$; $\underline{I}_8 = .2135825E-02 + j.9405965E-03\ A$; $\underline{I}_{11} = .2407166E-02 + j.1044088E-02\ A$; $\underline{I}_1 = .5136777E-04 + j.2115571E-74\ A$, în ordinea: $\underline{I}_{Za}$, $\underline{I}_{Zc}$, $\underline{I}_E$;

$\underline{U}_5 = .1685023E-01 + j.7308662E-02\ V$; $\underline{U}_6 = .2407176E + 00 + j.1044096E + 00V$; $\underline{U}_9 = -.4848237E-02 + j.1108867E-01\ V$; $\underline{U}_{10} = -.3483717E + 01 - j.1523194E + 01\ V$; $\underline{U}_{12} = -.3491048E + 01 - j.1506433E + 01\ V$; $\underline{U}_2 = .6733863E-03 - j.1635036E-02V$; $\underline{U}_3 = -.1934543E-01 - j.162853E-02\ V$; $\underline{U}_4 = .3488571E + 01 + j.1512107E + 01\ V$; $\underline{U}_7 = .2482731E-02 - j.5670834E-02V$; $\underline{U}_8 = .2495009E-02 - j.5665477E-02\ V$; $\underline{U}_{11} = .2407166E + 00 + j.1044087\ E + 00\ V$, în ordinea: $\underline{U}_{Za}$, $\underline{U}_{Zc}$, $\underline{U}_J$ și

$$\underline{S}_g = \underline{S}_Z = .9977745\ E-02 - j.1914795\ E04\ VA.$$

Timpul efectiv de calcul a fost de 40 secunde prin metoda tensiunilor impedanțelor ramuri și de 42 secunde prin metoda curenților impedanțelor coarde.

Concluzii

Cei doi algoritmi de analiză și simulare a circuitelor electrice și electronice de c. a. prezentați în lucrare sînt simpli, ușor programabil și permit ca circuitul studiat să conțină surse comandate ideale diport de orice tip, cuplaje magnetice, nulori, giratoare și, în general, orice element de circuit multipol sau multiport care prezintă o schemă echivalentă formată numai din elemente dipolare ideale. Astfel de circiute sînt, de obicei, cele mai eomplexe circuite întîlnite în practică.

Circuitele formate numai din elemente dipolare permit introducerea comodă a datelor de intrare pe calculator. Fiecare element dipolar fiind specificat prin: nodul de unde pleacă, nodul unde ajunge, tipul (E, Z, J, nulatoare, noratoare) și valoarea parametrului ce îl caracterizează.

Sistemele de ecuații algebrice liniare cu coeficienți complecși (5), (10) au matricele, în general, bine condiționate ceea ce conduce la reducerea erorilor de calcul.

Programele de calcul prezentate în paragraful 5 sînt ușor de mînuit, necesitînd cunoștințe minime de programare din partea celor interesați. Subrutina de rezolvare a sistemelor (5) și (10) poate fi înlocuită cu cea pe care utilizatorul o consideră mai adecvată circuitului electric analizat. Programele expuse în paragraful 5 pot fi utilizate și în analiza circui-

telor electrice în regim periodic nesinusoidal, prin completarea lor cu o subrutină eficientă de descompunere în serie Fourier a mărimilor de excitație.

BIBLIOGRAFIE

1. *Jensen, W., Randall and McNamee, R., Lawrence,* Handbook of circuit analysis languages and techniques. Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, N. I., 1976.
2. *Calahan, A., Donald.* Computer-aided network design. Mc Graw-Hill, New York, 1972.
3. *Kuo and Magnuson.* Computer oriented circuit design. Prentice-Hall, New York, 1969.
4. ECAP. Electronic circuit analysis program. User's Manual, Third Edition, 1970.
5. *Cristea, P.,* E. A. E. Electrotehnica 23, nr. 4, mai 1976, p. 145—155.
6. *Iordache, M.,* E. E. A. Electrotehnica 25, nr. 1, ianuarie 1977, p. 33—42.
7. *Iordache, M., Tecuci, Gh.,* Rev. Roum. Sci. Techn., Électrotechn. et Énerg., nr. 3, 1977 p. 345—355.
8. *Iordache, M.,* E. E. A. Electrotehnica, nr. 8, sept. 1978, p. 104—110.
9. *Iordache, M.* PACE — Program de Analiză a Circuitelor Electrice. Biblioteca catedrei de Electrotehnică II, Inst. Polith. București.
10. *Carnahan, B., Wilkes, O. I.,* Digital computing and numerical methods. John Willey and sons, 1970.
11. *Herskowitz, J. G., Schilling, B., R.,* Semiconductor device modeling for computer-aided design. Mc Graw-Hill Book Company, New York, 1972.

Algorithm and program for simulating and analyzing electric and electronic A.C. networks with controlled sources and magnetic couplings

In this paper there are presented two original algorithms for analysis of the electric and electronic a. c. networks which can contain : quadripole controlled sources of any type, magnetic couplings and generally any kind multiport elements which have an equivalent scheme made up only by ideal two-terminal elements.

One of the algorithms is based on the tree branch impedances voltages method (of the tree) and the other on the link impedances currents method (of the co-tree).

According to these two algorithms two FORTRAN IV programs were achieved and processed on the digital computer FELIX C-256.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 1

C.Z. 537.533 : 621.385

DETERMINAREA TRAIECTORIILOR FASCICOLELOR DE ELECTRONI ÎN DISPOZITIVELE DE DEFLEXIE MAGNETICĂ

V.A. MĂRIEȘ*

Lucrarea prezintă modul în care se determină traiectoriile principale ale fascicolelor de electroni din tuburile cinescop, în vederea sintetizării prin analiză repetată a unui dispozitiv de deflexie magnetică ce să creeze pe ecran imagini liniare. Determinarea traiectoriilor principale se realizează prin integrarea ecuațiilor diferențiale de mișcare a electronilor cu metoda numerică Runge-Kutta, pe baza unui algoritm cu autocontrol și cu ajutorul unui program-sursă TRAIECT optimizat. Verificările experimentale, realizate cu ajutorul unei instalații ce permite modelarea fizică a parametrilor variabili, au confirmat întocmai traiectoriile predeterminate.

Considerații introductive

Una din proprietățile cele mai importante pe care trebuie să leaibă un dispozitiv de deflexie magnetică a fascicolelor de electroni este linearitatea imaginii obținute pe ecran. În vederea proiectării unor dispozitive de deflexie magnetică, ce să creeze pe ecran imagini lineare, este necesară o sinteză prin analiză repetată a traiectoriilor fasciculelor de electroni.

Dispozitivele de deflexie magnetică a fascicolelor de electroni sînt constituite în principiu dintr-o bobină pentru deflexia pe orizontală, o bobină pentru deflexia pe verticală și un miez de ferită. Datorită complexității configurației geometrice a acestor bobine și a prezenței miezului de ferită, problema tridimensională a determinării traiectoriilor nu poate fi rezolvată prin metode analitice exacte, pe de o parte. Considerarea repartiției tridimensionale a curenților de conducție din bobinele de deflexie conduce la un volum de date și calcule ce depășesc memoriile interne ale calculatoarelor pe care le avem la dispoziție în mod curent iar timpul de calcul devine și el neeconomic, pe de altă parte. Aceste considerente conduc la echivalarea bobinelor cu pînze ale curenților de conducție și la rezolvarea problemei cu metode numerice și cu sisteme de prelucrare automată.

Rezolvarea numerică pune în mod expres problema rentabilității economice a calculului. Prin urmare, algoritmul de calcul adoptat trebuie să realizeze un optim între factorul memorie internă și timpul de calcul.

Manuscris predat redacției la data de 2 aprilie 1979
* Asistent Catedra Electrotehnică I

În lucrarea de față se va expune modul în care se determină traiectoriile corecte ale fascicolelor de electroni din tuburile cinescop ce realizează pe ecran o imagine lineară, cu ajutorul programului-sursă TRAIECT optimizat, conceput în limbaj FORTRAN.

1. Modelul matematic pentru determinarea traiectoriilor fascicolelor de electroni

În sistemul triortogonal $Oxyz$, cu versorii $\bar{i}$, $\bar{j}$, $\bar{k}$, fiecare din electronii fascicolului se mișcă pe traiectorie sub acțiunea forței Lorentz:

$$\bar{F} = e \cdot (\bar{v} \times \bar{B}), \tag{2.1}$$

conform ecuației de mișcare:

$$m \cdot \bar{a} = e \cdot (\bar{v} \times \bar{B}) \tag{2.2}$$

unde m este masa de repaus a electronului, e sarcina electrică elementară a electronului,

$$\bar{v} = f \cdot \bar{i} + g \cdot \bar{j} + h \cdot \bar{k} \tag{2.3}$$

viteza electronului funcție de punct și timp,

$$\bar{a} = p \cdot \bar{i} + q \cdot \bar{j} + r \cdot \bar{k} \tag{2.4}$$

accelerația electronului funcție de punct și timp, iar

$$\bar{B} = B_x \cdot \bar{i} + B_y \cdot \bar{j} + B_z \cdot \bar{k} \tag{2.5}$$

este inducția magnetică, care, în intervalul de timp cît durează mișcarea electronului, de la catodul de emisie al tunului electronic pînă la punctul de impact cu ecranul sferic, poate fi considerată staționară și deci, doar funcție de punct.

Condițiile inițiale și la limită sînt următoarele:

$$x_0 = 0\,;\ y_0 = 0\,;\ z_0 = 0\,; \tag{2.6}$$

$$f_0 = b_0 = 0\,;\ g_0 = c_0 = 0\,;\ h_0 = d_0 = v_0\,;$$

unde, v_0 este viteza inițială obținută pe baza legii conservării energiei:

$$\frac{1}{2}\, m \cdot v_0^2 = e \cdot U, \tag{2.7}$$

U fiind tensiunea de accelerare, adică:

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot U \cdot e/m} \tag{2.8}$$

și e/m sarcina specifică a electronului.

Din ecuația vectorială a traiectoriilor (2.2), după substituirea mărimilor (2.3), (2.4), (2.5) și identificare, se obține sistemul scalar de ecuații :

$$\begin{cases} p = (g \cdot B_z - h \cdot B_y) \cdot e/m \\ q = (h \cdot B_x - f \cdot B_z) \cdot e/m \\ r = (f \cdot B_y - g \cdot B_x) \cdot e/m \end{cases} \tag{2.9}$$

Pentru integrarea acestui sistem scalar de ecuații diferențiale de ordinul doi se reduce ordinul lui prin următoarea substituție :

$$\begin{cases} f \equiv f_1(b\,;\ c\,;\ d\,;\ t) = b\,; \\ g \equiv f_2(b\,;\ c\,;\ d\,;\ t) = c\,; \\ h \equiv f_3(b\,;\ c\,;\ d\,;\ t) = d\,; \\ p \equiv f_4(b\,;\ c\,;\ d\,;\ t) = (c \cdot B_z - d \cdot B_y) \cdot e/m\,; \\ q \equiv f_5(b\,;\ c\,;\ d\,;\ t) = (d \cdot B_x - b \cdot B_z) \cdot e/m\,; \\ r \equiv f_6(b\,;\ c\,;\ d\,;\ t) = (b \cdot B_y - c \cdot B_x) \cdot e/m\,; \end{cases} \tag{2.10}$$

Integrarea numerică a sistemelor diferențiale de această formă se poate realiza prin metoda Runge-Kutta, cu pas fix, de ordinul patru, care dă soluția din aproape în aproape cu o eroare de trunchiere de ordinul cinci [3].

Dacă soluția la momentul t_0 este x, y, z, f, g, h, după intervalul de timp Δt, adică la momentul $t = t_0 + \Delta t$, soluția este :

$$\begin{cases} x = x_0 + \dfrac{\Delta t}{6}(z_{11} + 2 \cdot z_{12} + 2 \cdot z_{13} + z_{14}) \\ y = y_0 + \dfrac{\Delta t}{6}(z_{21} + 2 \cdot z_{22} + 2 \cdot z_{23} + z_{24}) \\ z = z_0 + \dfrac{\Delta t}{6}(z_{31} + 2 \cdot z_{32} + 2 \cdot z_{33} + z_{34}) \\ f = f_0 + \dfrac{\Delta t}{6}(z_{41} + 2 \cdot z_{42} + 2 \cdot z_{43} + z_{44}) \\ g = g_0 + \dfrac{\Delta t}{6}(z_{51} + 2 \cdot z_{52} + 2 \cdot z_{53} + z_{54}) \\ h = h_0 + \dfrac{\Delta t}{6}(z_{61} + 2 \cdot z_{62} + 2 \cdot z_{63} + z_{64}) \end{cases} \tag{2.11}$$

unde :

$$\begin{cases} z_{i1} = f_i(f_0;\ g_0;\ h_0;\ t_0),\ i = 1,\ 2,\ \ldots,\ 6 \\ z_{i2} = f_i\left(f_0 + \frac{1}{2} z_{41};\ g_0 + \frac{1}{2} z_{51};\ h_0 + \frac{1}{2} z_{61};\ t_0 + \frac{1}{2}\Delta t\right),\ i = 1,2,\ldots,6 \\ z_{i3} = f_i\left(f_0 + \frac{1}{2} z_{42};\ g_0 + \frac{1}{2} z_{52};\ h_0 + \frac{1}{2} z_{62};\ t_0 + \frac{1}{2}\Delta t\right),\ i = 1,2,\ldots,6 \\ i_4 = f\,(f_0 + z_{43};\ g_0 + z_{53};\ h_0 + z_{63};\ t_0 + \Delta t),\ i = 1,\ 2,\ldots,6 \end{cases} \tag{2.12}$$

Pentru sistemul diferențial al traiectoriei (2.10), prin notații vectoriale cu componentele în paranteză, algoritmul de integrare numerică dă soluția $\bar{X}(x;\ y;\ z)$, $\bar{X}'(f;\ g;\ h)$ de la momentul $t = t_0 + \Delta t$, cînd se cunoaște soluția $\bar{X}_0(_0;\ y_0;\ z_0)$, $\bar{X}_0'(f_0;\ g_0;\ h_0)$ de la momentul t_0, prin relațiile :

$$\begin{cases} \bar{X}(x;\ y:z) = \bar{X}_0(x_0;\ y_0;\ z_0) + \Delta t \cdot \bar{X}_0'(f_0;g_0;\ h_0) + \\ \qquad + \frac{1}{6}\Delta t^2 \sum_{j=1}^{3} \bar{Z}_j(z_{4j};\ z_{5j};\ z_{6j}) \\ \bar{X}'(f;\ g;\ h)_i^1 = \bar{X}_0'(f_0;\ g_0;\ h_0) + \frac{1}{6}\Delta t(\bar{Z}_1(z_{41};\ z_{51};\ z_{61}) + \\ + 2 \cdot \bar{Z}_2(z_{42};z_{52};\ z_{62}) + 2 \cdot \bar{Z}_3(z_{43};\ z_{53};\ z_{63}) + \bar{Z}_4(z_{44};\ z_{54};\ z_{64}));\end{cases} \tag{2.13}$$

unde :

$$\begin{cases} \bar{Z}_1(z_{41};\ z_{51};\ z_{61}) = (\bar{X}_0'(f_0;\ g_0;h_0) \times \bar{B}(B_x;\ B_y;\ B_z)) \cdot e/m \\ \bar{Z}_2(z_{42};\ z_{52};\ z_{62}) = ((\bar{X}_0'(f_0;\ g_0;\ h_0) + \frac{1}{2}\bar{Z}_1(z_{41};\ z_{51};\ z_{61})) \times \\ \qquad \times \bar{B}(B_x;\ B_y;\ B_z)) \cdot e/m \\ \bar{Z}_3(z_{43};\ z_{53};\ z_{63}) = ((\bar{X}_0'(f_0;\ g_0;\ h_0) + \frac{1}{2}\bar{Z}_2(z_{12};\ z_{52};z_{62})) \times \\ \qquad \times \bar{B}(B_x;\ B_y;\ B_z)) \cdot e/m \\ \bar{Z}_4(z_{44};\ z_{54};\ z_{64}) = ((\bar{X}_0'(f_0;\ g_0;\ h_0) + \bar{Z}_3(z_{43};\ z_{43};\ z_{13})) \times \\ \qquad \times \bar{B}(B_x;\ B_y;\ B_z)) \cdot e/m \end{cases} \tag{2.14}$$

Se observă că pentru integrarea sistemului diferențial al traiectoriei din aproape în aproape, în timp și spațiu, în afară de cunoașterea coordonatelor și componentelor vitezei de la momentul t_0, mai este necesar să se cunoască inducția magnetică $\bar{B}(B_x; B_y; B_z)$ din punctul P în care se află electronul la momentul t_0.

1.1. *Determinarea inducției magnetice în punctele traiectoriei*

Inducția magnetică într-un anumit punct de pe traiectoria electronului, necesară pentru a putea calcula pasul următor al iterației, se poate determina în două moduri.

Unul din aceste moduri este determinarea inducției magnetice în toate punctele unei rețele spațiale din spațiul util al bobinelor de deflexie străbătut de fascicolele de electroni. Inducția magnetică într-un anumit punct al traiectoriei se obține prin interpolarea inducțiilor magnetice din punctele vecine. Acest mod de determinare a inducției magnetice este neeconomic deoarece calculează inducția magnetică într-un număr foarte mare de puncte în raport cu numărul punctelor necesare pentru o traiectorie. Pe de altă parte, pentru fiecare traiectorie, distribuția spațială a inducției magnetice trebuie recalculată în toate punctele rețelei spațiale.

Un alt mod de determinare a inducției magnetice, necesare pentru trecerea la iterația următoare, este calculul ei efectiv numai în punctele de pe traiectorie. Acest mod de determinare a inducției magnetice este mult mai economic, din punct de vedere al timpului de calcul, și mult mai precis. Al doilea mod de determinare a inducției magnetice într-un punct al traiectoriei este realizat de programul-sursă CIMP.

2. Aplicație numerică la determiarea traiectoriilor fascicolelor de electroni din tuburile cinescop

Problema care se pune este de a calcula traiectoriile fascicolelor de electroni, în vederea sintetizării prin analiză repetată a unui dispozitiv de deflexie magnetică, ce să creeze imagini lineare pe ecranul tubului cinescop. În acest scop s-au folosit datele constructive și parametrii electrici ai tubului cinescop tip A31—120W, [1].

Tubul cinescop și dispozitivul de deflexie magnetică a fascicolelor de electroni este raportat la sistemul triortogonal de referință $Oxyz$, având axa Oz ca axă de simetrie, originea în planul tangent la baza bobinei de deflexie pe orizontală, axa Oy verticală și axa Ox orizontală, ca în Fig. 1. Bobinele de deflexie pe orizontală și verticală au fost înlocuite cu pînze de curenți de conducție echivalenți.

Vîrful V al ecranului sferic are coordonatele $V(0; 0; 161{,}67$ mm), centrul C al sferei din care face parte ecranul are coordonatele $C(0; 0; -473{,}33$ mm), iar colțul P din dreapta-sus al ecranului are coordonatele $P(129$ mm; 98 mm; 142 mm).

Tensiunea de accelerare aplicată tunului electronic din tubul cinescop este $U = -10$ kV, iar constantele universale au fost luate cu următoarele valori: $e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, $m = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg, $e/m = -1{,}75751 \cdot 10^{11}$C/kg.

2.1. *Descrierea programului-sursă conceput*

În vederea determinării traiectoriilor fascicolelor de electroni din tuburile cinescop a fost conceput programul-sursă TRAIECT, în limbaj FORTRAN, care realizează calculul traiectoriilor principale ale unui rastru, cu scopul de a sintetiza prin analiză repetată un rastru liniar, cînd

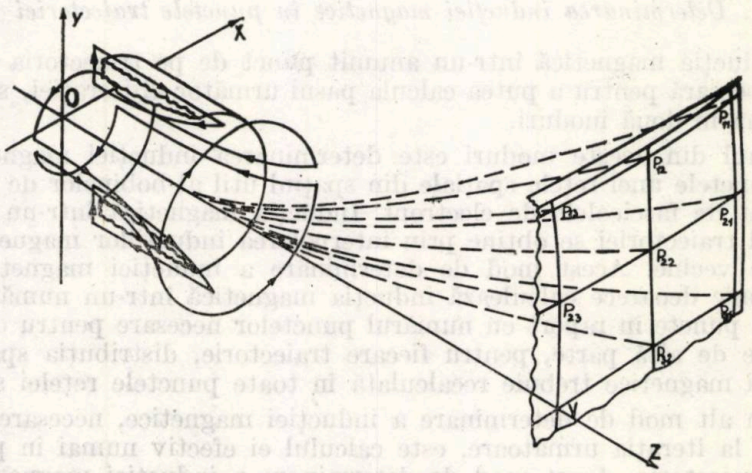


Fig. 1 — Dispozitivul de deflexie magnetică

parametrii dispozitivului de deflexie magnetică se modifică. Criteriul de optimizare a programului-sursă a constat în minimizarea timpului de calcul și utilizarea integrală a memoriei interne disponibile, utilizînd și tehnica segmentării. Programul-sursă TRAIECT este constituit din circa 1500 instrucțiuni și pretinde o memorie internă netă de circa 100 kocteți.

Programul-sursă TRAIECT este constituit dintr-un segment-rădăcină PRINCIP, ce conține programul principal și 3 subrutine, și pentru segmente-ramură: CIMP, FIELD, DISTRIB și FRPTGP, ce conțin 2 funcții și 14 subrutine multifuncționale. Programul principal este conceput astfel încît să se calculeze distribuția componentei normale la suprafața miezului de ferită numai atunci cînd se modifică vreun parametru ce o influențează, apelînd la segmentul-ramură DISTRIB, în celelalte cazuri fiind citită de pe cartele.

Pentru calculul inducției magnetice într-un punct al traiectoriei se apelează la segmentul-ramură FIELD.

Programul-sursă TRAIECT este conceput pe baza unui algoritm care conține autocontrolul fiecărei iterații. Iterațiile se fac cu un anumit pas în timp și coordonatele obținute la o iterație sînt comparate cu coordonatele obținute după două iterații cu pas în timp înjumătățit. În cazul în care se obține precizia dorită pasul este dublat, iar în cazul contrar înjumătățit, procesul iterativ fiind mai rapid convergent.

În urma rulării programului-sursă CIMP, s-a constatat că inducția magnetică din punctele spațiului cuprins între dispozitivul de deflexie magnetică și ecran, adică pentru 75 mm $\leqslant z \leqslant$ 162 mm, este cu trei ordine de mărime mai mic ca inducția magnetică în punctele din interiorul

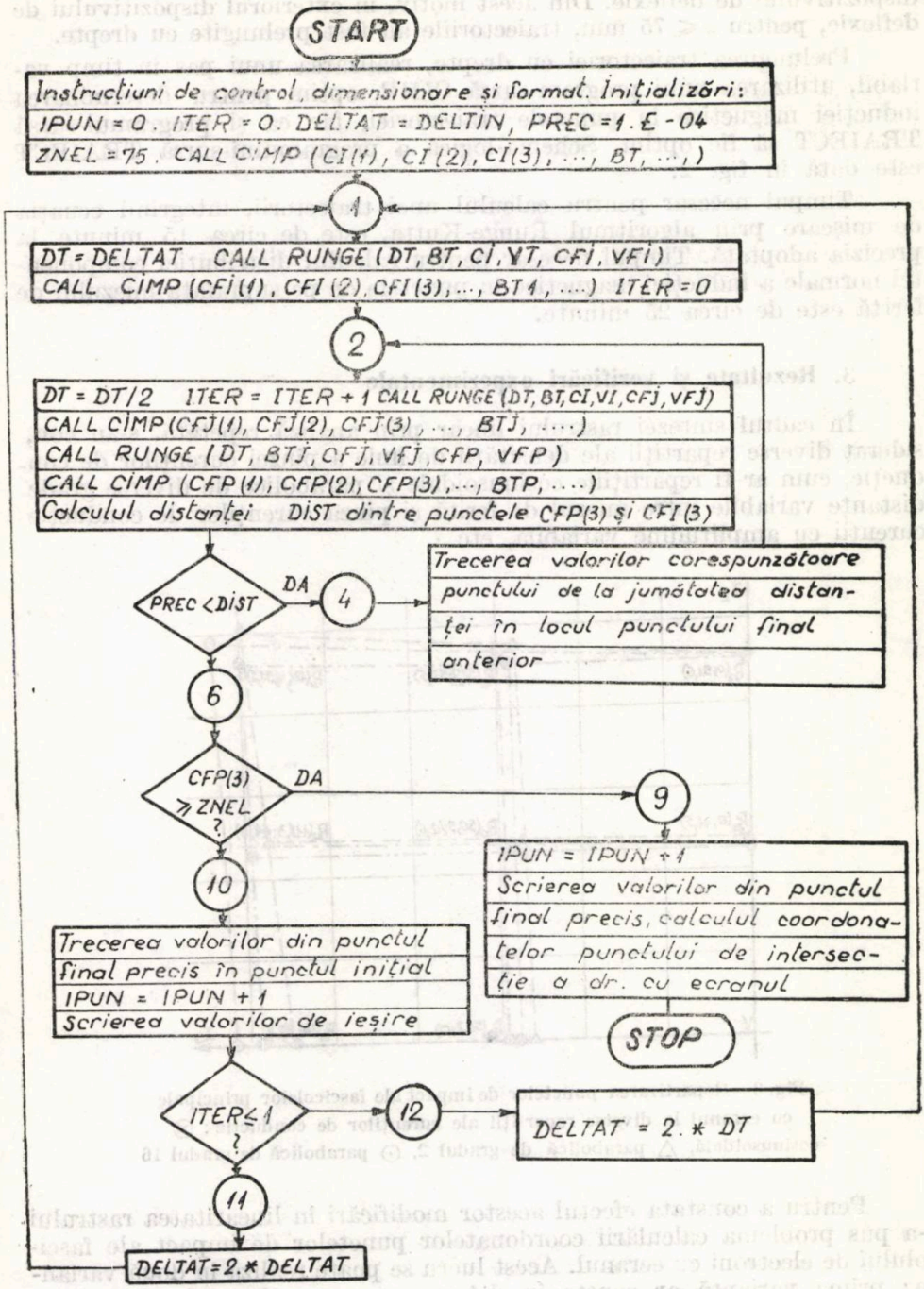


Fig. 2. — Schema logică a programului-sursă TRIECT

dispozitivului de deflexie. Din acest motiv, în exteriorul dispozitivului de deflexie, pentru $z \leqslant 75$ mm, traiectoriile au fost prelungite cu drepte.

Prelungirea traiectoriei cu drepte, realizarea unui pas în timp variabil, utilizarea unui program-sursă CIMP, optim pentru determinarea inducției magnetice în punctele traiectoriei, fac ca și programul-sursă TRAIECT să fie optim. Schema-logică a programului-sursă TRAIECT este dată în fig. 2.

Timpul necesar pentru calculul unei traiectorii, integrînd ecuația de mișcare prin algoritmul Runge-Kutta, este de circa 15 minute la precizia adoptată. Timpul necesar pentru calculul distribuției componentei normale a inducției magnetice în punctele de pe suprafața miezului de ferită este de circa 25 minute.

3. Rezultate și verificări experimentale

În cadrul sintezei rastrului linear prin analiză repetată, s-au considerat diverse repartiții ale densității de linie a pînzei curenților de conducție, cum ar fi repartițiile cosinusoidale și parabolice de diverse grade distanțe variabile între miezul de ferită și pînza curenților de conducție curenții cu amplitudine variabilă, etc.

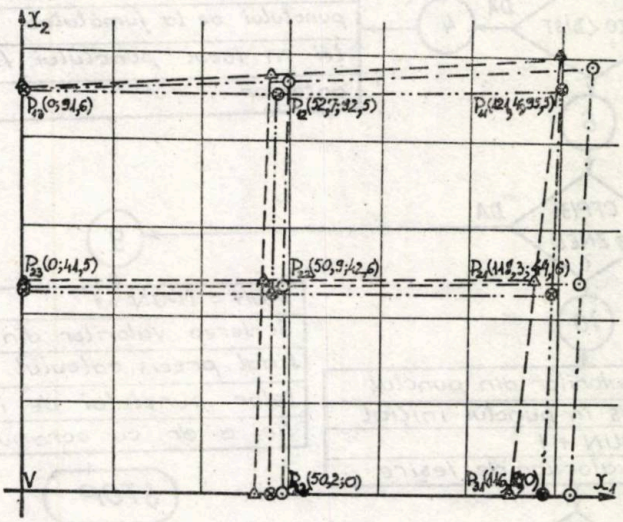


Fig. 3 — Repartizarea punctelor de impact ale fascicolelor principale cu ecranul la diverse repartiții ale curenților de conducție ; ⊗ cosinusoidală, △ parabolică de gradul 2, ⊙ parabolică de gradul 16

Pentru a constata efectul acestor modificări în linearitatea rastrului s-a pus problema calculării coordonatelor punctelor de impact ale fascicolului de electroni cu ecranul. Acest lucru se poate realiza în două variante ; prima variantă ar consta în determinarea coordonatelor punctelor de impact ale tuturor fascicolelor de electroni cu ecranul, adică a unui număr foarte mare de traiectorii, iar a doua variantă ar consta în deter-

minarea coordonatelor punctelor de impact ale fascicolelor de electroni numai cu unul din cele patru sferturi ale ecranului și numai pentru unele fascicule principale de electroni, adică a unui număr redus de traiectorii principale. Evident prima variantă nu este economică și a fost adoptată a doua variantă. Astfel, pentru a avea o informație orientativă asupra deviațiilor maxime ale fasciculelor de electroni este suficient să se calculeze o singură traiectorie principală, corespunzătoare punctului P_{11} din fig. 3. Pentru a verifica linearitatea rastrului în punctele periferice sînt suficiente doar cinci traiectorii principale, corespunzătoare punctelor P_{11}, P_{12}, P_{13}, P_{21}, P_{31} iar pentru a avea o verificare a liniarității rastrului pe toată suprafața unui sfert al ecranului sînt suficiente doar opt traiectorii principale, corespunzătoare punctelor P_{11}, P_{12}, ..., P_{32}.

În fig. 3 sînt prezentate punctele de impact ale traiectoriilor principale cu un sfert al ecranului, corespunzătoare la diverse distribuții ale densității curenților de conducție. Se observă că cea mai bună linearitate a rastrului se obține pentru distribuția cosinusoidală a densității curenților de conducție.

Calculul s-a efectuat cu un pas inițial în timp de 10^{-10}s, iar abaterea între punctul obținut după un pas în timp și punctul după două jumătăți de pas în timp a fost impusă la cel mult 10^{-4}m.

În vederea verificării calculelor, efectuate prin rularea programului-sursă TRAIECT, s-au realizat măsurători experimentale cu ajutorul unei instalații ce permitea modelarea fizică a parametrilor variabili. Verificările experimentale au confirmat întocmai valorile obținute prin calcul.

BIBLIOGRAFIE

1. Catalogul firmei PHILIPS, Electron Tubes, part 8, august 1970, T.V. Picture Tubes.
2. *A. Baekhorst, J. Stolk*: Technique de la déviation dans les récepteurs de télévision, Dounod, Paris, 1965.
3. *A. Ralston, H.S. Wilf*: Mathematical Methodes for Digital Computers, J. Wiley, New York 1960.

Determination of electron beam trajectories in magnetic deflection devices

This paper presents the way in which the main electron beam trajectories in the cinescope tubes are determined, with the view to synthesize through repeated analysis a magnetic deflection device which produces linear images on the display. The determination of the main trajectories is achieved through the integration of differential equation of electron movement by the Runge-Kutta nunumerical method, using a self-controlled algorithm and an optimized TRAIECT source-program. The experimental check-ups, performed by means of a system which allowed the psihical modelling of variable parameters, just confirmed the previously determined trajectories.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XLII — 1980, Numărul 1

C.Z. 621.38

ELECTROTEHNICĂ

CIRCUITELE INTEGRATE HIBRIDE-O SOLUȚIE DE REZOLVARE A CERINȚELOR IMPUSE DE CONSTRUCȚIA APARATURII ELECTRONICE MODERNE

GH. SAMACHIȘĂ, A. M. MANOLESCU, A. MANOLESCU, C. BURILEANU*

În lucrare se prezintă avantajele circuitelor hibride în realizarea aparaturii electronice moderne, subliniindu-se aspectele specifice celor două tehnologii : tehnologia straturilor subțiri și tehnologia straturilor groase. În continuare se indică procesul tehnologic de realizare a circuitelor integrate hibride pe bază de straturi subțiri, proces tehnologic pus la punct în cadrul laboratorului de circuite microelectronice al facultății de electronică din Institutul Politehnic București Sînt trecute în revistă familiile de circuite hibride realizate utilizînd tehnologia elaborată.

Introducere

Deși este cea mai veche tehnică de realizare a circuitelor integrate, tehnologia microelectronică hibridă și-a atins întregul său potențial numai în zilele noastre. Metodele de a atașa dispozitive și circuite integrate monolitice pe un substrat comun pe care s-au realizat în prealabil interconexiunile subansamblului și componentele pasive de precizie au cunoscut un progres evident odată cu descoperirea de noi proprietăți de material și cu dezvoltarea unor elemente de circuit active sau pasive mai evoluate. Adăugînd la cele de mai sus o serie de tehnici rafinate și automate utilizate fie în tehnologia straturilor subțiri fie în tehnologia straturilor groase — parte dintre ele preluate de la tehnologia monolitică — rezultă că inginerul proiectant de circuite hibride are la îndemînă disponibilități de neatins prin nici o altă tehnică.

În timp ce circuitele monolitice standard „forțează" frontierele impuse de tehnologie, industria de circuite hibride realizate „la comandă" a fost adusă la noi nivele de performanțe prin specificațiile impuse direct de utilizatori („custom work"). Astfel cerințele impuse de fabricanții de aparatură și calculatoare electronice, de industria de comunicații, de producătorii de echipamente aerospațiale au transformat tehnologia hibridă „la comandă" atît într-o sursă de noi tehnici pentru proiectantul de sisteme cît și într-un domeniu de interes atunci cînd sînt necesare obținerea unor performanțe superioare. Dezvoltările rezultate ca urmare a acestor stimulări au făcut ca circuitele hibride să pătrundă în echipamentele electronice într-o măsură de-a dreptul surprinzătoare.

Manuscris predat redacției la data de 14 decembrie 1979

* Conf. dr. ing. ; Șef lucrări dr. ing. ; Șef lucrări dr. ing. ; Ing., Catedra Dispozitive circuite și aparate

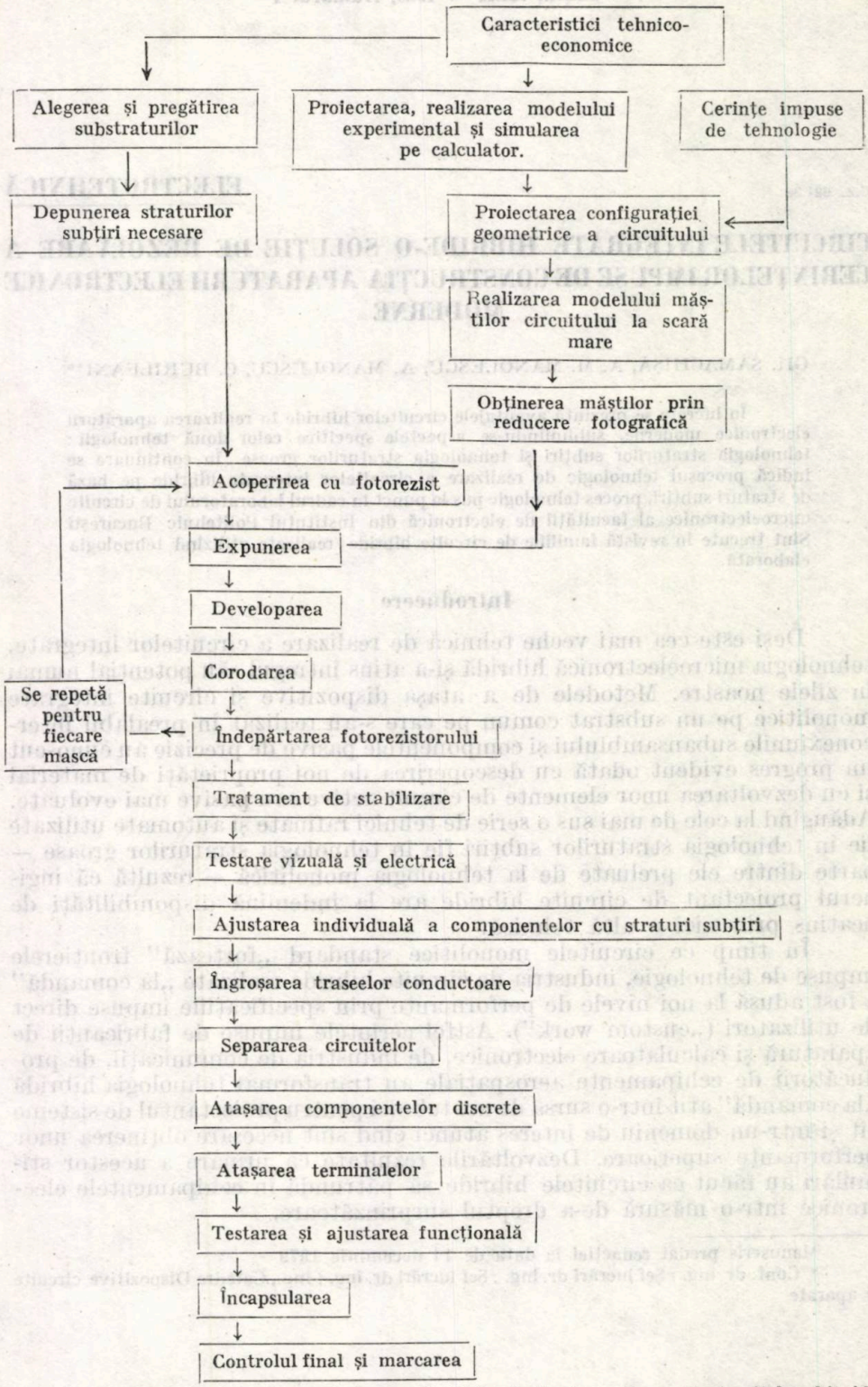


Fig. 1. Principalele etape ale procesului tehnologic de realizare a circuitelor hibride cu straturi subțiri (Laboratorul de circuite microelectronice, I.P.B.)

Dacă tehnologia straturilor groase constă în principiu în utilizarea unor paste cu proprietăţi adecvate şi obţinerea configuraţiilor dorite prin metode serigrafice [1], realizarea circuitelor hibride pe bază de straturi subţiri este mult mai complexă. Datorită particularităţii tehnologice, straturile groase se utilizează la frecvenţe de lucru nu prea înalte şi cînd sînt necesare toleranţe moderate dar, eventual, rezistenţe de valori foarte mari şi puteri disipate mari. Tehnologia straturilor subţiri, care implică costuri de realizare substanţial mai ridicate, este ideală pentru game foarte largi de frecvenţe mergînd pînă la frecvenţe foarte înalte şi în circuite la care performanţele electrice sînt determinate de preciziile ridicate ale unor elemente pasive constitutive.

1. Tehnologia de realizare a circuitelor integrate hibride cu straturi subţiri

Pe linia preocupărilor Institutului Politehnic Bucureşti de a promova şi dezvolta cercetări în domeniul tehnologiilor de vîrf, în laboratorul de circuite microelectronice al facultăţii de electronică s-a elaborat o tehnologie proprie de realizare a circuitelor hibride pe bază de straturi subţiri, tehnologie care a permis realizarea unei varietăţi de circuite integrate hibride, destinate utilizării în aparatură electronică profesională. În figura 1 se prezintă procesul tehnologic care este parcurs în acest scop în laboratorul de cercetări de Circuite Microelectronice din I.P.B./2/.

Se porneşte de la caracteristicile tehnico-economice ale circuitelor ce trebuiesc realizate, cu precizarea că după cum a reieşit din cele prezentate anterior, tehnologia straturilor subţiri serveşte cel mai bine realizării de circuite hibride profesionale, avînd caracteristici superioare. De la aceste cerinţe, se trece, pe de o parte, la proiectarea asistată de calculator a circuitelor ce urmează a fi hibridizate şi pe de altă parte la simularea pe calculator a structurilor proiectate. În cadrul proiectării, funcţiile circuitelor sînt evaluate cu un program de calcul din care rezultă elementele circuitului şi optimizarea unor etape tehnologice. A doua etapă, mult mai importantă şi strict specifică realizării circuitelor hibride, este simularea pe calculator a funcţionării structurilor proiectate în vederea găsirii dependenţei performanţelor circuitului de valorile rezistenţelor şi condensatoarelor şi, în final, stabilirea algoritmului optim de ajustare funcţională. Această etapă este absolut necesară pentru a economisi materialele foarte scumpe utilizate şi pentru a scurta timpul ce s-ar pierde cu încercările repetate de realizare a unor configuraţii ale circuitului care să asigure performanţele dorite.

Folosind detaliile de proiectare obţinute se stabileşte configuraţia finală a circuitului, avînd însă în vedere cerinţele, capabilităţile şi limitările tehnologiei folosite. În acest fel se obţine proiectul configuraţiei geometrice a circuitului (lay-out), proiect care stă la baza realizării modelului măştilor circuitului (art-work) la scară mare 10 :1 sau 20 :1. Etapa următoare o reprezintă obţinerea măştilor fotografice, de lucru, prin reducerea fotografică de precizie a modelelor mărite, etapă care încheie o primă parte a procesului tehnologic.

Separat de aceste operaţii, dar ţinînd seama tot de caracteristicile impuse circuitelor, se stabilesc substratele şi natura straturilor subţiri

care răspund cel mai bine acestor cerințe. După operațiile de pregătire necesare se trece la realizarea depunerii multistrat, folosită ca material de pornire pentru realizarea circuitelor hibride. Aceasta este formată după cum se arată în figura 2, dintr-un ansamblu de mai multe straturi subțiri depuse succesiv pe un substrat pasiv, cu proprietăți fizico-chimice adecvate. S-au folosit de cele mai multe ori substrate de sticlă de sodiu, acoperite

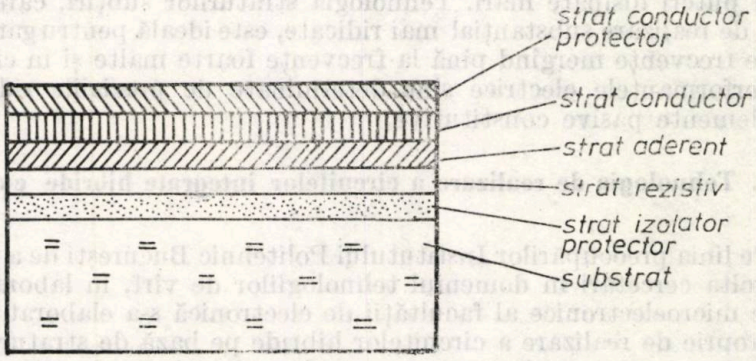


Fig. 2. Depunere multistrat.

cu un strat dielectric de 3.000—5.000 Å avînd rolul de a proteja ansamblul față de imperfecțiunile fizice și chimice ale substratului.

Peste acestea se depune un strat subțire rezistiv. Din multitudinea de tipuri de materiale utilizabile în acest scop, s-a folosit tantalul datorită avantajelor pe care le oferă. Astfel pe lîngă posibilitatea de monitorizare a proprietăților electrice prin pulverizare reactivă /3/, tantalul oferă o modalitate comodă de ajustare funcțională a circuitelor realizate prin oxidarea electrochimică controlată a traseelor rezistive.

Substratele depuse sînt acoperite cu un lac fotosensibil, (denumit fotorezist) a cărui structură moleculară și solubilitate se schimbă prin iradiere cu lumină ultravioletă. Substratele acoperite cu fotorezist sînt expuse prin măștile fotografice realizate reprezentînd configurația circuitului la scara 1 :1. Procesul tehnologic continuă cu o etapă de developare prin care se îndepărtează fotorezistul solubil. Urmează o etapă de corodare prin care se înlătură stratul din regiunile neprotejate de fotorezist, iar ulterior se îndepărtează și stratul de lac fotosensibil polimerizat, operații în urma cărora se obține definirea formei geometrice a circuitului. Deoarece pentru a ajunge la forma finală sînt necesare mai multe măști, aceste operații se repetă de cîte ori este necesar. Pentru exemplificare în figura 3 se arată obținerea unei rezistențe prin fotogravură în cazul cel mai simplu cînd se utilizează un sistem multistrat format din numai două straturi (rezistiv și conductor), cu ajutorul a două măști.

După ce partea realizată din straturi subțiri a viitorului circuit a fost obținută în întregime, urmează o operație de stabilizare a proprietăților straturilor care are două etape : mai întîi creșterea unui oxid anodic cu rol protector la suprafața stratului, urmată de un tratament termic, în aer. Apoi, după ce circuitele sînt testate individual atît electric cît și vizual, urmează o operație specifcă circuitelor hibride și anume ajustarea. În acest fel toate erorile apărute în timpul fabricării circuitelor,

erori care pot ajunge la $\pm 5\%$ față de valoarea nominală, sînt înlăturate, efect deosebit de important pentru obținerea preciziei finale ridicate impuse.

Pentru operația de ajustare a rezistențelor s-a realizat în laborator un aparat de ajustare /4/. Acest aparat folosește ca procedeu de ajustare

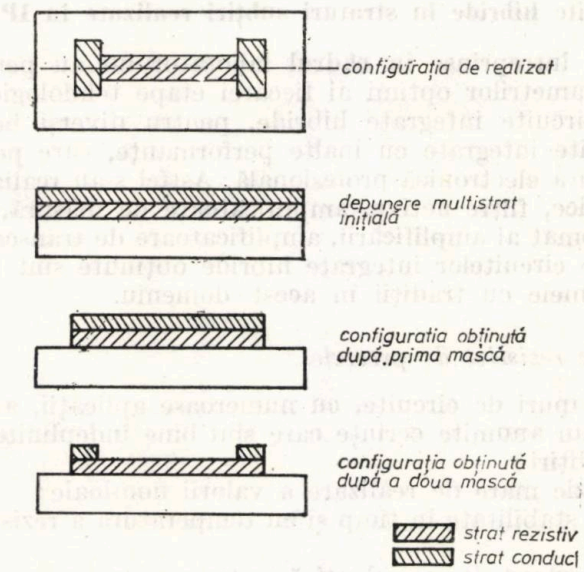


Fig. 3. Obținerea unei rezistențe prin fotogravură în cazul utilzării unei depuneri cu două straturi.

mărirea valorii rezistențelor prin oxidarea anodică a unei părți din grosimea traseului acestora. Metoda de lucru, aplicabilă numai rezistoarelor pe bază de tantal, permite obținerea reglajului cu o precizie de pînă la 10^{-4} din valoarea nominală a rezistenței. Aparatul este semiautomat, alternînd impulsurile de ajustare cu perioade de măsură. Aparatul permite ajustarea rezistențelor cuprinse între 10 Ω și 100 KΩ.

Circuitele, avînd rezistențele ajustate, trec mai departe la îngroșarea traseelor conductoare, operație necesară pentru micșorarea rezistenței acestor trasee, rezistență care poate avea valori prea mari din cauza grosimii reduse a straturilor conductoare. Apoi, circuitele, produse pînă în această etapă mai multe pe același substrat pentru productivitate, sînt separate.

Urmează operația de atașare a componentelor discrete miniatură, folosind o tehnologie adecvată : sudură prin termocompresiune, lipire eutectică sau cu aliaj de lipit. După ce se atașează și terminalele circuitului acesta este gata pentru verificare și ajustare funcțională a unor componente pasive în scopul atingerii cu mare precizie a performanțelor finale ale circuitului. Circuitele, care în urma reglajului funcțional îndeplinesc cerințe impuse, sînt încapsulate, marcate și verificate final.

Din această descriere succintă a procesului tehnologic studiat și experimentat pe larg în laboratorul de cercetare de Circuite Microelec-

tronice din I.P.B. în perioada 1970—1974 /2/ se observă că dată fiind multitudinea operaţiilor constituiente, nu este posibil să se obţină rezultate de performanţă şi reproductibilitate ridicată fără respectarea cu stricteţe a tuturor parametrilor tehnologiei caracteristice.

2. Circuite hibride în straturi subţiri realizate în IPB

Studiile întreprinse în cadrul laboratorului au permis nu numai stabilirea parametrilor optimi ai fiecărei etape tehnologice dar şi realizarea unor circuite integrate hibride, pentru diverşi beneficiari. S-au obţinut circuite integrate cu înalte performanţe, care permit utilizarea lor în aparatura electronică profesională. Astfel s-au realizat convertoare digital-analogice, filtre active, amplificatoare de măsură, amplificatoare cu reglaj automat al amplificării, amplificatoare de transconductanţă etc. Performanţele circuitelor integrate hibride obţinute sînt la nivelul celor oferite de firmele cu tradiţii în acest domeniu.

a) Reţele rezistive de precizie

Aceste tipuri de circuite, cu numeroase aplicaţii, aşa cum arătam mai sus, impun anumite cerinţe care sînt bine îndeplinite de tehnologia straturilor subţiri:

— precizie mare de realizare a valorii nominale;
— mare stabilitate în timp şi cu temperatura a rezistoarelor constitutive;
— comportare cît mai identică în timp şi cu temperatura a tuturor rezistoarelor din reţea.

Tehnologia straturilor subţiri, în care toate rezistoarele din reţea sînt realizate simultan în cadrul aceluiaşi proces tehnologic, prezintă avantajul obţinerii tuturor cerinţelor de mai sus, asigurîndu-se totodată un grad ridicat de miniaturizare şi micşorare a elementelor parazite simultan cu obţinerea unei reproductibilităţi superioare comparativ cu reţelele obţinute cu elemente discrete.

Rezistenţele de precizie se realizează din nitrură de tantal care are coeficienţi de temperatură sub 50 ppm/°C şi o stabilitate în timp de ordinul 3% în 20 de ani de funcţionare la 25°C. Fiind realizate mai multe pe acelaşi strat rezistiv, se asigură o identitate aproape perfectă a comportării diferitelor rezistenţe în timp şi cu temperatura. Din această categorie de circuite s-au realizat:

— divizoare rezistive 1/2, 1/10 etc.
— reţele de 10 rezistenţe, de valori egale:
— atenuatori adaptaţi în T şi π. Aceştia lucrează în condiţii de adaptare ($R_{intrare} = R_{sarcină}$) pe sarcini de 75 Ω şi 600 Ω, permiţînd în funcţie de modul de interconectare a terminalelor, obţinerea unor atenuări în trepte de 1, 2, 4, 8 şi 10, 20, 40 dB. Aceşti atenuatori sînt utilizaţi în echipamente de telecomunicaţii şi în aparatura de măsură. Toate tipurile de reţele amintite au rezistoare cu valoare nominală realizată cu o precizie de cel puţin $\pm$ 0,1%.

O categorie aparte de reţele rezistive de pecizie o constituie reţelele de conversie D/A. Folosirea lor în convertoare de performanţe înalte le

impune stabilități excelente pe termen lung, gabarit redus, spectru larg de valori ale rezistențelor pe același substrat și precizii foarte ridicate. Din aceste considerente, tehnologia straturilor subțiri apare ca fiind singura soluție rezonabilă de realizare.

Ținînd seama de performanțele impuse s-au utilizat straturi subțiri de nitrură de tantal, s-a folosit un tratament de stabilizare pentru o bună comportare în timp și cu temperatura și s-a folosit o ajustare de mare precizie a componentelor, bazată pe anodizare. S-au putut realiza astfel rețele de conversie D/A cu următoarele performanțe:

— eroare relativă a rezistoarelor mai bună de 10^{-4} (12 biți);
— coeficienți de temperatură diferiți cu mai puțin de 0,5 ppm/°C;
— stabilitate relativă mai bună de 0,01%/an la 25°C.
— coeficient de tensiune nul.

Dintre rețelele de conversie realizate amintim: rețele de conversie tip R-2R comandate în curent și rețele de conversie tip R-2R comandate în tensiune de 8 biți, rețele de conversie tip R-2R comandate în tensiune de 10 biți, rețele de conversie comandate în tensiune de 3 decade-BCD (R-2R pe decadă și ponderate între decade).

O categorie de rețele rezistive realizate în cadrul Laboratorului și care prezintă un interes deosebit sînt rețelele rezistive distribuite. La acestea, funcția circuitului se realizează din geometria unui domeniu rezistiv și din plasarea riguroasă a terminalelor conductoare pe frontiera acestui domeniu. Rezultatele obținute în această direcție sînt foarte promițătoare realizîndu-se rețele cu performanțe asemănătoare celor cu elemente concentrate. De notat că dificultatea foarte serioasă de proiectare a unor astfel de structuri a fost surmontată prin utilizarea unor programe de analiză și sinteză pe calculator concepute de asemenea în cadrul laboratorului [7].

b) Amplificatoare de măsură

Amplificatoarele de măsură au rolul de a amplifica și translata tensiunile de ieșire foarte mici și flotante ale unui traductor oarecare spre un sistem de măsurare cu punct de masă.

Principalele lor caracteristici sînt: impedanță de intrare mare, rejecție mare pentru semnale de mod comun, zgomot mic, liniaritate excelentă pentru diferite valori de amplificări, o bună stabilitate în timp și cu temperatura.

Amplificatoarele de măsură realizate cu elemente discrete pot ajunge la aceste performanțe, dar au un volum mare și preț de cost ridicat. Circuitele integrate monolitice au performanțe relativ scăzute. Problema poate fi bine rezolvată și aici prin utilizarea tehnologiei hibride.

În figura 4 se prezintă schema bloc utilizată.

Amplificatorul de măsură obținut folosește ca amplificatoare chipuri de βA 741 (I.P.R.S. Băneasa) sortate astfel încît să aibă tensiuni reziduale și derive ale tensiunilor reziduale cît mai reduse și apropiate ca valoare. Chipurile s-au atașat pe substrat folosind o rășină epoxidică conductoare iar în circuit prin fire de aur lipite prin termocompresiune. Datorită faptului că performanțele amplificatorului global sînt determinate în primul rînd de calitatea rezistențelor R_1 și R_0 acestea s-au realizat din nitrură de tantal

avînd o rezistenţă specifică de 50 Ω/pătrat. Cum amplificarea în tensiune globală este $1 + 2R_1/R_G$ (fig. 4), printr-o interconectare adecvată a terminalelor se pot obţine 4 trepte de amplificare : 1, 10, 100, 1000, folosind drept rezistenţe R_G rezistenţe realizate pe acelaşi substrat şi ajustate

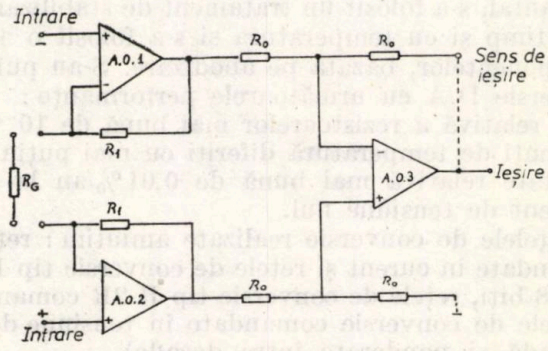


Fig. 4. Schema bloc a amplificatorului de măsură realizat.

funcţional. De asemenea, rezistenţele R_0 s-au ajustat funcţional pentru obţinerea maximului factorului de rejecţie a tensiunii pe mod comun.

Performanţele amplificatorului de măsură sînt date mai jos :

— domeniul de amplificare : 1 — 1000 ;
— relaţia de calcul a amplificării : $1 + 10^4/R_G$;
— neliniaritatea amplificării : 0,01 % ;
— impedanţa de intrare — diferenţială : $8 \cdot 10^8$ Ω
— de mod comun : $8 \cdot 10^8$ Ω
— impedanţa de ieşire : < 1 Ω ;
— factorul de rejecţie pe modul comun (CMRR) :
66 dB pentru Ad = 1
86 dB pentru Ad = 10
106 dB pentru Ad = 100
126 dB pentru Ad = 1000
— bandă de frecvenţe la 3 dB :
500 KHz pentru Ad = 1.

c) *Filtre active*

Filtrele active fac parte din categoria de circuite care se pretează cel mai bine pentru a fi realizate sub formă hibridă. Astfel, tehnologia straturilor subţiri oferă acestui tip de circuite o serie de avantaje importante :

— realizarea rezistoarelor cu precizia dorită (din proiectarea rezultă de regulă valori de rezistenţe care nu intră în clasele de precizie uzuale pentru componentele clasice) ;

— posibilitatea de compensare ideală între coeficienţii de temperatură ai rezistoarelor şi condensatoarelor, ceea ce duce la o funcţionare corectă într-o gamă largă de temperaturi ;

— stabilitatea excelentă în timp a valorilor rezistoarelor şi condensatoarelor ;

— posibilitatea de ajustare funcţională pentru a se obţine o frecvenţă şi un factor de calitate dorit ;
— posibilităţi de a lucra într-o gamă largă de frecvenţe ;
— gabarit mic chiar la frecvenţe joase ;
— fiabilitate ridicată.

S-au realizat în cadrul laboratorului filtre „trece jos" şi „trece bandă" de tipul „cu sursă de tensiune controlată" aşa cum se arată în figura 5.

O etapă deosebit de importantă la realizarea filtrelor active este simularea pe calculator a funcţionării structurilor proiectate. Într-adevăr

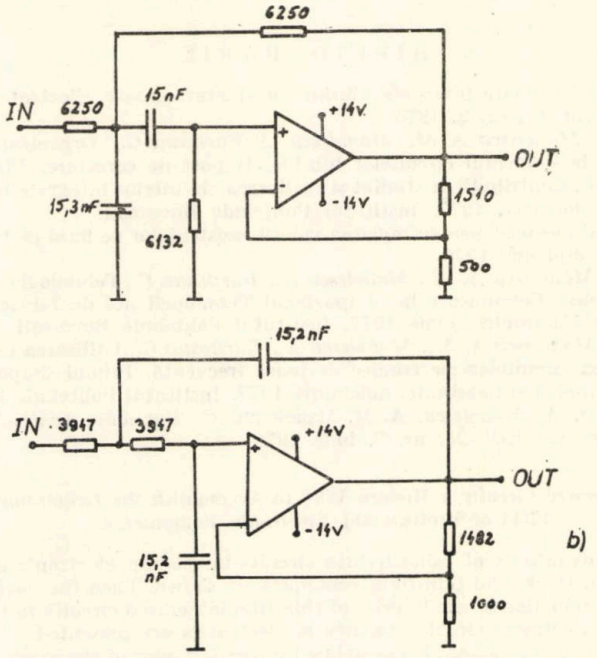


Fig. 5. Filtre active : (a) trece-bandă ; (b) trece-jos.

dat fiind că după depunerea straturilor se obţin precizii de realizare a valorii nominale a elementelor pasive de $\pm$ 5 %, ajustarea acestor elemente astfel încît să se obţină performanţele dorite ale circuitului (Q şi f_0) este absolut necesară. Simularea pe calculator se concretizează tocmai în algoritmul pe care trebuie să-l urmărească această ajustare funcţională. Pentru simularea pe calculator a filtrelor active s-a folosit programul „ECAP" implementat pe unul dintre calculatoarele Centrului de Calcul din I.P.B.

Ţinînd seama de performanţele impuse circuitului, de posibilităţile de ajustare a rezistoarelor, de necesitatea realizării unor structuri ale căror coeficienţi termici pe ansamblu să fie cît mai mici, s-au utilizat straturi rezistive de nitrură de tantal cu coeficientul de temperatură de — 200 ppm/°C, care compensează în bună măsură coeficientul termic al condensatoarelor cu tantal de + 200 ppm/°C. Ajustarea funcţională s-a realizat

conform unui algoritm rezultat în urma simulării pe calculator, prin anodizarea rezistoarelor de nitrură de tantal.

S-au realizat filtre active „trece-bandă" cu f_0 = 1950,2400 şi 2600 Hz şi H_0 — 100 şi filtre „trece-jos" cu f_0 = 2600 Hz şi coeficient de amortizare de 0,26, cu performanţe asemănătoare filtrelor oferite de firmele de circuite hibride pe plan mondial.

Studiile şi cercetările întreprinse în laboratorul de circuite microelectronice din facultatea de electronică I.P.B., au condus la elaborarea unei tehnologii proprii de realizare a circuitelor integrate hibride pe bază de straturi subţiri, tehnologie care permite obţinerea unor serii mici de astfel de circuite avînd performanţe ridicate.

BIBLIOGRAFIE

1. *Manolescu A. M.* Circuite integrate hibride cu straturi groase, Electrotehnica, electronica şi automatica, vol. 19, nr. 2, 1975.
2. *Samachişă Gh., Manolescu A. M. Manolescu A. Burileanu C.*, Organizarea unei linii de microproducţie în domeniul circuitelor hibride, Raport de cercetare, Plan de Stat 1975
3. *Manolescu A. M.*, Contribuţii la studiul şi realizarea circuitelor integrate hibride pe bază de tantal, teză de doctorat, 1977, Institutul Politehnic Bucureşti.
4. *Lungu S.*, Aparat automat pentru reglarea valorii rezistenţelor pe bază de tantal prin anodizare, proiect de diplomă, 1975.
5. *Samachişă Gh., Manolescu A. M., Manolescu A., Burileanu C.*, Tehnologia straturilor subţiri în microelectronică, Comunicare la Simpozionul Tehnologii noi de fabricaţie a aparaturii şi dispozitivelor electronice, iunie 1977, Institutul Politehnic Bucureşti.
6. *Samachişă Gh., Manolescu A. M., Manolescu A., Burileanu C.*, Utilizarea tehnologiei hibride pentru realizarea circuitelor electronice de joasă frecvenţă. Primul simpozion naţional de tehnologie electronică şi fiabilitate, noiembrie 1977, Institutul Politehnic Bucureşti.
7. *D. Homentcovschi, A. Manolescu*, A. M. Manolescu, *C. Burleanu*, IEEE Transactions on Electron Devices, vol ED—25, nr. 7, iulie 1978

Hybrid Integrated Circuits a Modern Way to Accomplish the Requirements in the Field of Proffesional Electronic Equipments.

The advantages of using hybrid circuits in modern electronic equipment thanks to new thick and thin-film techniques are shown. Then the major stages used in the production of small series of thin-film integrated circuits in the laboratory of microelectronic circuits, faculty of electronics are presented. The utility of the elaborated technology is exemplified in the last part of the paper by several hybrid circuits which had been produced.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 1

C.Z. 621.396.611
624.3.012.8

VARIATIONAL ANALISIS OF NONLINEAR ELECTRICAL NETWORKS I. RESISTIVE NETWORKS

D. STANOMIR.

A general and unifying approach to the analysis of nonlinear electrical networks based on the theory of conjugate variables is presented. The results are presented in a concise formalism, a matrix-functional one.

The paper contains the definitions and properties of the energy functions of electrical networks and some significant theorems pertaining to nonlinear resistive networks.

Introduction

A general and unifying approach to the analysis of nonlinear electrical networks based on the theory of the conjugate variables (λ, σ), [10], [11], [12], [13], is presented. The results are presented in a concise formalism, a matrix-functional one, which is close to that used by Chua, [3], and Jones, [7]. This paper contains the definitions and properties of the energy functions of electrical networks and some significant theorem pertaining to nonlinear resistive networks.

1. Energy and power functions, General definitions.

Consider $2n$ functions which belong to the class C^2

$$\begin{cases} x_1, x_2, \ldots, x_n;\ y_1, y_2, \ldots, y_n; \\ x_i : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ t \to x_i(t), \qquad i \in \overline{(1, n)}, \\ y_i : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ t \to y_i(t). \end{cases}$$

By $i \in \overline{(1, n)}$ it is denoted the fact that i takes all the integer values from 1 up to n.

By using these $2n$ functions, we introduce two vectors

$$\mathbf{x} = [x, x_2, \ldots, x_n]^T,$$
$$\mathbf{y} = [y_1, y_2, \ldots, y_n]^T.$$

The superscript T denotes the transposition of a matrix.

The following functions

$$\begin{cases} f_k : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, & x_k \to y_k(x_k), \quad k \in \overline{(1, n)}, \\ g_k : \mathbb{R} \to \mathrm{R}, & y_k \to x_k(y_k), \end{cases} \tag{1}$$

Manuscript received 11 October 1979
* Associate professor Chair of Radiocommunication

will be called, provided they exist, *constitutive relationships or constitutive equations.*

Now, we introduce $2n$ functions which belong to the class C^2

$$\begin{matrix} A_k : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \\ k \in \overline{(1, n)}, \end{matrix} \quad x_k \to A_k(x_k) \underset{=}{\Delta} \int_0^{xf} y_k(x_k)\delta x_k, \tag{2}$$

where $A_k(x_k)$ is *the energy fonction associated with the element* k, and

$$\begin{cases} A_k^* : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \\ k \in \overline{(1, n)} \end{cases} \quad y_k \to A_k^*(y_k) \underset{=}{\Delta} \int_0^{yk} x_k(y_k)\ \delta y_k, \tag{2'}$$

where $A_k^*(y_k)$ is *the energy co-function associated with the element* k. In (2) and (2') δx_k instead of dx_k has been used to point out that the time is not involved i.e. *a virtual variation* is taken.

Finally, we may introduce two functions:

$$A : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R},\ \mathbf{x} \to A(\mathbf{x}) = \int_0^{\mathbf{x}} \mathbf{y}^T(\mathbf{x})\delta\mathbf{x} = \sum_{k=1}^{n} A_k(x_k), \tag{3}$$

which will be called the *energy function of the whole system*, and

$$A : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R},\ \mathbf{y} \to A^*(\mathbf{y}) = \int_0^{\mathbf{y}} \mathbf{x}^T(\mathbf{y})\delta\mathbf{y} = \sum_{k=1}^{n} A_k(\mathbf{y}_k), \tag{3'}$$

which will be called *the energy co-function of the whole system.*

If a $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ C^2 function is given (let it be denoted by A), then the determinant of the matrix whose entries are a_{ij}, defined by

$$a_{ij} = \frac{\partial^2 A}{\partial x_i \partial x_j},$$

is called *the hessian* of A and will be denoted by hess (A).

The following theorem, [5], establishes a relationship between the energy function and energy co-functions.

THEOREM 1. Consider a function

$$\begin{cases} A : \mathbb{R} \times^m \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}, \\ (\mathbf{u}, \mathbf{v}) \to A(\mathbf{u}, \mathbf{v}), \quad \mathbf{u} \in \mathbb{R}^m, \quad \mathbf{v} \in \mathbb{R}^n, \\ A \in C^2,\ \text{hess}_{\mathbf{u}}(A) \neq 0,\ \forall \mathbf{u} \in \mathbb{R}^m, \end{cases} \tag{4}$$

and the vector $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ defined by $\tilde{\mathbf{u}}^T = \dfrac{\partial A}{\partial \mathbf{u}}$.

Then there exists a unique function

$$\begin{cases} B : \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}, \\ (\tilde{\mathbf{u}}, \mathbf{v}) \to B(\tilde{\mathbf{u}}, \mathbf{v}),\ \tilde{\mathbf{u}} \in \mathbb{R}^m,\ \mathbf{v} \in \mathbb{R}^n, \\ B \in C^2,\ \text{hess}_{\tilde{\mathbf{u}}}(B) \neq 0,\ \forall \tilde{\mathbf{u}} \in \mathbb{R}^m, \end{cases} \tag{5}$$

so that

$$\text{a)}\ A(\mathbf{u}, \mathbf{v}) + B(\tilde{\mathbf{u}}, \mathbf{v}) = \tilde{\mathbf{u}}^T\mathbf{u},\ \text{b)}\ \mathbf{u}^T = \frac{\partial B}{\partial \tilde{\mathbf{u}}},\quad \text{c)}\ \frac{\partial A}{\partial \mathbf{v}} = -\frac{\partial B}{\partial \mathbf{v}}. \tag{6}$$

By $\partial A/\partial \mathbf{u}$ a transposed vector (row matrix) is denoted since the differential of a scalar valued function is written as $\delta A = \dfrac{\partial A}{\partial \mathbf{u}}\delta\mathbf{u}$.

Finally we give an important formula which will be widely used in the sequel. Consider the mapping defined by (3) in which we express the n-vector $\mathbf{x}$ in terms of r vectors (a basis for the space of the $\mathbf{x}$ vectors), i.e.

$$\mathbf{x} = \sum_{k=1}^{r} \mathbf{M}_k \hat{\mathbf{x}}_k, \tag{7}$$

where : $\hat{\mathbf{x}}_k$ are n_k-vectors, with $\sum_{k=1}^{r} n_k \leqslant n$, and $\mathbf{M}_k$ are $n \times n_k$ constant matrices.

We shall write this composite mapping as follows

$$A \bigcirc \left(\sum_{k=1}^{r} \mathbf{M}_k \hat{\mathbf{x}}_k \right) = \hat{A}(\hat{\mathbf{x}}_1, \hat{\mathbf{x}}_2, \ldots, \hat{\mathbf{x}}_r). \tag{8}$$

Then by the use of the chain-rule for differentiating the composite mappings, [6], we obtain

$$\delta \hat{A} = \frac{\partial A}{\partial \mathbf{x}} \left[\sum_{k=1}^{r} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \hat{\mathbf{x}}_k} \delta \hat{\mathbf{x}}_k \right] = \tag{9}$$

$$= \frac{\partial A}{\partial \mathbf{x}} \left[\sum_{k=1}^{r} \mathbf{M}_k \delta \hat{\mathbf{x}}_k \right] = \sum_{k=1}^{r} \frac{\partial \hat{A}}{\partial \hat{\mathbf{x}}} \delta \hat{\mathbf{x}},$$

therefore

$$\frac{\partial \hat{A}}{\partial \hat{\mathbf{x}}} = \frac{\partial A}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{M}_k. \tag{10}$$

In (10) $\partial \hat{A} / \partial \hat{\mathbf{x}}_k$ is a transposed n_k-vector, $\partial A / \partial \mathbf{x}$ is a transposed n-vector and $\mathbf{M}_k$ is a $n \times n_k$ matrix.

Now, we shall use the notations and definitions heretofore introduced.

2. Energy functions of electrical networks.

Consider an electrical network which is built up from nonlinear, time invariant, lumped elements (i.e. resistors, inductors and capacitors) as well as from ideal drivers (i.e. voltage and current sources). All the elements are assumed to be oneports, therefore their constitutive relationships are :

$$\begin{cases} u \to i(u) \text{ or } i \to u(i) \text{ for resistors,} \\ \psi \to i(\psi) \text{ or } i \to \psi(i) \text{ for inductors,} \\ q \to u(q) \text{ or } u \to q(u) \text{ for capacitors,} \\ u = \text{a specified function of time for voltage sources,} \\ i = \text{a specified function of time for current sources.} \end{cases} \tag{11}$$

The following terminology will be used. An oneport defined through x and y is said to be *x-controlled* if there exists the mapping $x \to y(x)$ and *y-controlled* if there exists the mapping $y \to x(y)$. In the sequel we shall assume that every element is at least controlled by one of the two variables, x or y.

Before introducing the energy functions of electrical networks a sign convention will be made : the polarities (directions) of all the physical quantities will be chosen so that, for the assigned polarities, the energy (power) enters the element (this convention will be the same for passive elements as well as for ideal drivers).

Now, we can introduce the energy and power functions of electrical networks. They are listed in Table 1. It is useful to emphasize some points pertaining to the definitions of Table 1.

Tabel 1

Energy functions of electrical networks

q electric charge
ψ flux linkage
i current
u voltage

Magnetic co-energy	Electrical energy	Power potential
$T^*(\mathbf{i}) = \int_0^{\mathbf{i}} \psi^T(\mathbf{i})\,\delta\mathbf{i}$	$V(\mathbf{q}) = \int_0^{\mathbf{q}} \mathbf{u}^T(\mathbf{q})\delta\mathbf{q}$	$\mathscr{G}(\mathbf{i}) = \int_0^{\mathbf{i}} \mathbf{u}^T(\mathbf{i})\,\delta\mathbf{i}$
Magnetic energy	Electrical co-energy	Power co-potential
$T(\psi) = \int_0^{\psi} \mathbf{i}^T(\psi)\,\delta\psi$	$V^*(\mathbf{u}) = \int_0^{\mathbf{u}} \mathbf{q}^T(\mathbf{u})\,\delta\mathbf{u}$	$\mathscr{J}(\mathbf{u}) = \int_0^{\mathbf{u}} \mathbf{i}^T(\mathbf{u})\,\delta\mathbf{u}$
$T(\psi) + T^*(\mathbf{i}) = \mathbf{i}^T\psi$	$V(\mathbf{q}) + (\mathbf{u})\,V^*(\mathbf{u}) = \mathbf{u}^T\mathbf{q}$	$\mathscr{G}(\mathbf{i}) + \mathscr{J}(\mathbf{u}) = \mathbf{u}^T\mathbf{i}$

a) Of course, one might calculate all the energy functions for a given element (physical object) but it is of interest the case when the resulting scalar is a *state function*, i.e. an integral whose value depends solely on the endpoints. Therefore

— T and T^* are state functions for inductors;
— V and V^* are state functions for capacitors;
— $\mathscr{G}$ and $\mathscr{J}$ are state functions for resistors.

b) The ideal drivers may be regarded as rezistive oneports whose constitutive relationships are of a special type, that is to say the ranges of their mappings contain exactly one value each.
Therefore

— the ideal voltage source has

$$\mathscr{G}(\mathbf{i}) = \int_0^{\mathbf{i}} \mathbf{u}_0^T\,\delta\,\mathbf{i} = \mathbf{u}_0^T\,\mathbf{i};$$

— the ideal current source has

$$\mathscr{J}(\mathbf{u}) = \int_0^{\mathbf{u}} \mathbf{i}_0^T\,\delta\mathbf{u} = \mathbf{i}_0^T\mathbf{u}.$$

c) The functions T, T^*, V and V^* are termed as energy functions since they really represent an energy while the functions $\mathcal{G}$ and $\mathcal{J}$ are termed as power functions since they really represent a power.

d) The distinction between energies and co-energies has been firstly introduced by Cherry, [2], while the distinction between dissipative potentials and co-potentials has been firstly given by Millar, [8]. The dissipative potentials a $\mathcal{G}$ and $\mathcal{J}$ are sometimes called *the content* and respectively *the co-content*. The aforementioned distinctions vanish when dealing with linear elements.

e) If the definnig relationships are not bijections then
— T(or T^*) exists for ψ (or i) — controlled inductors only;
— V (or V^*) exists for q (or u) — controlled capacitors only;
— $\mathcal{G}$ (or $\mathcal{J}$) exists for i (or u) — controlled resistors only.

f) In designating T and V as energies it is taken into account that $T = T(\boldsymbol{\psi})$ and $V = V(\mathbf{q})$m, in other words they are functions of *extensive variables*, i.e. they are *additive functions of the system.*

g) In dealing with ideal drivers other energy functions than $\mathcal{G}$ and $\mathcal{J}$ may be defined. More precisely, one can introduce the virtual work delivered by the sources in the ambient system:

$$A_E = -\mathbf{u}_0^T\mathbf{q} \text{ and } A_J = -\mathbf{i}_0^T\boldsymbol{\psi}.$$

3. Topology of electrical networks.

It is known, [1], that a network, more precisely its linear oriented graph, may be divided into a tree and its associated co-tree (links of the tree).

The application of *the Kirchhoff current and voltage theorems*, abbreviatelly denotet as KCT and respectively KVT, brings out two bases (linear independent sets):

— the current bass which contains all link-branch currents and
—the voltage basis which contains all tree-branch voltages.

To distinguish the currents (or the voltages) associated with a tree (or a co-tree) the subscript t (or the subscript l) will be used.

It is assumed that in ordering the branches of a networks firstly the tree-branches and then the link-branches are labelled.

By $\mathbf{Q}$ the fundamental cut-set matrix will be denoted. It is known that $\mathbf{Q}$ may be partitioned as, [1],

$$\mathbf{Q} = [\mathbf{1}\ \mathbf{F}],$$

where $\mathbf{1}$ is the unit matrix and $\mathbf{F}$ is a matrix which depends on the topology of the network. By $\mathbf{B}$ the fundamental loop matrix will be denoted. It is known that $\mathbf{B}$ may be partitioned as, [1],

$$\mathbf{B} = [-\mathbf{F}^T\ \mathbf{1}].$$

Having at our disposal these concepts and notations, KVT and KCT may be written in the following alternate forms

$$\begin{aligned} &\text{a) } KVT: \mathbf{B}\mathbf{u} = \mathbf{0},\ \mathbf{u} = \mathbf{Q}^T\mathbf{u}_t,\ \mathbf{u}_l = \mathbf{F}^T\mathbf{u}_t, \\ &\text{b) } KCT: \mathbf{Q}\mathbf{i} = \mathbf{0},\ \mathbf{i} = \mathbf{B}^T\mathbf{i}_l,\ \mathbf{i}_t = -\mathbf{F}\ \mathbf{i}_l, \end{aligned} \tag{12}$$

where **u** (or **i**) is the vector which contains all the voltages (or the currents) of the network branches.

In order the network to possess solutions (i.e. to exist a distribution of currents and voltages which obey simultaneously KCT and KVT) in the sequel it will be assumed that there exists a tree with its associated co-tree such that all ideal voltage sources be included in the tree while all ideal current sourced be included in the co-tree. Mathematically this means that all ideal voltage sources are included in the voltage basis whereas all ideal current sources are included in the current basis.

4. Stationary theorems for resistive networks.

Resistive networks that are built up from nonlinear resistors and ideal drivers may be described by variational methods as well as by stationary methods. In this case the energy functions reduce to the power functions $\mathcal{G}$ and $\mathcal{J}$. The evolution of such networks (natural motion) is ruled by algebraic equations instead of differential equations. The results may be expressed in terms of some theorems which will be proved in the sequel. Here we treat the stationary analysis only.

THEOREM 2. Consider an electrical network which is built up from i-controlled resistors and ideal voltage sources. Then a set of link-branch currents corresponds to a natural motion (i.e. a current distribution compatible with KVT) if and only if the first virtual variation of the content of the whole system $\delta\hat{\mathcal{G}}(\mathbf{i}_l)$ vanishes at the point $\mathbf{i}_l$.

Proof. The content is well defined since all the resistive elements are i-controlled. By use of (12. b) the content $\mathcal{G}(\mathbf{i})$ may be expressed in terms of the vector $\mathbf{i}_l$ by

$$\hat{\mathcal{G}}(\mathbf{i}_l) = \mathcal{G} \bigcirc (\mathbf{B}^T \mathbf{i}_l). \tag{13}$$

Differentiating of the composite mapping (13) with respect to $\mathbf{i}_l$ gives

$$\delta\hat{\mathcal{G}}(\mathbf{i}_l) = \delta[\mathcal{G} \bigcirc (\mathbf{B}^T \mathbf{i}_l)] = \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \mathbf{i}} \frac{\partial \mathbf{i}}{\partial \mathbf{i}_l} \partial \mathbf{i}_l =$$

$$= \mathbf{u}^T \mathbf{B}^T \delta \mathbf{i}_l = (\mathbf{B}\,\mathbf{u})^T \delta \mathbf{i}_l .$$

Use has been made of the result

$$\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \mathbf{i}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{i}} \int_{\mathbf{0}}^{\mathbf{i}} \mathbf{u}^T(\mathbf{i})\ \delta \mathbf{i} = \mathbf{u}^T.$$

If $\mathbf{B}\,\mathbf{u} = \mathbf{0}$ (i.e. KVT holds), then we get $\delta\hat{\mathcal{G}} = 0$. Conversely, if $\delta\hat{\mathcal{G}} = 0$, then $\mathbf{B}\,\mathbf{u} = \mathbf{0}$ since $\mathbf{i}_l$ is a basis.

In a similar way we may prove

THEOREM 3. Consider an electrical network which is built up from u-controlled resistors and ideal current sources. Then a set of tree-branch voltages correspond to a natural motion (i.e. a distribution compatible

with KCT) if and only if the first virtual variation of the co-content of the whole system $\delta\hat{\mathscr{J}}(\mathbf{u}_s)$ vanishes at the point $\mathbf{u}_t$.

Theorems 2 and 3 were first given by Millar, [8]. Their modern formulation belong to Chua, [3]. Here a slightly modified version is presented by use of our matrix-functional calculus.

It is of interest to express motion equations in terms of the basis $\mathbf{i}_l$. To this end we label the vectors by the following subscripts:

— E, the vector which contains voltage (current) source tree branches;

— R, the vector which contains voltage (current) in resistive tree-branches;

— r, the vector which contains voltage (current) in resistive link-branches;

and take into account that the matrix F may be partitioned as

$$\mathbf{F} = \begin{matrix} \\ E \\ R \end{matrix} \overset{r}{\begin{bmatrix} \mathbf{F}_{Er} \\ \hdashline \mathbf{F}_{Rr} \end{bmatrix}}, \tag{14}$$

where the matrices $\mathbf{F}_{Er}$ and $\mathbf{F}_{Rr}$ have adequate sizes.

The partition (14) induces the following partition into the vectors $\mathbf{u}$ and $\mathbf{i}$:

$$\begin{cases} \mathbf{u} = [\mathbf{u}_E^{\mathrm{T}} \ \mathbf{u}_R^{\mathrm{T}} \ \mathbf{u}_r^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}, \\ \mathbf{i} = [\mathbf{i}_E^{\mathrm{T}} \ \mathbf{i}_E^{\mathrm{T}} \ \mathbf{i}_r^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}. \end{cases} \tag{15}$$

The resistive tree-branch currents and voltage source tree-branch currents may be expressed in terms of link-branch currents by

$$\mathbf{i}_R = -\mathbf{F}_{Rr}\,\mathbf{i}_r, \ \mathbf{i}_E = -\mathbf{F}_{Er}\,\mathbf{i}_r, \tag{16}$$

while KVT read as

$$-\mathbf{F}_{Er}^{\mathrm{T}}\mathbf{u}_E - \mathbf{F}_{Rr}^{\mathrm{T}}\mathbf{u}_R + \mathbf{u}_r = \mathbf{0}. \tag{17}$$

The constitutive relationships of the resistors may be written as

$$\mathbf{u}_R = \mathbf{R}_t(\mathbf{i}_R), \ \mathbf{u}_r = \mathbf{R}_l(\mathbf{i}_r), \tag{18}$$

where $\mathbf{R}_t$ and $\mathbf{R}_l$ are square matrices of adequate sizes.

By using (16) and (18), KVT becomes

$$\mathbf{R}_l(\mathbf{i}_r) - \mathbf{F}_{Rr}^{\mathrm{T}}\,\mathbf{R}_t \bigcirc (-\mathbf{F}_{Rr}\,\mathbf{i}_r) = \mathbf{F}_{Er}^{\mathrm{T}}\,\mathbf{u}_E, \tag{19}$$

which gives the desired equation of motion.

Equation (19) is of the form

$$\mathbf{f}(\mathbf{i}_r) = \mathbf{b}, \tag{20}$$

where $\mathbf{b}$ is a constant vector.

The necessary and sufficient conditions for (20) be solved, i.e. $\mathbf{i}_r = \mathbf{f}^{-1}(\mathbf{b})$, and the solution be continuous with respect to $\mathbf{b}$ are contained in Palais Theorem, [9]. They read as follows

$$\text{a) } \mathbf{f} \in C^1,\ \det\left[\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{i}_r}\right] \neq 0,\ \forall \mathbf{i}_r \in \mathbb{R}^n; \tag{21}$$

$$\text{b) } \lim\ ||\mathbf{f}(\mathbf{i}_r)|| = \infty$$

$$||\mathbf{i}_r|| \to \infty.$$

In this case the Jacobian of $\mathbf{f}$ with respect to $\mathbf{i}_r$ has the following form

$$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{i}_r} = \frac{\partial \mathbf{R}_t}{\partial \mathbf{i}_r} + \mathbf{F}_{Rr}^{\mathrm{T}} \frac{\partial \mathbf{R}_t}{\partial \mathbf{i}_R} \cdot \mathbf{F}_{Rr}. \tag{22}$$

By $||\cdot||$ it is, as usually, denoted the Euclidean norm.

This result contains as a particular case Duffin's result, [4]: every network which contains nonlinear monotone increasing C^1 resistors and ideal voltage source 'not forming any loop) admits a unique distribution of currents.

For the case when the resistors are linear Theorems 2 and 3 reduce to Maxwell theorems. To show this, let us denote by P the Joule power of all the resistors and by P the power delivered by voltage sourced. Clearly, we have

$$P_c = \mathbf{i}_R^{\mathrm{T}} \mathbf{R}_t\ \mathbf{i}_R + \mathbf{i}_r^{\mathrm{T}} \mathbf{R}_t\ \mathbf{i}_r,\ P_E = -\ \mathbf{u}_E^{\mathrm{T}} \mathbf{i}_E.$$

Then we form the expression

$$P = P_c - 2P_E$$

and take the virtual differential of P with respect to $\mathbf{i}_r$. We get by use of constitutive relationships

$$\delta \hat{P}(\mathbf{i}_r) = 2[-\mathbf{F}_{Rr}^{\mathrm{T}} \mathbf{u}_R + \mathbf{u}_r - \mathbf{F}_{Er}^{\mathrm{T}} \mathbf{u}_E]\ \delta \mathbf{i}_r. \tag{23}$$

We have obtained that $\mathbf{i}_r$ is a natural distribution of link-branch currents if and only if $\delta \hat{P}(\mathbf{i}_r)$ vanishes which constitutes the first Maxwell theorem. In a similar way one may prove the second Maxwell theorem.

We will give a generalization of Theorems 2 and 3 for the case when the network contains voltage sources as well as current sources.

THEOREM 4. Consider an electrical network which is built up from i-controlled resistors, ideal voltage sources as well as from ideal current sources. Then a set of resistive link-branch currents correspond to a natural motion (i.e. a distribution compatible with KVT) if and only if the first virtual variation of the content $\delta \mathcal{G}(\mathbf{i}_r)$ vanishes at the point $\mathbf{i}_r$.

Proof. The elements in the network are the same as those considered in Theorem 3 and, in addition, there exist current source link-branches whose associated vectors are distinguished by the subscript J.

Therefore we have the partitions

$$\mathbf{F} = \begin{matrix} \\ E \\ R \end{matrix} \begin{matrix} \begin{matrix} r & J \end{matrix} \\ \left[\begin{array}{c:c} \mathbf{F}_{Er} & \mathbf{F}_{EJ} \\ \hdashline \mathbf{F}_{Rr} & \mathbf{F}_{RJ} \end{array}\right] \end{matrix}, \tag{24}$$

and

$$\begin{cases} \mathbf{u} = [\mathbf{u}_E^{\mathrm{T}} \ \mathbf{u}_R^{\mathrm{T}} \ \mathbf{u}_r^{\mathrm{T}} \ \mathbf{u}_J^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}, \\ \mathbf{i} = [\mathbf{i}_E^{\mathrm{T}} \ \mathbf{i}_R^{\mathrm{T}} \ \mathbf{i}_r^{\mathrm{T}} \ \mathbf{i}_J^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}. \end{cases} \tag{25}$$

The content of the network is given by

$$\mathscr{G}(\mathbf{i}) = \int_0^{\mathbf{i}_R} \mathbf{u}_R^{\mathrm{T}} \, \delta\mathbf{i}_R + \int_0^{\mathbf{i}_r} \mathbf{u}_r^{\mathrm{T}} \, \delta\mathbf{i}_r + \mathbf{u}_E^{\mathrm{T}} \, \mathbf{i}_E.$$

The source currents give no contribution to G since for these elements the content does not exist.

The tree-currents may be expressed in terms of link-currents as

$$\begin{cases} \mathbf{i}_R = -\mathbf{F}_{Rr} \, \mathbf{i}_r - \mathbf{F}_{RJ} \, \mathbf{i}_J, \\ \mathbf{i}_E = -\mathbf{F}_{Er} \, \mathbf{i}_r - \mathbf{F}_{EJ} \, \mathbf{i}_J. \end{cases} \tag{26}$$

Then we calculate the first virtual variation of $\hat{\mathscr{G}}(\mathbf{i}_r)$. We get further

$$\delta\hat{\mathscr{G}}(\mathbf{i}_r) = \frac{\partial\mathscr{G}}{\partial\mathbf{i}_R} \frac{\partial\mathbf{i}_R}{\partial\mathbf{i}_r} \, \delta\mathbf{i}_r + \frac{\partial\mathscr{G}}{\partial\mathbf{i}_r} \, \delta\mathbf{i}_r + \frac{\partial\mathscr{G}}{\partial\mathbf{i}_E} \frac{\partial\mathbf{i}_R}{\partial\mathbf{i}_r} \, \delta\mathbf{i}_r =$$

$$= [-\mathbf{u}_R^{\mathrm{T}} \, \mathbf{F}_{Rr} + \mathbf{u}_r^{\mathrm{T}} - \mathbf{u}_r^{\mathrm{T}} \, \mathbf{F}_{Ej}] \, \delta\mathbf{i}_r =$$

$$= [-\mathbf{F}_{Rr}^{\mathrm{T}} \, \mathbf{u}_R + \mathbf{u}_r - \mathbf{F}_{Er}^{\mathrm{T}} \, \mathbf{u}_E]^{\mathrm{T}} \, \delta\mathbf{i}_r,$$

which proves the „if" and „only if" of Theorem 4.

In a similar manner one can prove

THEOREM 5. Consider an electrical network which is built up from u-controlled resistors, ideal current sources as well as from ideal voltage sources. Then a set of resistive tree-branch voltages corresponds to a natural motion (i.e. a distribution compatibile with KCT) if and only if the first virtual variation of the co-content of the whole system $\delta\mathscr{J}(\mathbf{u}_R)$ vanishes at the point $\mathbf{u}_R$.

We emphasize the following points pertaining to Theorems 2, 3, 4 and 5.

a) Theorem 2 (or 3) is a particular case of Theorem 4 (or 5) when $\mathbf{i}_J$ (or $\mathbf{u}_E$) is the zero vector.

b) Theorem 4 (or 5) describes a network whose resistors are time-variable, their time variation being controlled by current (or voltage) sources.

c) A little algebra leads to the equation of motion expressed in terms of the basis i_r:

$$-\mathbf{F}_{Rr}^{T}\mathbf{R}\bigcirc(-\mathbf{F}_{Rr}\,\mathbf{i}_r-\mathbf{F}_{RJ}\,\mathbf{i}_J)+\mathbf{R}_l(\mathbf{i}_r)=\mathbf{F}_{Er}^{T}\,\mathbf{u}_E. \tag{27}$$

It is of interest to note that the sources appear as a right member in (27) and at the same time through the nonlinear mapping $\mathbf{R}_l(\cdot)$, the constitutive equations of resistive tree-branches.

d) If the resistors are linear, then (27) becomes

$$[\mathbf{R}_l+\mathbf{F}_{Rr}^{T}\,\mathbf{R}_t\,\mathbf{F}_{Rr}]\mathbf{i}_r=\mathbf{F}_{Er}^{T}\,\mathbf{u}_E-\mathbf{F}_{Rr}^{T}\,\mathbf{R}_t\,\mathbf{F}_{RJ}\;\mathbf{i}_J, \tag{28}$$

where $\mathbf{R}_l$ and $\mathbf{R}_t$ are square constant matrices. For this case (28) may be solved and a global solution is obtained. Otherwise, the solution is to be obtained around each point where (28) is inversable.

REFERENCES.

1. *Balabanian N.*, Bickart Th. Teoria modernă a circuitelor electrice (traducere din l. engleză) Editura tehnică, București, 1974.
2. *Cherry E. C.* Philos. Mag. Ser. 7, Vol. 42, No. 333, 1161—1177, (1951).
3. *Chua L. O.* Journ. of Franklin Inst., Vol. 296, No. 2, 91—114, (1973).
4. *Duffin R. J.* Bull. of the Amer. math. Soc., Vol. 53, Oct., 963—971, (1947).
5. *Field M. J.* Differential calculus and its applications. Van Nostrand, New York, 1976.
6. *Gantmaher F.* Teoria matriț. Izdatelistvo Nauka, Moskwa, 1967.
7. *Jones D. L., Evans F. J.* Journ. of Franklin Inst., Vol. 296, No. 1, 9—23, (1973).
8. *Millar W.* Philos. Mag., Ser. 7, Vol. 42, No. 333, 1150—1160, (1951).
9. *Ortega J. M.*, Rheinbolt W. C. Iterative solutions of nonlinear equations in several variables. Academic Press, New York, 1970.
10. *Stanomir D.* Elemente acustice în sistemele de transmisiune. Teză de doctorat, Institutul Politehnic București, 1973.
11. *Stanomir D.* Formulări variaționale ale ecuațiilor de evoluție ale circuitelor electrice. Com. prezentată la Col. Circuite neliniare și parametrice, 22—23 Dec., 1975, Iași.
12. *Stanomir D.* Rev. roum. Sci. techn. Sér. Electr., Vol. 22, No. 4, 529—534, (1977).
13. *Stanomir D.* O teoria fizică a sistemelor electromecanice. În curs de publicare la Editura Acad. R.S.R.

Analiza variațională a rețelelor electrice neliniare

I. Rețele rezistente

În lucrare este prezentat un punct de vedere general și unitar privind analiza circuitelor electrice neliniare. Tratarea se bazează pe teoria variabilelor conjugate. Rezultatele sînt prezentate într-un formalism matriceal-functional care permite o conciziune sugestivă.

Sînt prezentate definițiile și proprietățile funcțiile de energie ale rețelelor electrice și unele teoreme importante privitoare la circuite neliniare rezistive.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 1

C.Z. 621;395
621.397

ADAPTIVE DELTA MODULATION FOR IMAGE CODING USING PULSE GROUPING TECHNIQUES

V. E. NEAGOE*

This letter describes an adaptive delta modulator used for the optimal coding of a 1 MHz videotelephone-picture signal into a 6 Mbits/s binary form. The coder is based on an adaptive algorithm, characterized by the fact that the system memory stores the identical "1" past bits only; this is equivalent to the extraction and transmission of the signal derivative. An analog integration solution is adopted using the pulse grouping techniques which, in comparison to digital integration, has the advantages of a short integration time, a great flexibility in changing the weighting algorithm and a very simple circuitry. The test results from a videotelephone are also presented.

J. E. Abate points out the limits of linear delta modulation and the advantages of adaptive delta modulation obvious for coding nonstationary signals (video, audio) because of the possibility of companding. This is equivalent to the adaptation of the digital system optimum to the input signal variations. The adaptive delta modulator is obtained by introducing a nonlinearity into the feedback loop of the linear modulator.

At each sampling instant, t_n, the regenerated signal is varied with a step $\Delta_n = K_n\Delta$ (K_n is the weighting coefficient and Δ the minimum step size) which is determined by a nonlinear function of the digital sequence previous values: $\bar{s}_n = (s_i, \ldots, s_n)$, i. e.: $\Delta_n = f(\bar{s}_n)$ (1)

The way of establishing this correspondence leads to several adaptation strategies. For our system the relation (1) is illustrated by the following tables:

a. Table with positive weights $\Delta_n = f(\bar{s}_n)$, for $n - i = 4$, corresponding to a positive slope of the signal

s_{n-5}	s_{n-4}	s_{n-3}	s_{n-2}	s_{n-1}	s_n	Δ
x	x	x	x	0	1	$K_1\Delta$
x	x	x	0	1	1	$K_2\Delta$
x	x	0	1	1	1	$K_3\Delta$
x	0	1	1	1	1	$K_4\Delta$
x	1	1	1	1	1	$K_5\Delta$

("x" — data not used in detection)

b. Table with negative weights $\Delta_n = f(\bar{s}_n)$, for $n - i = 4$, corresponding to a negative slope of the signal

s_{n-5}	s_{n-1}	s_{n-3}	s_{n-2}	s_{n-1}	s_n	Δ_n
x	x	x	x	1	0	$-K_1\Delta$
x	x	x	1	0	0	$-K_2\Delta$
x	x	1	0	0	0	$-K_3\Delta$
x	1	0	0	0	0	$-K_4\Delta$
x	0	0	0	0	0	$-K_5\Delta$

Manuscript received 11 October 196
* Lecturer dr. eng. Chair of Applied Electronics

The number of weight combinations is limited by the demand of stability on flat areas (constant-signals)[2]. A sufficient condition to avoid undesirable oscillations is expressed by:

$$K_1 = K_2 \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

$$K_i \leqslant K_1 + \ldots + K_{i-1};\ i \leqslant 5 \ldots \quad (3)$$

To reduce the granular noise we adopted $K_1 = 1$.

The minimum step size, Δ, has been determined from the equivalence with a pulse code modulation (PCM) sytem with seven bits per sample. The maximum step size, $K_5\Delta$, was chosen from a compromise between overshoot (that is degrading the image at large K_5) and a good reproduction of fast signal changes (the larger the "companding capacity", $C = (20 \log K_n)\ dB$, the better is the response). The intermediary weights, K_3 and K_4 were established as a result of subjective tests on image, taking into account the condition (3). The following values were adopted for the weighting coefficients:

$$K_1 = K_2 = 1;\quad K_3 = 1.8;\quad K_4 = 3.5;\quad K_5 = 6.$$

The simple circuitry was obtained by replacing the digital integration system currently used in delta modulators for video signals by an extremely simple and efficient commanded analog integrator using pulse grouping techniques. In this day the number of integrated circuits is greatly reduced in the digital accumulator and also we avoid the difficult problems caused by a high speed digital/analog converter. At the same time a very short integration time (40 ns) was obtained that allows a good operation at high frequencies. Fig. 1 shows the general structure of the resulting adaptive delta modulator.

The input analog video signal is compared with the locally reconstituted signal (within the modulator) and the difference is quantized. The existing binary information at the end of the compare time is inserted into one of the two registers ("+" or "—"). For a strict control of the step size, the integration time τ is fixed by an adequate signal from one-shots 1 and 2 that commands switch K_0. Assume the prior bit was a "0" and the present bit is a "1" (at the comparator output). This "1" drives the mode control input of the registers resetting the "— register" and setting the first cell of the "+ register". This "1" makes switch K turn on causing the constant current generator αI to supply current to the capacitor C. This is done only during the time assigned for integration (τ) when the voltage on C has a ramp type rising:

$$\Delta = \frac{\alpha I \tau}{C} \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

If the following bits are identical, the next current generators will be commanded, implementing the chosen weighting sequence. When the first "0" appears, then the "+ register" is reset and a "0" is inserted into the first cell of the "— register" activating the negative current generator, αI.

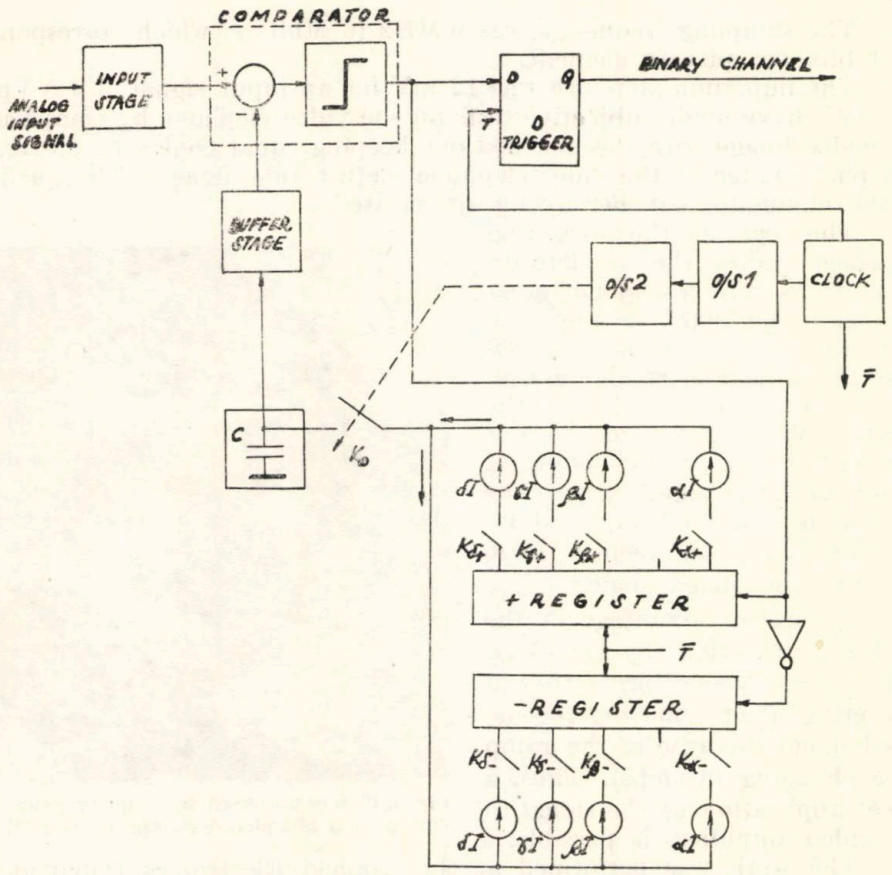


Fig. 1. Adaptive delta modulator with analog integration system by weighted currents

For a weighting sequence K_1, K_2, K_3, K_4, K_5, the current generators are designed to supply the currents: αI, βI, γI, δI, where:

$$\begin{aligned} \alpha &= K_1 = K_2 \\ \beta &= K_3 - K_2 \\ \gamma &= K_4 - K_3 \\ \delta &= K_5 - K_4. \end{aligned} \qquad (5)$$

Compared with the digital integration, the proposed analog integration by pulse techniques has the advantage of a great flexibility for changing the weighting coefficients. This is done by simply modifying the currents supplied by the generators.

The modulator was designed for cable transmission of the signals provided by a videotelephone with the following characteristics:

lines per field	319
line rate	8 KHz
interlace	2 : 1
bandwitdh	1 MHz
line output voltage	1.5 Vpp

The sampling frequency was 6 MHz (6 Mbits/s) which corresponds to 3 bits per picture element.

The minimum step size was 12 mV for an input signal of 1.5 Vpp.

We have made subjective tests on the videotelephone by comparing the coded image with the uncoded one keeping equal contrasts. In fig. 2 is a photo taken of the videotelephone picture tube images. The quality of the modulator can hereby be appreciated.

The logic of the weighting sequence makes the oscillations on plateaus (flat areas) not greater than the smallest step size dimension, Δ, and thus an absolute minimization of the granular noise is obtained. At the same time a good contrast is provided by a proper coding of bursts of large signal slope. The maximum overshoot (approximately 6Δ) is not sufficiently large to affect the image quality.

Fig. 2. Picture processed by adaptive delta modulator at 3 bits/picture element ($f = 6$ Mbits/s)

A further advantage of the analog integration by weighted pulse current generators is that of a filtering effect upon the regenerated signal (because of the ramp type changing of steps). Thus, a direct application of the signal to the video amplifiers is possible.

The work was performed at the Applied Electronics Department of the Polytechnic Institute of Bucharest.

REFERENCES

1. *Abate, J. E.*, Proc. Inst. Elec. Electron. Eng., 1967, *55*, pp. 298–307.
2. *Bosworth, R. H., Candy, J. C.*, Bell. Syst. Tech. J., 1969, *48*, pp. 1459–1479.
3. *Jayant, N. S.*, Syst. Tech. J., 1970, *49*, pp. 321–342.
4. *Millard, J. B., Maunsell, H. I.*, Bell. Syst. Tech. J., 1971, *50*, pp. 459–479.
5. *Neagoe, V. E.*: 'The synthesis in the time domain of some optimal differential sampled-data systems for pulse code transmissions', Thesis, Polytechnic Institute of Bucharest, 1976.

Modulația delta adaptivă pentru codarea imaginilor utilizînd tehnici de grup de impulsuri

Această lucrare descrie un modulator delta adaptiv utilizat pentru codarea optimă a semnalului de imagine de videotelefon cu banda de 1 MHz într-o formă binară de 6 Mbiți/s. Codorul este bazat pe un algoritm adaptiv, caracterizat prin faptul că memoria sistemului stochează numai secvențele trecute de „1" biți identici; aceasta este echivalent cu extragerea și transmisia derivatei semnalului.

Este adoptată o soluție de integrare analogică, utilizînd tehnici de grup de impulsuri, care în comparație cu integrarea digitală are avantajele unui timp de integrare scurt, a unei flexibilități mari în schimbarea algoritmului de ponderare și a unui circuit foarte simplu.

Sînt prezentate rezultatele testului pe videotelefon al sistemului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ

apare trimestrial, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" şi „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din institut. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa privind articolele, schimburile de publicaţii şi abonamentele se fac pe adresa institutului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
РАЗДЕЛ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Выходит четыре раза в год, являясь продолжением прежних научных периодических журналов, „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" и „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu – Dej" Bucureşti".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского политехнического института. В пределахво вовможностей будут опубликоваться и научно-исследовательские работы специалистов извне.

Переписка, обмен периодическими изданиями и подписка производятся по адресу института.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
ELECTROTEHNICS SERIES

The Bulletin is issued quarterly, continuing the old scientific periodicals : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" and „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti".

Organized on a new basis, it primarily reflects the scientific activity of the academic staff from Institute. Researchers from outside the institute can also publish their papers within the available space.

The correspondance regarding the articles, change of publications and subscriptions are sent to the following address.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SERIE ÉLECTROTECHNIQUE

parait tous les trois mois, continuant les anciens périodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Pysique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" et „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Organisé sur de nouveaux principes il reflète tout d'abord l'activité scientifique du corps enseignant de l'Institut. Dans la limite de l'espace disponible on peut y publier aussi les travaux scientifiques des collaborateurs de l'extérieur.

L'adresse pour la correspondance concernant les articles, les échanges de publications et les abonnements est :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
ROMÂNIA
Splaiul Independenţei nr. 313
Căsuţa Poştală nr. 2356
(pentru Buletinul Institutului)
Seria Electrotehnică

1980 DEC 1 9

Lei 20

F 1130/2

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

SERIA ELECTROTEHNICĂ

TOMUL XLII NUMĂRUL 2 ANUL 1980
APRILIE — IUNIE

COMITETUL DE REDACȚIE

REDACTOR RESPONSABIL : Academician *Radu Voinea*

MEMBRII : Prof. dr. ing. *Constantin Bălă* (redactor responsabil adjunct), Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin* (secretar științific) ; Prof. dr. docent ing. *Virgil Constantinescu* ; Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu* ; Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan* ; Prof. dr. ing. *Nicolae Geru* ; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* ; Prof. dr. *Ion Grădișteanu* ; Prof. dr. ing. *Gheorghe Hortopan* ; Prof. ing. *Jean Moncea* ; Academician *Ecaterina Ciorănescu Nenițescu* ; Prof. dr. ing. *Aurel Oprean* ; Prof. dr. ing. *Mircea Petrescu* ; Prof. dr. ing. *Ion Popescu* ; Prof. dr. ing. *Marin Rădoi* ; Prof. dr. ing. *Marcel Segărceanu* ; Prof. dr. *Octavian Stănășilă* ; Prof. dr. docent ing. *Ion Teoreanu*. Prof. dr. docent *Rodica Vîlcu*.

Editor : Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Splaiul Independenței 313, Tel. 31.40.10. România, Căsuța poștală 2356
TELEX : 14.490 PIBUH

Readers from abroad can get subscriptions for this newspaper trough ILEXIM import-export press, 13 Decembrie St. Nr. 3, P.O.B. 2001, telex 011226, Bucharest ROMANIA

Sumar

MATEMATICĂ

Elena Deciu
On the Wave Functor 3

FIZICĂ

G. A. Stanciu, I. M. Popescu, C. M. Stoichiță, E. Budianu E. Vasile
Caracterizarea prin baleiaj cu fasciculul laser a fotodiodelor 11

Cornelia Moțoc, Maria Honciuc, Iuliana Cuculescu
Asupra unor tehnici folosite în vederea caracterizării cristalelor lichide . . 17

ELECTROTEHNICĂ

P. Dinculescu, M. Popescu
Balast cu rezonanță pentru lămpile fluorescente de 40 W 31

ELECTRONICĂ

P. Postelnicu
Le concept de la conexion inverse intrisèque 39

M. Bodea, M. Ionescu, A. Silard
Calculul distribuției staționare de temperatură în circuitele integrate . . 49

V. Cătuneanu, O. Iancu, S. Vasilescu, P. Schiopu, L. Pascu
Tehnologia și concretizarea dispozitivelor de afișaj cu c.l.n. cu difuzie dinamică 55

CENTRALE ELECTRICE

N. Dănilă, Bui Huy Phung
Model economico-matematic de optimizare a balanței combustibililor energetici în perspectivă 63

AUTOMATICĂ

I. Catană
Unele probleme privind optimizarea amplificatoarelor hidraulice cu două etaje de amplificare 75

St. Popescu, D. Cautiș
Extinderea posibilităților de testare a releelor de impedanță 87

CALCULATOARE

Maria Ana Necula, C. Tănăsescu
Algorithms for Determining LEFD which Has a Given Discrete Time Function as Solution 95

C. Zervos, L. Ciolac
Note on Optimal Synthesis of Definitely Diagnosable Sequential Automata 103

Sumar

MATEMATICĂ

Elena Decia
On the Wave Functor 3

FIZICĂ

G. A. Stanciu, I. M. Popescu, C. M. Stoichiță, E. Buniaru, E. Vasile
Caracterizarea prin balelaj cu fascicul laser a fotodiodelor 11
Cornelia Mojoc, Maria Honcioc, Iuliana Gueulescu
Asupra unor tehnici folosite în vederea caracterizării cristalelor lichide . . . 17

ELECTROTEHNICĂ

P. Dinculescu, M. Popescu
Balast cu rezonanță pentru lămpile fluorescente de 40 W 31

ELECTRONICĂ

P. Posteinicu
Le concept de la conexion inverse intrinsèque 33
M. Bodea, M. Ilonescu, A. Silard
Calculul distribuției staționare de temperatură în circuitele integrate . . . 49

V. Cătuneanu, O. Ianou, S. Vasilescu, F. Schlopu, L. Pascu
Tehnologia și concretizarea dispozitivelor de afișaj cu c.l.c. cu difuzie dinamică 55

CENTRALE ELECTRICE

N. Dăulă, Ruț Huy Phuc
Model economico-matematic de optimizare a balanței combustibililor energiei în perspectivă 63

AUTOMATICĂ

L. Catană
Unele probleme privind optimizarea amplificatoarelor hidraulice cu două etaje de amplificare 75
St. Popescu, D. Cautiș
Extinderea posibilităților de testare a releelor de impedanță 87

CALCULATOARE

Maria Anaj Nacula, C. Tănăsescu
Algorithms for Determining LFPD which Has a Given Discrete Time Function as Solution 95
G. Zervos, L. Ciolac
Note on Optimal Synthesis of Definitely Diagnosable Sequential Automata . . . 103

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 2

MATEMATICĂ

C.Z. : 517.948.35

ON THE WAVE FUNCTOR

ELENA DEGIU *

Following some ideas from [7], we tried to remark a functorial aspect [1] for some correspondences from the scattering theory [9].

We defined the category of the scattering systems and the category of the „wave operators".

We defined also the wave functor between these two categories.

In another paper [5] we shall give concrete examples [3], [4], [6], [2], [8].

This paper was communicated at a scientific session held in the Polytechnical Institute of Bucharest.

1. Elements of the scattering theory in terms of the group representations theory [7]

Let G be a group with unit element e. Let H be a complex Hilbert space. Let $L(H)$ be the algebra of the linear continuous operators on the space H and $\mathcal{U}(H) \subset L(H)$ the group of the unitary operators.

A map $G \to \mathcal{U}(H) : g \mapsto U(g)$ is called a unitary representation of the group G in the algebra $L(H)$ if it is a group (with unit element) morphism, i.e. :

(1) $U(e) = \mathrm{I}$, where I is the identity operator on the space, H,

(2) $U(g_1 g_2) = U(g_1)\, U(g_2)$, for every two elements $g_1, g_2, \in G$.

Let us assume that the group G has a semigroup S, such that if we denote by

$$S^{+1} = S \text{ and } S^{-1} = \{s^{-1};\ s \in S\},$$

where the element s^{-1} is the inverse of s, we have the following properties ;

(1) $$G = S^{-1}S \text{ and } S \cap S^{-1} = \{e\}$$

(2) for every two elements $s, t \in S$,

$$S\,s \cap S\,t \neq \Phi \text{ and } s\,S \cap t\,S \neq \Phi.$$

Manuscript received 7 December 1979
* Assistent Chair of Mathematics III

A subspace $\mathcal{D}_- \subset H$ is called a past or input subspace, if :

(1) $$U(t)\,\mathcal{D}_- \subset \mathcal{D}_-, \qquad (t \in S^{-1}),$$

(2) the intersection $\bigcap_{t \in S^{-1}} U(t)\,\mathcal{D}_- = \{0\}$,

(3) if we denote by $H_- = \bigvee_{t \in G} U(t)\mathcal{D}_-$, (where the symbol „$\bigvee$" designates the operation "generated"), we have $H_- = H$.

Similarly, a subspace $\mathcal{D}_+ \subset H$ is called a future or output subspace, if :

(1′) $$U(t)\,\mathcal{D}_+ \subset \mathcal{D}_+,$$

(2′) the intersection $\bigcap_{t \in S^{+1}} U(t)\,\mathcal{D}_+ = \{0\}$,

(3′) if we denote by $H_+ = \bigvee_{t \in G} U(t)\,\mathcal{D}_+$, we have $H_+ = H$.

If we are working in the same time with two subspaces $\mathcal{D}_-$ and $\mathcal{D}_+$, we shall put instead of the hypotheses (3) and (3′) the hypothesis

(3″) $$H = H_- \vee H_+.$$

With the notations from [1], a scattering system $\sum$ for the pair (G, S) is formed by :

(1) two unitary representations of the group G, respectively, on two Hilbert spaces $H^{(0)}$ and $H^{(1)}$:

$$\{U^{(0)}(t)\}_{t \in G} \quad , \quad \{U^{(1)}_-(t)\}_{t \in G};$$

(2) two pairs of past — future subspaces, respectively, for the representations :

$$\mathcal{D}^{(0)}_-,\ \mathcal{D}^{(0)}_+ \text{ and } \mathcal{D}^{(1)}_-,\ \mathcal{D}^{(1)}_+;$$

(3) two unitary operators called the indentification operators,

$$V_- : \mathcal{D}^{(0)}_- \to \mathcal{D}^{(1)}_- \text{ and } V_+ : \mathcal{D}^{(0)}_+ \to \mathcal{D}^{(1)}_+,$$

such that the following diagrams are commutative :

$$\begin{array}{ccc} \mathcal{D}^{(0)}_- & \xrightarrow{U^{(0)}_{(t)} \mid \mathcal{D}^{(0)}_-} & \mathcal{D}^{(0)}_- \\ {\scriptstyle V_-}\downarrow & (t \in S^{-1}) & \downarrow{\scriptstyle V_-} \\ \mathcal{D}^{(1)}_- & \xrightarrow[U^{(1)}_{(t)} \mid \mathcal{D}^{(1)}_-]{} & \mathcal{D}^{(1)}_- \end{array} \qquad \text{and} \qquad \begin{array}{ccc} \mathcal{D}^{(0)}_+ & \xrightarrow{U^{(0)}_{(t)} \mid \mathcal{D}^{(0)}_+} & \mathcal{D}^{(0)}_+ \\ {\scriptstyle V_+}\downarrow & (t \in S^{+1}) & \downarrow{\scriptstyle V_+} \\ \mathcal{D}^{(1)}_+ & \xrightarrow[U^{(1)}_{(t)} \mid \mathcal{D}^{(1)}_+]{} & \mathcal{D}^{(1)}_+ \end{array},$$

i.e.,

$$V_{\pm}\,(U^{(0)}(t)\,|\,\mathcal{D}_{\pm}^{(0)}) = (V^{(1)}(t)\,|\,\mathcal{D}_{\pm}^{(1)})\,V_{\pm}\,.$$

We denote it by

$$\sum = \{G,\, S;\, H^{(0)},\, \{U^{(0)}(t)\}_{t\in G}\, \mathcal{D}_{-}^{(0)},\, \mathcal{D}_{+}^{(0)};\; H^{(1)},\, \{U^{(1)}(t)\}_{t\in G},\, \mathcal{D}_{-}^{(1)},\, \mathcal{D}_{+}^{(1)};\; V_{-},\, V_{+}\}.$$

Let $\sum$ be a scattering system for the pair (G, S)

It was proved [7] that we may associate a unique pair of two unitary operators $\{W_{-}, W_{+}\}$ calles, respectively, backward and forward wave operators of the system $\sum$:

$$W_{-}\,:\,(H_{-}^{(0)} \to H_{-}^{(1)} \quad \text{and} \quad W_{+}\,:\,H_{+}^{(0)} \to H_{+}^{(1)}\,,$$

such that we have:
(1) the restrictions

$$W_{-}\,|\,\mathcal{D}_{-}^{(0)} = V_{-} \quad \text{and} \quad W_{+}\,|\,\mathcal{D}_{+}^{(0)} = V_{+}, \quad \text{and}$$

(2) the following diagrams are commutative:

$$\begin{array}{ccc} H_{-}^{(0)} & \xrightarrow{U_{(t)}^{(0)}\,|\,H_{-}^{(0)}} & H_{-}^{(0)} \\ {\scriptstyle W_{-}}\downarrow & (t\in G) & \downarrow{\scriptstyle W_{-}} \\ H_{-}^{(1)} & \xrightarrow[U_{(t)}^{(1)}\,|\,H_{-}^{(1)}]{} & H_{-}^{(1)} \end{array} \qquad \text{and} \qquad \begin{array}{ccc} H_{+}^{(0)} & \xrightarrow{U_{(t)}^{(0)}\,|\,H_{+}^{(0)}} & H_{+}^{(0)} \\ {\scriptstyle W_{+}}\downarrow & (t\in G) & \downarrow{\scriptstyle W_{+}} \\ H_{+}^{(1)} & \xrightarrow[U_{(t)}^{(1)}\,|\,H_{+}^{(1)}]{} & H_{+}^{(1)} \end{array}\,,$$

i.e.,

$$W_{\mp}\,(U^{(0)}(t)\,|\,H_{\mp}^{(0)}) = (U^{(1)}(t)\,|\,H_{\mp}^{(1)})\,W_{\mp}\,.$$

Namely, for instance, the forward wave operator W_{+} is defined by the relation:

$$W_{+}g = \lim_{\substack{t\in G \\ t\to\infty,}} U^{(1)}(t^{-1})\,V_{+}P_{\mathcal{D}_{+}^{(0)}}U^{(0)}(t)\,g,$$

on the filter of the finite sections on G, and acts as on operator $W_{+}: H_{+}^{(0)} \to H_{+}^{(1)}$, being extended by linearity and continuity from $W_{+}: G_{+}^{(0)} \to G_{+}^{(1)}$, with $G_{+}^{(0)}$ and $G_{+}^{(1)}$ dense subspaces, respectively, in the spaces $H^{(0)}$ and $H^{(1)}$, i.e.: $\overline{G_{+}^{(0)}} = H^{(0)}$ and $\overline{G_{+}^{(1)}} = H^{(1)}$.

2. The category of the scattering systems and the category of the „wave operators"

We may consider the category of the scattering systems denoted by $\mathscr{S}_2$ defined in the following way:

I. We say that $\sum \in Ob\, L_2$ if it is of the form :

$$\sum = \{H^{(i)}\ ,\ \{U^{(i)}(t)\}_{t\in G}\ ,\ \mathcal{D}_{\mp}^{(i)}\ ,\ (i=0,1)\,;\ V_{\mp}\}, \tag{1}$$

wher :

1°. $\{U^{(i)}(t)\}_{t\in G}$ are unitary representations of the group G on the complex Hilbert spaces $H^{(i)}$, $(i=0,1)$;

2°. $\mathcal{D}_{-}^{(i)}, \mathcal{D}_{+}^{(i)} \subset H^{(i)}$, $(i=0,1)$, are, respectively, input and output subspaces for the given representations, such that the following three conditions are satisfied :

(a) $U^{(i)}(t)\,\mathcal{D}_{\mp}^{(i)} \subset \mathcal{D}_{\mp}^{(i)}$, $(t\in S^{\mp 1})$, $(i=0,1)$,

(b) $\bigcap\limits_{t\in S^{\mp 1}} U^{(i)}(t)\,\mathcal{D}_{\mp}^{(i)} = \{0\}$, $(i=0,1)$,

c) $H^{(i)} = H_{-}^{(i)} \vee H_{+}^{(i)}$, where

$$H^{(i)} = \bigvee_{t\in G} U^{(i)}(t)\,\mathcal{D}_{\mp}^{(i)}\ ,\ (i=0,1)\,; \tag{1'}$$

3°. $V_{\mp} : \mathcal{D}_{\mp}^{(0)} \to \mathcal{D}_{\mp}^{(1)}$ are unitary operators, such that if we denote the restrictions

$$U_{\mp}^{(i)}(t) = U^{(i)}(t)\,|\,\mathcal{D}_{\mp}^{(i)}\ ,\ (t\in S^{\mp 1}),$$

then the following diagrams are commutative :

$$\begin{array}{ccc} \mathcal{D}_{\mp}^{(0)} & \xrightarrow{U_{\mp}^{(0)}(t)} & \mathcal{D}_{\mp}^{(0)} \\ \Big\downarrow V_{\mp} & (t\in S^{\mp 1}) & \Big\downarrow V_{\mp} \\ \mathcal{D}_{\mp}^{(1)} & \xrightarrow[U_{\mp}^{(1)}(t)]{} & \mathcal{D}_{\mp}^{(1)} \end{array}\ ,$$

i.e.,

$$V_{\mp}U_{\mp}^{(0)}(t) = U_{\mp}^{(1)}(t)\,V_{\mp}\quad ,\ (t\in S^{\mp 1}) \tag{1''}$$

II. Let now $\sum, \widetilde{\sum} \in Ob\, \mathcal{S}_2$, where $\widetilde{\sum}$ has all the component elements endowed with the mark "$\sim$".

We say that $X \in \mathrm{Hom}\ \mathcal{S}_2\,(\sum, \widetilde{\sum})$, if it is of the form :

$$X = \{X^{(0)}\ ,\ X^{(1)}\}, \tag{2}$$

where $X^{(i)}: H^{(i)} \to \widetilde{H}^{(i)}$, $(i = 0, 1)$, are linear continuous operators, such that the following properties are satisfied:

1°. the following diagrams are commutative:

$$\begin{array}{ccc} H^{(i)} & \xrightarrow{U^{(i)}(t)} & H^{(i)} \\ {\scriptstyle X^{(i)}}\downarrow & (t \in G) & \downarrow{\scriptstyle X^{(i)}} \\ \widetilde{H}^{(i)} & \xrightarrow[\widetilde{U}^{(i)}(t)]{} & \widetilde{H}^{(i)} \end{array} ,$$

i.e.,

$$(2') \quad X^{(i)} U^{(i)}(t) = \widetilde{U}^{(i)}(t)\, X^{(i)} \ , \ (i = 0, 1\,;\ t \in G)\,;$$

2°. There are the inclusions:

$$(2'') \quad X^{(i)*}\ \widetilde{D}_{-}^{(i)} \subset D_{-}^{(i)}, \quad X^{(i)} D_{+}^{(i)} \subset \widetilde{D}_{+}^{(i)}\,, \ (i = 0, 1)$$

3°. with the notations

$$(2''') \quad X_{-}^{(i)*} = X^{(i)*} \mid \widetilde{D}_{-}^{(i)}\ , \ X_{+}^{(i)} = X^{(i)} \mid D_{+}^{(i)}\,,$$

the following diagrams are commutative:

$$\begin{array}{ccc} D_{-}^{(0)} & \xrightarrow{V_-} & D_{-}^{(1)} \\ {\scriptstyle X_{-}^{(0)*}}\downarrow & & \downarrow{\scriptstyle X_{-}^{(1)*}} \\ \widetilde{D}_{+}^{(0)} & \xrightarrow[\widetilde{V}_-]{} & \widetilde{D}_{-}^{(1)} \end{array} \quad \text{and} \quad \begin{array}{ccc} D_{+}^{(0)} & \xrightarrow{V_+} & D_{+}^{(1)} \\ {\scriptstyle X_{+}^{(0)}}\downarrow & & \downarrow{\scriptstyle X_{+}^{(1)}} \\ \widetilde{D}_{+}^{(0)} & \xrightarrow[\widetilde{V}_+]{} & \widetilde{D}_{+}^{(1)} \end{array} ,$$

i.e.,

$$(2_j^{IV})\, X_{-}^{(1)} \widetilde{V}_- = V_- X_{-}^{(0)*} \quad \text{and} \quad (2_{jj}^{IV}) X_{+}^{(1)} V_+ = \widetilde{V}_+ X_{+}^{(0)}$$

III. For the object $\sum \in Ob\, \mathscr{S}_2$, the identic morphism is

$$1_\Sigma = \{I_{H^{(0)}}\ ,\ \ I_{H^{(1)}}\}.$$

The morphism X is isomorphism, if the $X^{(0)}$ and $X^{(1)}$ are unitary operators and, in this case, the conditions 2° and 3° become:

2'°. $X^{(i)} D_{\mp}^{(i)} = \widetilde{D}_{\mp}^{(i)}$, $(i = 0,1)$

3'°. if we denoted $X_{\mp}^{(i)} = X^{(i)} \mid D_{\mp}^{(i)}$, $(i = 0, 1)$

we have:

$$X_{\mp}^{(1)} V_{\mp} = \widetilde{V}_{\mp} X_{\mp}^{(0)},$$

We found, thus, the know [7] notion of isomorphism.

We may also consider the category of the "wave operators", denoted by W, defined in the following way :

I. We say that $W \in Ob\ W$ if it is of the form

(3) $W = \{H^{(i)}\,;\ H_{\mp}^{(i)}\ ,\ (i = 0,1),\ W_{\mp}\}$,

where :

1°. $H_{\mp}^{(i)}$ are subspaces of Hilbert spaces $H^{(i)}$, such that

$$H^{(i)} = H_{-}^{(i)} \vee H_{+}^{(i)},\ (i = 0, 1).$$

2°. $W_{\mp} : H_{\mp}^{(0)} \to H_{\mp}^{(1)}$ are unitary operators.

II. For two objects W, $\widetilde{W} \in Ob\ \widetilde{W}$, we say that $Z \in \mathrm{Hom}_{W}\ (W, \widetilde{W})$, if it is of the form :

(4) $$Z = \{Z^{(0)},\ Z^{(1)}\},$$

where $Z^{(i)} : H^{(i)} \to \widetilde{H}^{(i)}$, $(i = 0, 1)$ are operators such that :

1°. we have the inclusions :

(4′) $Z^{(i)*}\,\widetilde{H}_{-}^{(i)} \subset H_{-}^{(i)}$, $Z^{(i)}H_{+}^{(i)} \subset \widetilde{H}_{+}^{(i)}$, $(i = 0, 1)$;

2°. if we denoted by

(4″) $Z_{-}^{(i)*} = Z^{(i)*} \mid \widetilde{H}_{-}^{(i)}$, $Z_{+}^{(i)} = Z^{(i)} \mid H_{+}^{(i)}$,

the following diagrams are commutative :

$$\begin{array}{ccc} H_{-}^{(0)} & \xrightarrow{W_{-}} & H_{-}^{(1)} \\ {\scriptstyle Z_{-}^{(0)*}}\downarrow & & \downarrow{\scriptstyle Z_{-}^{(1)*}} \\ \widetilde{H}_{-}^{(0)} & \xrightarrow[\widetilde{W}_{-}]{} & \widetilde{H}_{-}^{(1)} \end{array} \quad , \qquad \begin{array}{ccc} H_{+}^{(0)} & \xrightarrow{W_{+}} & H_{+}^{(1)} \\ {\scriptstyle Z_{+}^{(0)}}\downarrow & & \downarrow{\scriptstyle Z_{+}^{(1)}} \\ \widetilde{H}_{+}^{(0)} & \xrightarrow[\widetilde{W}_{+}]{} & \widetilde{H}_{+}^{(1)} \end{array} \quad ,$$

i.e.,

$(4''_j)$ $Z_{-}^{(1)*}\,\widetilde{W}_{-} = W_{-}Z^{(0)*}$, $(4''_{jj})$ $Z_{+}^{(1)}W_{+} = \widetilde{W}_{+}Z_{+}^{(0)}$.

III. For an object $W \in Ob\ W$, the identic morphism is $1_{W} = \{I_{H^{(0)}}\ ,\ I_{H^{(1)}}\}$.

The morphism Z is isomorphism, if $Z^{(0)}$ and $Z^{(1)}$ are unitary operators and then the conditions 1° and 2° become :

1′°. $Z^{(i)}H_{\mp}^{(i)} = \widetilde{H}_{\mp}^{(i)}$, $(i = 0,1)$,

2′°. if we denoted by $Z_{\mp}^{(i)} = Z^{(i)} \mid H_{\mp}^{(i)}$,

we have :

$$Z_{\mp}^{(1)} W_{\mp} = \widetilde{W}_{\mp} Z_{\mp}^{(0)} .$$

3. The wave functor

We may define the following covariant functor called the wave functor

$$U : \mathscr{S}_2 \to W,$$

(from the category $\mathscr{S}_2$ of the scattering systems to the category W of the "wave operators"), in the following way :

I. For an object $\Sigma \in Ob\, \mathscr{S}_2$, we put $U \sum = W \in Ob\, W$, where (3) is built from (1) with the aid of the subspaces $H_{\mp}^{(i)}$ given by (1'), and the unitary operators $W_{\mp}$ are the wave operators associated to the scattering system $\sum$ and have therefore the following properties :

(a) $V_{\mp} = W_{\mp} \mid D_{\mp}^{(0)}$,

(b) if we denote by $U_{\mp}^{(i)}(t) = U^{(i)}(t) \mid H_{\mp}^{(i)}$, $(i = 0, 1, t \in G)$, the following diagrams are commutative :

$$\begin{array}{ccc} H_{\mp}^{(0)} & \xrightarrow{U_{\mp}^{(0)}(t)} & H_{\mp}^{(0)} \\ \Big\downarrow{\scriptstyle W_{\mp}} & (t \in G) & \Big\downarrow{\scriptstyle W_{\mp}} \\ H_{\mp}^{(1)} & \xrightarrow[U_{\mp}^{(1)}(t)]{} & H_{\mp}^{(0)} \end{array} ,$$

i.e.,

$$(5) \quad W_{\mp} U_{\mp}^{(0)}(t) = U_{\mp}^{(1)}(t) W_{\mp} , \ (t \in G).$$

II. For two objects $\sum, \widetilde{\sum} \in Ob\, \mathscr{S}_2$, we define

$$U(\sum, \widetilde{\sum}) : \mathrm{Hom}_{\mathscr{S}_2}(\sum, \widetilde{\sum}) \longrightarrow \mathrm{Hom}_W(W, \widetilde{W}),$$

such that for an object $X \in \mathrm{Hom}_{\mathscr{S}_2}(\sum, \widetilde{\sum})$ we have the object $Z = U(\sum, \widetilde{\sum})(X)$ where $X = \{X^{(0)}, X^{(1)}\}$ and $Z = \{Z^{(0)}, Z^{(1)}\}$, with $Z^{(i)} = X^{(i)}$, $(i = 0, 1)$.

Let's verify that $Z \in \mathrm{Hom}_W (W, \widetilde{W})$.

Let's prove, for instance, that $X^{(0)}(D_{+}^{(0)}) \subset \widetilde{D}_{+}^{(0)}$ imply $X^{(0)} H_{+}^{(0)} \subset \widetilde{H}_{+}^{(0)}$.

But we have $H_{+}^{(0)} = \bigvee_{t \in G} U^{(0)}(t)\, D_{+}^{(0)}$ and, similarly,

$\widetilde{H}_{+}^{(0)} = \bigvee_{t \in G} \widetilde{U}^{(0)}(t)\, \widetilde{D}_{+}^{(0)}$.

Let's verify our inclusion on generators.

We have :

$$X^{(0)} U^{(0)}(t)\, d_{+}^{(0)} \overset{(2')}{=} \widetilde{U}^{(0)}(t)\, X^{(0)} d_{+}^{(0)} \in \widetilde{U}^{(0)}(t)\, \widetilde{D}_{+}^{(0)} \subset \widetilde{H}_{+}^{(0)}$$

(with $d_{+}^{(0)} \in D_{+}^{(0)}$). Therefore, we have also the inclusion $X^{(0)} H_{+}^{(0)} \subset \widetilde{H}_{+}^{(0)}$.

Let's verify, now, for instance, the relation $(4'''_{jj})$ on generators.

We have :

$$Z_+^{(1)} W_+ U^{(0)}(t) d_+^{(0)} = X_+^{(1)} W_+ U_+^{(0)}(t) d_+^{(0)} \overset{(5)}{=}$$

$$= X_+^{(1)} U_+^{(1)}(t) W_+ d_+^{(0)} = X_+^{(1)} U_+^{(1)}(t) V_+ d_+^{(0)} \overset{(1'')}{=}$$

$$= X_+^{(1)} V_+ U_+^{(0)}(t) d_+^{(0)} \overset{(2_{jj}^{IV})}{=} \widetilde{V}_+ X_+^{(0)} U^{(0)}(t) \, d_+^{(0)} =$$

$$\overset{\text{I(a)}}{=} \widetilde{W}_+ X_+^{(0)} U^{(0)}(t) d_+^{(0)} = \widetilde{W}_+ Z_+^{(0)} U^{(0)}(t) d_+^{(0)} \ , \ t \in G.$$

The funotor U is evidently a covariant funotor. We may consider for example the particular cases : a) $G = R$, the additive group of the real numbers and $S = R_+$, the semigroup of the positive real numbers, and b) $G = Z$, the additive group of integers, and $S = \{0\} \cup N$, where N is the semigroup of the natural numbers.

In another paper [5] we shall give concrete examples concerning the wave funotor ; for instance, in the frame of the time discrete linear and non — linear systems [3], [4], [6], [2], [8].

REFERENCES

[1] *I. Bucur, A. Deleanu,* Introduction to the theory of categories and functors, 1968.

[2] *C. Davis, C. Foiaş,* Operators with bounded characteristic functions and their J—unitary dilations, Acta scient. math., 32 (1971), pp 127—139.

[3] *E. Deciu,* Contribuţii la conexiunea dintre teoria modelelor operatoriale, teoria sistemelor liniare ca timp discret şi teoria scatteringului (sub tipar în „Studii şi cercetări matematice").

[4] *E. Deciu,* On the adjoint system of a discrete time non-linear system and on the duality of the scattering theory (sub tipar in „Rev. de math. pures et appl." nr. 4, 1980).

[5] *E. Deciu,* On some examples concerning the wave functor and the scattering theory for the discrete time linear and non-linear systems. Preprint.

[6] *C. Foiaş,* Some applications of structural models for operators on Hilbert spaces. Proc. Intern. Congr. of Math., Nice, Sept. 1970 T.2. Gouthier-Villars (Paris, 1971), pp pp. 433—440.

[7] *C. Foiaş,* Seminar of scatterng theory, Mathematical Institute of Bucharest, 1973.

[8] *J. W. Helton,* Discrete time systems, operator models and scattering theory, J. Funct. Anal., 16 (1974), pp. 15—38.

[9] *S. D. Lax, R. S. Phillips,* Scattering Theory, 1967.

[10] *B. Sz. Nagy, C. Foiaş,* Harmonic Analysis of Operators on Hilbert Space, Budapest—Amsterdam, London, 1970

Asupra funetorului de undă

Urmînd unele idei din [7], am încercat să remarcăm un caracter functorial pentru anumite corespondenţe din teoria scatteringului.

Am definit categoria sistemelor de scattering şi categoria „operatorilor de undă".

Am definit de asemenea functorul de undă între aceste două categorii.

Într-o altă lucrare [5], dăm exemple concrete [3], [4], [8].

Această lu crare a fost comunicată la o sesiune ştiinţifică ţinută la Institutu Politehnic Bucureşti.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „ GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 2

FIZICĂ

C.Z. : 535.14
621.385.132

CARACTERIZAREA PRIN BALEIAJ CU FASCICUL LASER A FOTODIODELOR $p^+nc u$ Si

G.A. STANCIU, I.M. POPESCU, C.M. STOICHIȚĂ, E. BUDIANU, E. VASILE*

Sînt investigate fotodiode cu p^+n cu Si prin baleiaj cu fascicul laser. Zonele în care se află canalul de inversie au fost puse în evidență.

Introducere

Este cunoscut faptul că lumina influențează proprietățile electrice ale dispozitivelor semiconductoare, o serie de determinări fiind făcute pe acestea prin utilizarea fluxurilor de lumină.

Haitz ș.a. au efectuat controlul optic al multiplicării purtătorilor în joncțiuni p-n cu siliciu [1], [2] folosind baleiajul manual al unui flux de lumină emis de o sursă clasică.

Lee ș.a. [3] au utilizat baleiajul manual al unui flux de lumină la verificarea uniformității multiplicării într-o joncțiune p-n. Folosind baleiajul unui fascicul laser pe suprafața unei diode, polarizată în apropierea regimului de avalanșă, Nishida ș.a. [4] au obținut modelul de multiplicare al diodei.

Într-o lucrare anterioară [5] noi am prezentat avantajul oferit de utilizarea radiației laser față de lumina obținută de la o sursă clasică la studiul dispozitivelor semiconductoare.

În această lucrare sînt înfățișate rezultatele obținute pe o fotodiodă cu Si care a fost baleiată automat cu un fascicul al laserului cu He-Ne acordat pe lungimea de undă λ 632,8 nm.

Manuscris predat redacției la data de 14 martie 1980
* Asistent; Prof. dr.; Student, Catedra Fizică; Cercet., C.C.S.I.T.; Cercet., I.C.E.

1. Tehnica experimentală

1.1. *Sistemul de baleiaj utilizat*

O prezentare în detaliu din punct de vedere electric al sistemului de baleiaj a fost făcută [5]. Sistemul de baleiaj are comandă digitală fiind primul de acest fel prezentat în literatură.

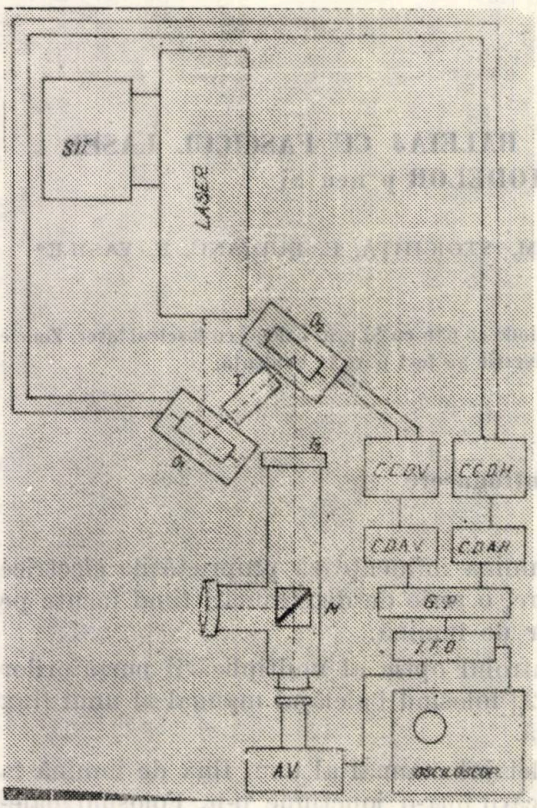


Fig. 1 Diagrama opto-mecanică a sistemului de baleiaj cu fascicul laser

Diagrama opto-mecanică a sistemului este înfățișată în figura 1.

Semnalele digitale date de generatorul de poziție (G.P.) sînt transformate în semnale analogice cu două convertizoare digital-analogice (C.D.A.V. și C.D.A.H.).

În continuare „tensiunile —coordonată" sînt convertite în „curenți — coordonată" utilizînd circuitele de comandă ale deflectorilor (C.C.D.V. și C.C.D.H.), acești curenți acționînd cei doi deflectori, ale căror oglinzi oscilează în jurul a două axe perpendiculare. Fasciculul unui laser cu He-Ne (λ 632,8 nm) cu o putere de 4 mW este baleiat într-un plan x-y și polarizat pe suprafața fotodiodei, cu un dispozitiv microscopic (M), care are un obiectiv de $3x$.

Modulația parazită pe 3 linii de baleiaj consecutive este sub 5% (figura 2). Sistemul poate lucra cu un număr complet de linii (100) sau cu un număr redus (12, 6, 3).

Fotocurentul fotodiodei a fost amplificat și însumat cu semnalul care sincronizează deflexiile pe y ale deflectorilor și osciloscopului pe al cărui ecran apar grafice. Atît sumarea celor două semnale cît și sincronizarea între deflectori și osciloscop sînt realizate cu interfața la osciloscop (I.F.O.) S-a lucrat fie cu rastru complet de curbe fie cu un număr de 6 linii.

1.2. Dispozitivul studiat

Au fost investigate fotodiode p^+n cu Si avînd aria activă cu diametrul de 1300 μm (figura 3). Regiunea p^+ ca și cea p a inelului de gardă au fost obținute prin difuzia borului. Inelul de gardă are o adîncime de

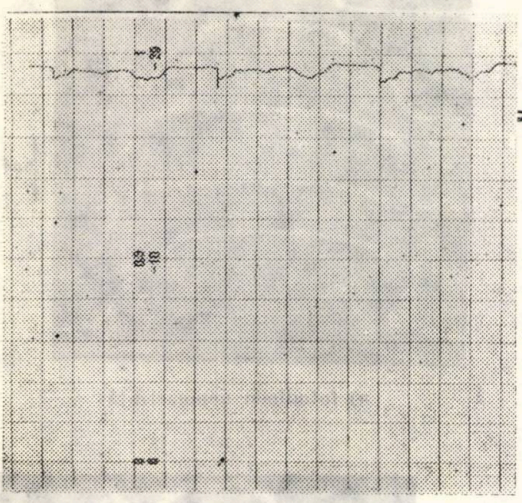


Fig. 2 Modulația parazită pe 3 linii de baleiaj.

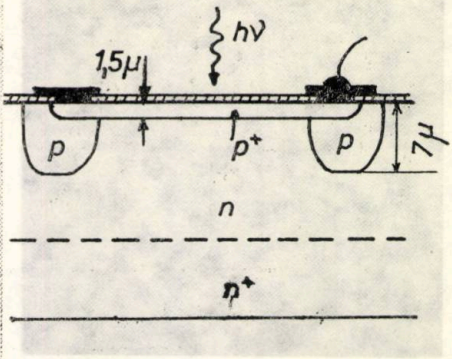


Fig. 3 Secțiune a fododiodei p^+n.

7 μm și a fost realizat pentru a reduce pierderile de curent și îmbunătățirea stabilității, precum și pentru a asigura o tensiune de străpungere ridicată.

2. Rezultate experimentale

Studiul fotodiodelor s-a făcut corelînd rezultatele obținute în urma măsurătorilor pe caracterograf (caracteristica $I - V_{inv}$) cu observațiile efectuate utilizînd sistemul de baleiaj descris.

Caracteristicile inverse curent tensiune (figura 4) au prezentat la majoritatea diodelor studiate un prag de tensiune de (4—8) V începînd de la care curentul de întuneric crește brusc la valori de 5 ÷ 10 μA. Creșterea liniară a curentului invers pe prima porțiune a caracteristicii se datorește faptului că placheta de Si nu a fost foarte curată.

Comportarea fotodiodei este tipică unui dispozitiv cu canal de inversie. Același rezultat s-a obținut în urma investigațiilor efectuate cu sistemul de baleiaj.

Dioda a fost polarizată invers, fiind legată în serie cu o rezistență de 1 kΩ de pe care s-a cules o tensiune proporțională cu curentul foto.

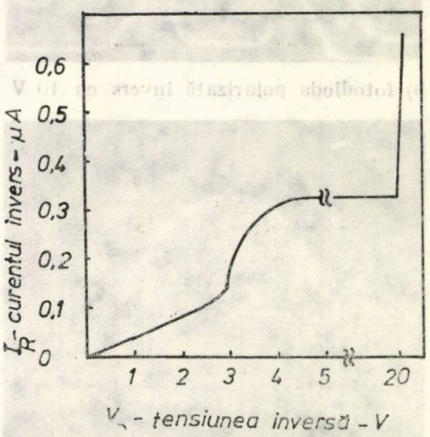
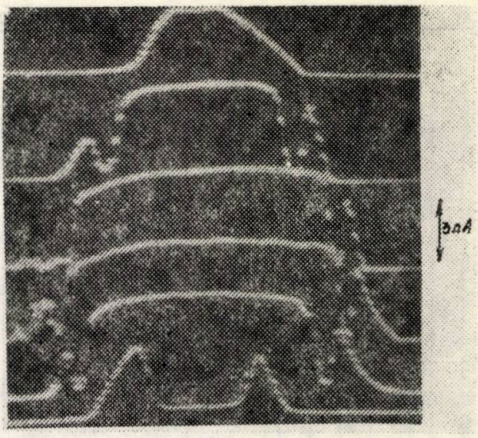


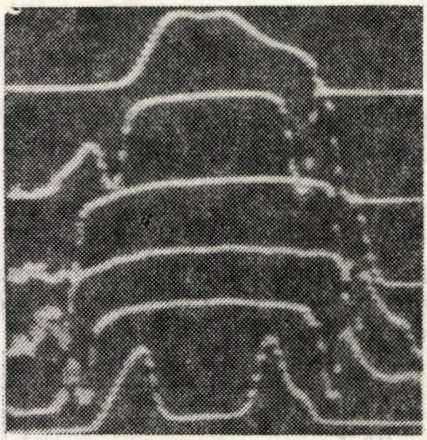
Fig. 4 Caracteristica $I - V_{inv}$ a fotodiodei.

În figura 5 sînt prezentate graficele obținute prin utilizarea rastrului complet focalizat pe suprafața diodei nepolarizate, punîndu-se în evidență uniformitatea fotocurentului.

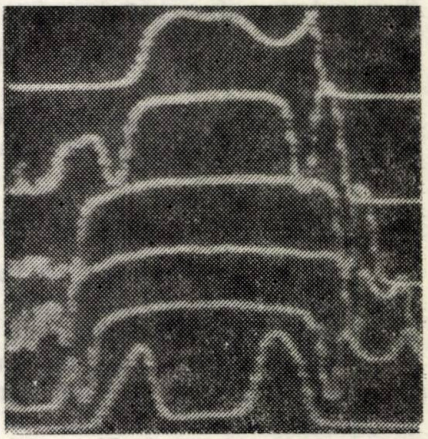
Fig. 5 Fotocurentul obținut prin baleiajul fasciculului laser pe suprafața fotodiodei.



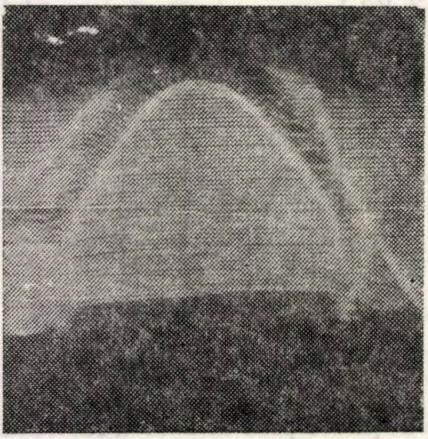
a) fotodioda nepolarizată



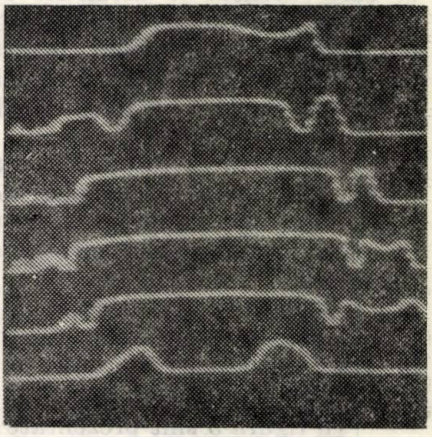
b) fotodioda polarizată invers cu 10 V



c) fotodioda polarizată invers cu 14 V



d) caracterizare globală a fotodiodei polarizată cu 10 V, efectuată cu un mare număr de grafice



e) fotodioda polarizată invers cu 30 V.

Fig. 6 Evoluția fotocurentului cu creșterea tensiunii inverse aplicată fotodiodei

Regiunea circulară în care nivelul fotocurentului este nul reprezintă inelul metalic pe care se află contactul zonei p^+. Pentru fotodiodă nepolarizată valoarea fotocurentului a fost de 4,5 nA așa cum se vede în figura 6.a.

În figura 6.b. se observă zona în care se află canalul de inversie dioda fiind polarizată invers cu 10 V. În regiunea din dreapta jos în exteriorul inelului metalic canalul are cea mai mare întindere, valoarea curentului în zona sa fiind de 1,2 nA. Fotocurentul în zona canalului de inversie crește la 3 nA pentru o tensiune de 14 V așa cum se vede în figura 6. c. În același timp fotocurentul în zona activă are o creștere neesențială. În figura 6.d. se pun în evidență foarte clar uniformitatea fotocurentului și regiunea unde se află canalul de inversie prin utilizarea unui număr mare de grafice, fotodioda fiind polarizată cu o tensiune inversă de 10 V.

În figura 6.e. este prezentat fotocurentul diodei pentru o polarizare inversă de 30 V. Se observă că atît creșterea curentului în zona activă cît și aceea în regiunea canalului de inversie nu prezintă deosebire față de figura 6.c. Situația rămîne neschimbată mărind tensiunea de polarizare pînă în apropierea străpungerii ($V_{str} = 65$ V).

Urmărind evoluția fotocurentului pe suprafața fotodiodei și corelînd-o cu caracteristica $I-V_{inv}$ se poate spune că un canal de inversie de tip *n* a fost indus în regiunea *p* a inelului de gardă, probabil de către sarcinile pozitive din oxid. Valorile ridicate ale curentului invers peste o anumită tensiune ca și ale fotocurentului în zona canalului se datoresc unor defecte apărute în regiunea inelului de gardă unde o difuzie p^+ se suprapune peste una *p*.

Concluzii

Utilizînd un sistem digital de baleiaj cu laser au fost studiate mai multe fotodiode p^+n cu Si, punîndu-se în evidență formarea canalelor de inversie în regiunea inelului de gardă.

Se pune în evidență faptul că metoda de studiu care utilizează baleiajul unui fascicul laser poate fi folosită pentru controlul uniformității multiplicării unei fotodiode precum și la localizarea unor defecte caracteristice.

BIBLIOGRAFIE

1 *R.H. Haitz, A. Geetzberger, R.M. Scarlett*, Journal of Appl. Phys., 34, 6, 1581 (1963)
2 *A. Geetzberger, B. McDonald, R.H. Haitz, R.M. Scarlett*, J. of Appl. Phys. 34, 6 (1963).
3 *C.A. Lee, R.A. Logan, R.D. Batdorf, J.L. Keimach., W. Wiegman*, Phys. Rev. 4, 3A, 761 (1964).
4 *K. Nishida, J. Matsui, M. Nakajima*, Japan J. Appl. Phys. 11, 1228 (1972)
5 *Gh. A. Stanciu, I.M. Popescu, C.M. Stoichiță*, Revue Phys. Appl. 15, 55 (1980).

p^+n Silicon Photodiodes Characterization by Laser Scanning Digital System

p^+n silicon photodiode are investigated using a laser scanning digital system. Regions with inversion channel are evidentiated.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 2

C.Z.: 332.783

ASUPRA UNOR TEHNICI FOLOSITE ÎN VEDEREA CARACTERIZĂRII CRISTALELOR LICHIDE

CORNELIA MOȚOC, MARIA HONCIUC, IULIANA CUCULESCU *

Se descriu pe scurt diferite metode și tehnici aplicate de autori în studiul proprietăților cristalelor lichide. Acestea sînt: studii microscopice în lumina polarizată, tehnica DLI, experiențe de împrăștiere a luminii, diagrame polare, dependența de temperatură a conductivității electrice, anizotropia conductivității și permitivității dielectrice.

Fiecare tehnică descrisă este urmată de unele rezultate experimentale obținute ca urmare a aplicării dispozitivelor experimentale descrise.

Introducere

Este bine cunoscut faptul că aplicațiile în știință și tehnică a cristalelor lichide au cunoscut în ultima vreme o foarte mare extindere [1, 2]. Fără a avea cîtuși de puțin prctenția de a epuiza aceste probleme și realizări vom sublinia cîteva dintre ele:

În *medicină*, cristalele lichide colesterice pot furniza o hartă a temperaturii pielii de unde se pot obține indicații asupra bolilor cardiovasculare sau cu privire la prezența unor tumori maligne sau benigne.

În *optoelectronică*, cristalele lichide nematice pot fi folosite pentru a elabora dispozitive de afișare numerică sau alfanumerică cu sau fără memorie; atît cu cristalele lichide colesterice cît și cu cele smectice se pot realiza valve de lumină sau sisteme de proiectare în culori a diferitelor imagini statice sau în mișcare.

În *industria electrotehnică*, cristalele lichide colesterice pot oferi metode nedistructive pentru a indica defecte ale circuitelor electrice sau ale componentelor folosite.

În *aerodinamică* se pot obține informații asupra calităților diferitelor elemente de structură ale avioanelor (structură „fagure" de ex.) precum și asupra liniilor de demarcație, care separă domeniile pentru care are loc curgerea laminară sau turbulentă.

Din aceste motive un interes deosebit, îl prezintă cunoașterea particularităților materialelor, caracterizarea lor din punctul de vedere a proprietăților optice sau electrice în vederea determinării condițiilor de utilizare.

Ne vom referi în acest articol la metodele folosite în laboratorul de Fizica Solidului și Cristale Lichide din Institutul Politehnic București, pentru a caracteriza proprietățile cristalelor lichide colesterice și smectice.

Manuscris predat redacției la data de 1 octombrie 1979
* Prof. dr.; Șef lucrări dr.; Șef lucrări dr., Catedra Fizică

1. Determinarea domeniului de existenţă al mezofazei şi caracterizarea tipului de mezofază

1.1. *Studiul microstructurii în lumină polarizată*

Folosind o masă termostatată şi un microscop polarizant, intervalul de temperatură în care este prezentă mezofaza sau chiar tipurile de mezo-

Fig. 1 Microstructuri la cristale lichide nematice : (a) textură cu fire, (b) textură marmorată (EBBA, 40°C, 20μm)

faze pot fi determinate satisfăcător. Este bine cunoscut faptul că cristalele lichide formează texturi specifice, care pot fi uşor identificate [3].

Cristalele lichide nematice prezintă fie textura cu fire fie textura marmorată cînd straturile sînt subţiri şi suporturile neprelucrate (fig. 1a şi 1b). Dacă suporturile au fost tratate în mod convenabil astfel încît moleculele să fie aliniate cu axa optică perpendiculară pe suport, cristalul nemaitc fiind optic uniax, nu prezintă birefringenţă.

Cristalele lichide colesterice pot avea textură planară, homeotropă (denumită şi „cu amprente") sau textura conic-focală *. (fig. 2a, 2b, 2c). Nuclearea mezofazei din faza izotropă este evidenţiată uneori prin formarea unei texturi cu cruci de Malta (fig. 2d) caracteristice cristalelor optic uniaxe.

Cristalele lichide smectice pot fi uniaxe (smectic A) biaxe (smectic B, C, E, F, G, H etc) sau izotrope (smectic D). Conform analizei foarte detaliate prezentată de Sackmann şi Demus [4, 5] :

— Smecticele A pot prezenta texturi conic focale sau texturi tip „evantai", care pot deveni pseudoizotrope cînd se deplasează lamela de sticlă care acoperă stratul ;

— Smecticele B au texturi mozaic, texturi cu fire sau pseudoizotrope ;

— Smecticele C au texturi conic focale sau în „evantai" rupte** sau striate, texturi cu fire sau bastonaşe etc.

Cîteva din aceste tipuri de texturi sînt prezentate în fig. 3.

---

* Textura planară apare cînd axa optică este perpendiculară pe suport, textura homeotropă cînd axa optică este paralelă cu suportul, distanţa dintre două amprente fiind egală cu semipasul helicei colesterice. În cazul texturii conic focale, axele helicelor sînt orientate arbitrar ; ea apare frecvent în procesul de cristalizare sferulitică din faza lichidă izotropă.

** În literatura de specialitate se foloseşte termenul de „broken focal-conic texture".

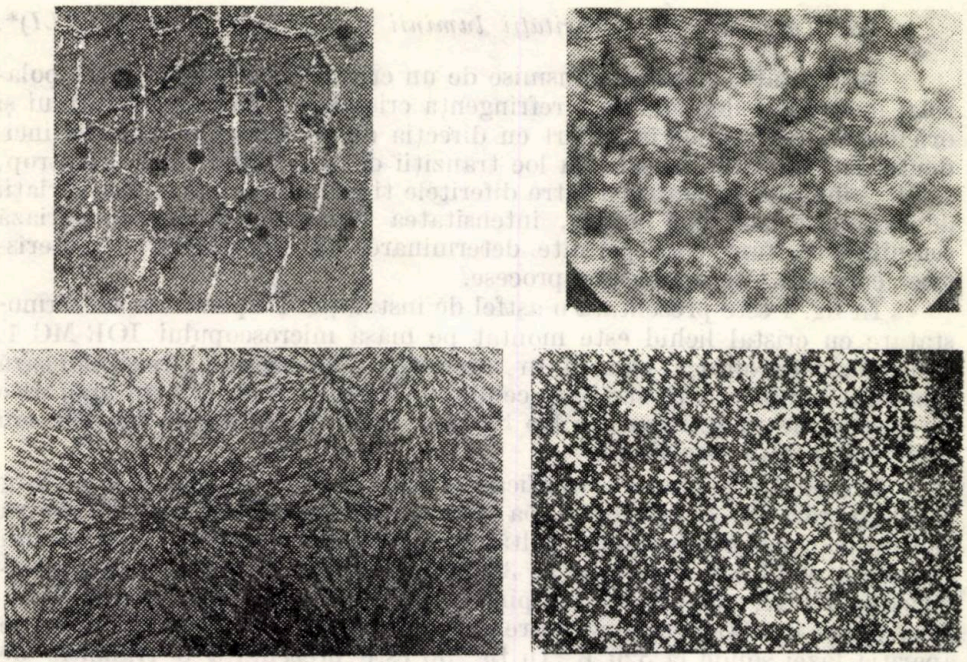


Fig. 2 Microstructuri ale unor cristale lichide colesterice : a(a) textură planară, (b) textură homeotropă (mixtură clorură-crotonat de colesteril 75 : 25%), (c) textură conic focală (mixtura laurat-caprilat de colesteril), (d) textură cu cruci de Malta.

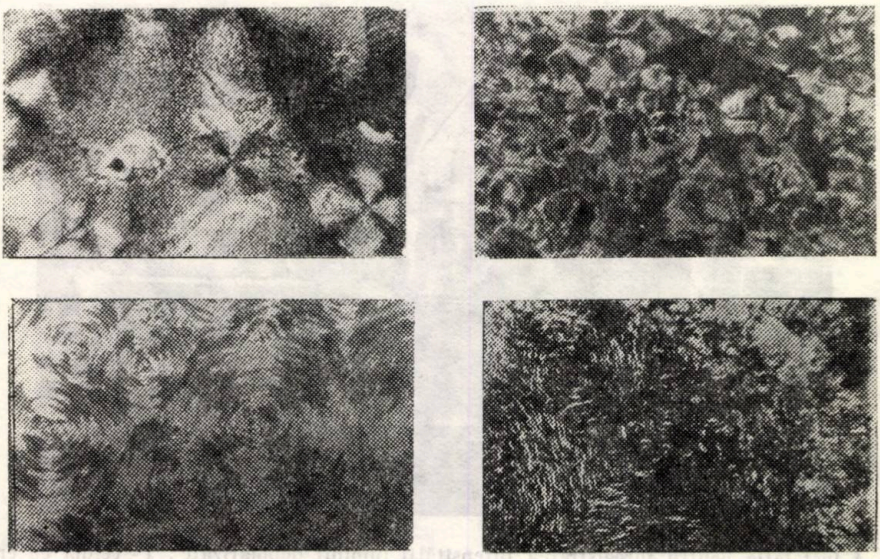


Fig. 3 Microstructuri ale unor cristale lichide smectice : (a) smectic A : textură conic focală (b) smectic B textură mozaic, (c) smectic C : textură conic focală striată, (d) smectic, C chiral : textură homeotropă (esteril de sitosteril 32)

1.2. *Înregistrarea intensităţii luminii depolarizate (tehnica DLI)*.*

Intensitatea luminii transmise de un cristal lichid plasat între polaroizi încrucişaţi depinde de birefringenţa cristalului, grosimea stratului şi orientarea axei optice în raport cu direcţia de polarizare a radiaţiei incidente. În condiţiile în care au loc tranziţii de fază (solid—lichid izotrop, solid — mezofază), tranziţii între diferitele tipuri de mezofaze sau variaţii de orientare ale axei optice, intensitatea luminii depolarizate variază semnificativ, fapt care permite determinarea temperaturilor caracteristice corespunzătoare acestor procese.

În fig. 4 este prezentată o astfel de instalaţie. Dispozitivul de termostatare cu cristal lichid este montat pe masa microscopului IOR MC 1. O celulă fotovoltaică plasată în interiorul microscopului recepţionează semnalul luminos care străbate celula cu cristal lichid, şi care apoi este înregistrat pe un grafispot de tip Sefram, cînd sistemul este încălzit sau răcit cu o rată constantă.

Prezentăm pentru exemplificare unele rezultate expuse mai pe larg în alte lucrări [6, 7, 8]. In fig. 5a este reprezentată diagrama DLI pentru clorura de colesteril de unde rezultă : a) caracterul monotrop al substanţei (tranziţia solid-lichid izotrop la 370 K), b) nuclearea mezofazei colesterice la 370 K, care se menţine pînă la 330 K cînd apare o textură sferulitică (conic focală) corespunzătoare unei mezofaze smectice, urmată apoi de apariţia fazei solide la 320 K. În fig. 5b este prezentată o tranziţie de fază colesteric-nematic observată la mixtura crotonat de colesteril-clorură de colesteril (75 : 25% procente în greutate) în diverse cîmpuri electrice. Mezofaza nematică apare din textura homeotropă.

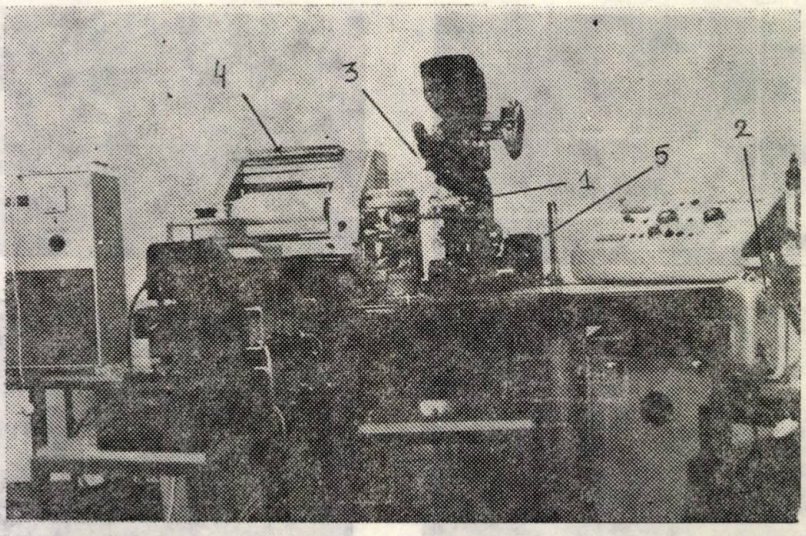


Fig. 4 Instalaţie pentru înregistrarea intensităţii luminii depolarizate : 1—celula cu cristal lichid, 2— termostat, 3— fotorezistenţa, 4— grafispot Sefram, 5— sursa de lumină.

* Prescurtarea „DLI" provine de la „depolarized light intensity technique".

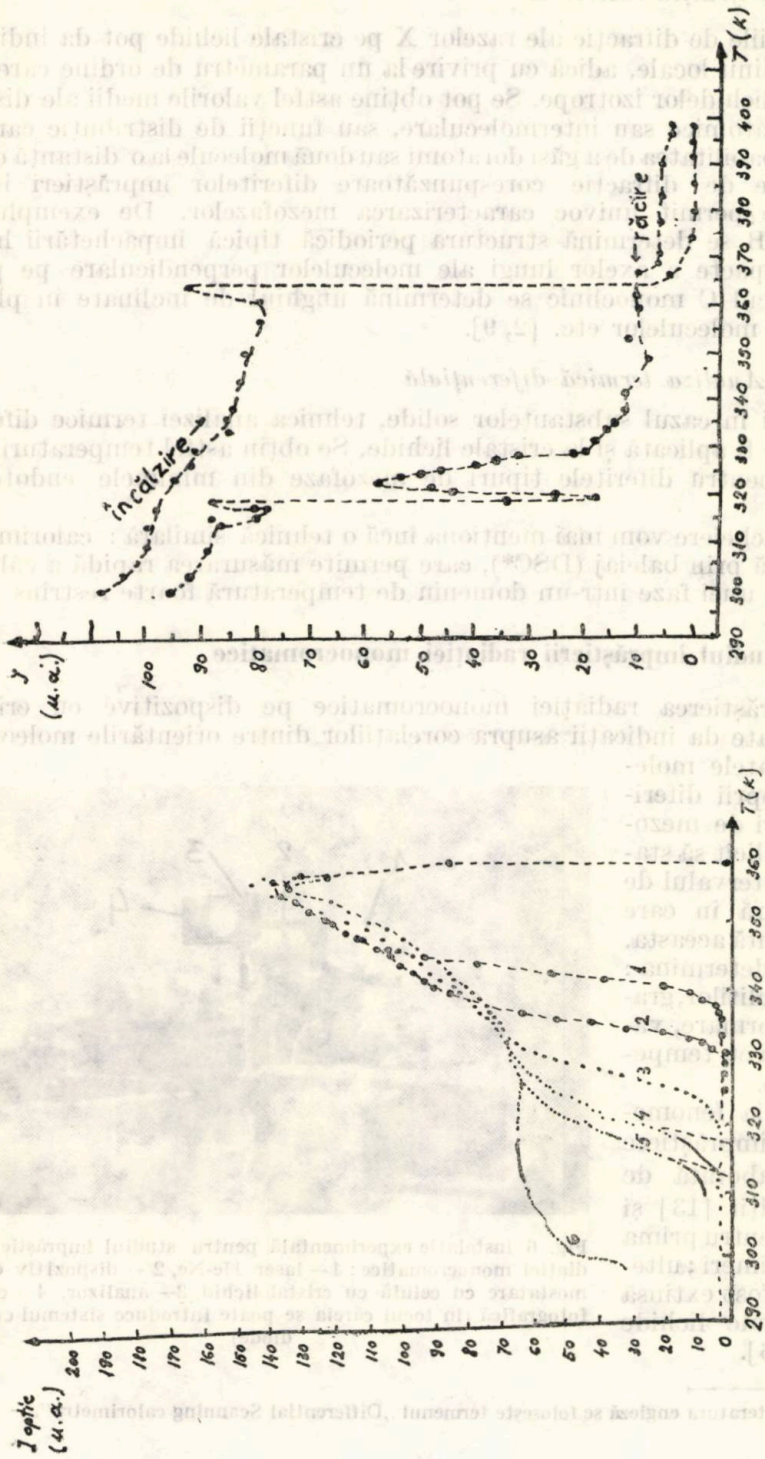


Fig. 5 (a) Diagrama DLI pentru clorura de colesteril, (b) Diagrama DLI obținute la răcirea mixturii crotonat-clorură de colesteril (25 : 75%), în diferite cîmpuri electrice : (1) E = 2.10^6V/m, (2) E = $1,86.10^6$ V/m, (3) E = $1,66.10^6$V/m, (4) E = $1,58.10^6$ V/m, 5( ) E = $1,5.10^6$ V/m, 6() E = $1,33.10^6$ V/m.

1.3. *Difracţia razelor X*

Studiile de difracţie ale razelor X pe cristale lichide pot da indicaţii asupra ordinii locale, adică cu privire la un parametru de ordine care este specific şi lichidelor izotrope. Se pot obţine astfel valorile medii ale distanţelor interatomice sau intermoleculare, sau funcţii de distribuţie care să indice probabilitatea de a găsi doi atomi sau două molecule la o distanţă dată.

Inelele de difracţie corespunzătoare diferitelor împrăştieri intermoleculare permit univoc caracterizarea mezofazelor. De exemplu, la smecticul B se determină structura periodică tipică împachetării hexagonal compacte a axelor lungi ale moleculelor perpendiculare pe plan. La smecticul C monoclinic se determină unghiul de înclinare în planul smectic al moleculelor etc. [2, 9].

1.4. *Analiza termică diferenţială*

Ca şi în cazul substanţelor solide, tehnica analizei termice diferenţiale poate fi aplicată şi la cristale lichide. Se obţin astfel temperaturile de tranziţie pentru diferitele tipuri de mezofaze din minimele endoterme [10, 11].

În încheiere vom mai menţiona încă o tehnică similară : calorimetria diferenţială prin baleiaj (DSC*), care permite măsurarea rapidă a căldurii specifice a unei faze într-un domeniu de temperatură foarte restrîns [12].

2. Studiul împrăştierii radiaţiei monocromatice

Împrăştierea radiaţiei monocromatice pe dispozitive cu cristale lichide poate da indicaţii asupra corelaţiilor dintre orientările moleculare sau agregatele moleculare proprii diferitelor tipuri de mezofaze şi implicit să stabilească intervalul de temperatură în care este prezentă aceasta. Se pot determina : razele sferuliţilor, gradul de deformare, variaţia razei cu temperatura etc.

Teoria fenomenelor de împrăştiere a fost elaborată de Stein şi alţii [13] şi aplicată pentru prima dată la polimeri ; ulterior ea a fost extinsă şi la cristale lichide [14, 5, 16].

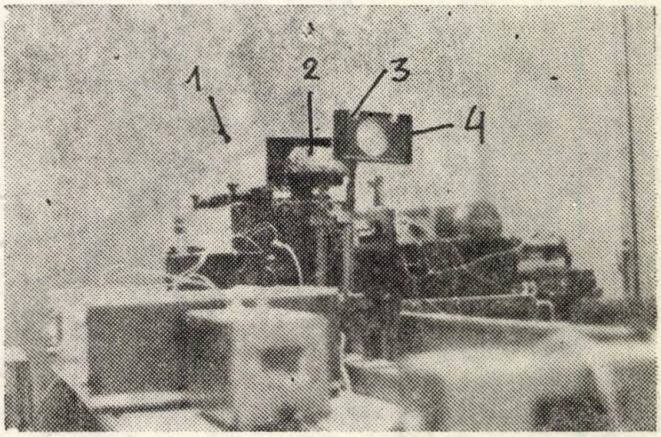


Fig. 6 Instalaţie experimentală pentru studiul împrăştierii radiaţiei monocromatice : 1— laser He-Ne, 2 — dispozitiv de termostatare cu celulă cu cristal lichid, 3— analizor, 4— cameră fotografică (în locul căreia se poate introduce sistemul cu fotodiode)

* În literatura engleză se foloseşte termenul „Differential Scanning calorimetry".

Instalația experimentală realizată de noi este prezentată în fig. 6. Lumina provenită de la un laser cu He-Ne ($\lambda = 6328$ Å) cu ferestre la unghiul Brewster, cade pe dispozitivul de termostatare conținînd celula cu cristal lichid și este împrăștiată. Radiația trece apoi printr-un analizor și este observată pe un ecran sau eventual fotografiată pe un plan-film.

Studiile de împrăștiere pot fi făcute și prin înregistrarea intensităților radiațiilor împrăștiate la diferite unghiuri. In acest scop, în locul ecranului a fost plasat un sistem cu fotodiode sau fotorezistențe, capabile de a detecta semnalul împrăștiat în centrul sau în diferite poziții corespunzătoare unor unghiuri radiale sau azimutale mai semnificative.

Vom prezenta un singur rezultat*; mezofaza colesterică a mixturii caprilat de colesteril — laurat de colesteril (75 :25% procente în greutate) este pusă în evidență printr-o diagramă de împrăștiere sub forma unui trifoi în patru foi în configurație Hv (polarizori perpendiculari) și una de același tip dar rotită cu 45° în configurație Vv (polarizori paraleli). Concluziile obținute prin această metodă sînt identice cu cele care decurg și din aplicarea altor tehnici (observații microstructurale, de exemplu).

3. Studiul proprietăților optice

Caracteristica principală a cristalelor lichide este birefringența, unele structuri prezentînd și putere rotatorie.

Studiul cristalelor lichide uniaxe se poate face cu ajutorul microscopului polarizant, în lumină convergentă; folosind o lamă semiundă se poate determina și semnul birefringenței; această metodă este identică cu cea aplicată în cazul solidelor. La cristale smectice biaxe se pot aplica de asemenea metode similare.

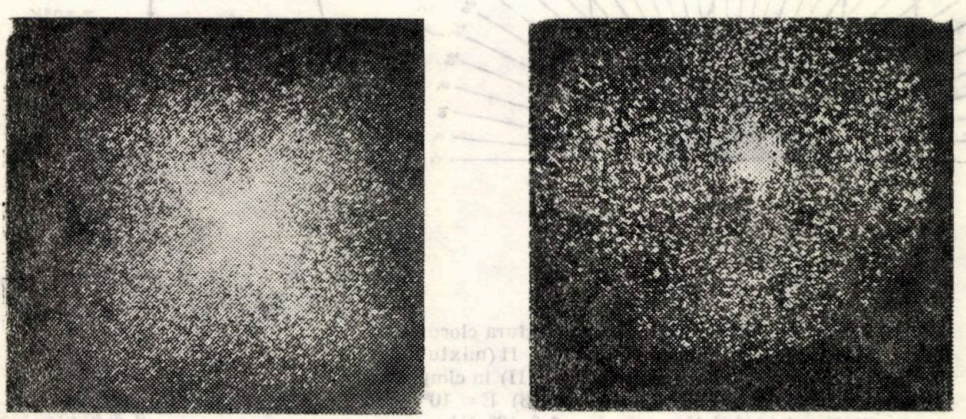


Fig. 7 Diagrama de împrăștiere obținută la răcire pe mezofaza colesterică a mixturii caprilat-laurat de colesteril (75 : 25%) (a) configurație H_V, (b) configurație V_V.

Birefringența se poate determina cu un compensator sau cu refractometrul Abbé, folosind o metodă adecvată de orientare [19, 20].

* Pentru o prezentare mai amplă a rezultatelor vezi [17, 18].

Se poate afirma că există o mare diversitate de procedee pentru investigarea proprietăților optice [21], de aceea ne vom restrînge la unul singur : *trasarea diagramelor polare.*

Folosind aceiași instalație din fig. 4, sursa de lumină fiind o lampă HBO la care se pot adapta filtre de diferite lungimi de undă, se determină intensitatea luminoasă înregistrată de fotocelulă pentru diferite poziții ale analizorului (variații din 5 în 5° de ex.). Se obține astfel diagrama polară, de unde se pot trage mai multe concluzii [22, 23] din care vom ilustra următoarele :

Puterea rotatorie se determină din unghiul format de poziția corespunzătoare maximului diagramei cu axa ce corespunde orientării paralele a celor doi polarizori.

În fig. 8a se prezintă diagramele polare pentru mixturile crotonat de colesteril-clorură de colesteril (50 :50 % și 75 :25 %). Prima prezintă un caracter levogir iar cea de-a doua un caracter dextrogir ; valorile puterii rotatorii determinate sînt foarte mari (30 000°/cm) conform celor cunoscute la cristale lichide. Transformarea de fază colesteric-nematic poate fi urmărită prin trasarea diagramelor polare, variind parametrul care induce această transformare ; mezofaza nematică, perfect orientată cu axa optică perpendiculară pe suport, nu mai este birefringentă (fig. 8b).

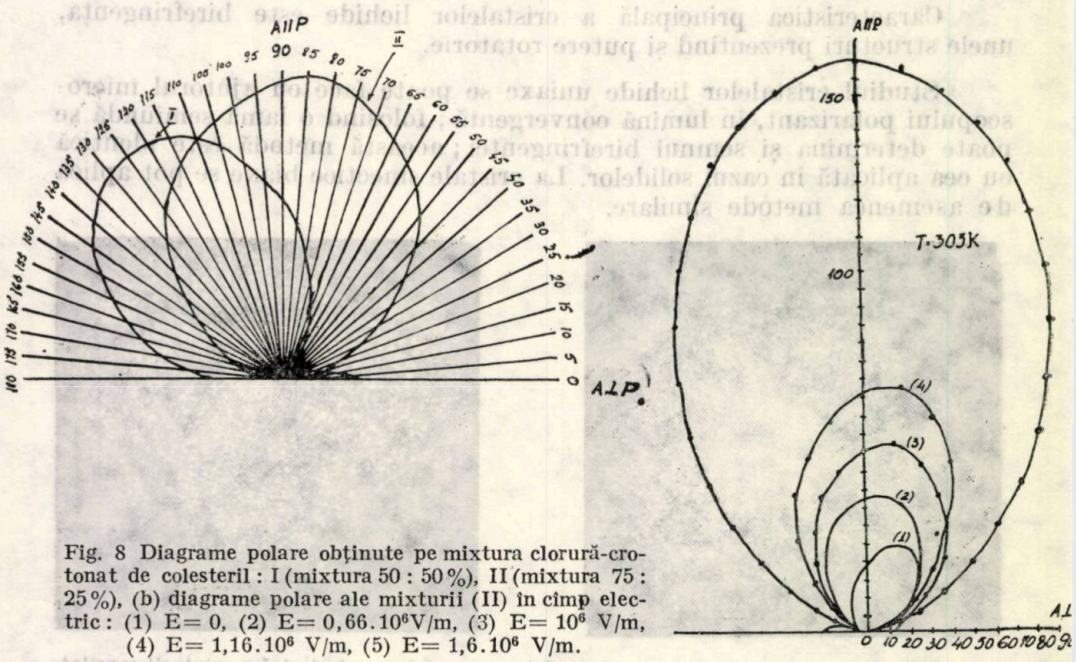


Fig. 8 Diagrame polare obținute pe mixtura clorură-crotonat de colesteril : I (mixtura 50 : 50 %), II (mixtura 75 : 25 %), (b) diagrame polare ale mixturii (II) în cîmp electric : (1) E= 0, (2) E= 0,66.10⁶V/m, (3) E= 10⁶ V/m, (4) E= 1,16.10⁶ V/m, (5) E= 1,6.10⁶ V/m.

4. Conductivitatea electrică a cristalelor lichide

Cristalele lichide colesterice și smectice au conductivități electrice foarte scăzute, fapt care face ca măsurarea rezistenței lor să fie posibilă, numai prin metode speciale [17, 24, 25]. În fig. 9 este prezen-

tată instalația experimentală folosită pentru măsurarea rezistenței electrice și variației acesteia cu temperatura. Proba este introdusă într-o incintă termostatată prevăzută cu o fereastră în scopul examinării și a microstructurii în timpul experiențelor. Aceste tipuri de măsurători sînt interesante din următoarele motive :

— Trasarea dependențelor de tip Arrhenius, ln I = f (1/T) unde I este intensitatea curentului și T temperatura absolută face posibilă determinarea intervalelor de existență pentru diferitele tipuri de mezofaze, acestea fiind caracterizate prin energii de activare diferite. Dependențele nu sînt identice cînd cristalul este încălzit în faza lichidă izotropă sau răcit din această fază.

— Măsurarea mobilității purtătorilor (prin metoda polarizării inverse, de exemplu) și a caracterului dependenței de temperatură a acesteia poate da informații cu privire la mecanismul de conducție sau natura purtătorilor.

— Din trasarea caracteristicilor curent-tensiune se pot pune în evidență la unele tipuri de smectice regiuni cu conductibilitate electrică negativă, asociată cu schimbări bruște de mobilitate a purtătorilor. Acest aspect, propriu unui număr restrîns de substanțe este însoțit și de o variație semnificativă a birefringenței cristalului, fapt care-i conferă în același timp și proprietatea de memorie.

— La cristale lichide colesterice, cu anizotropie dielectrică pozitivă, are loc la o temperatură caracteristică tranziția colesteric-nematic. Tem-

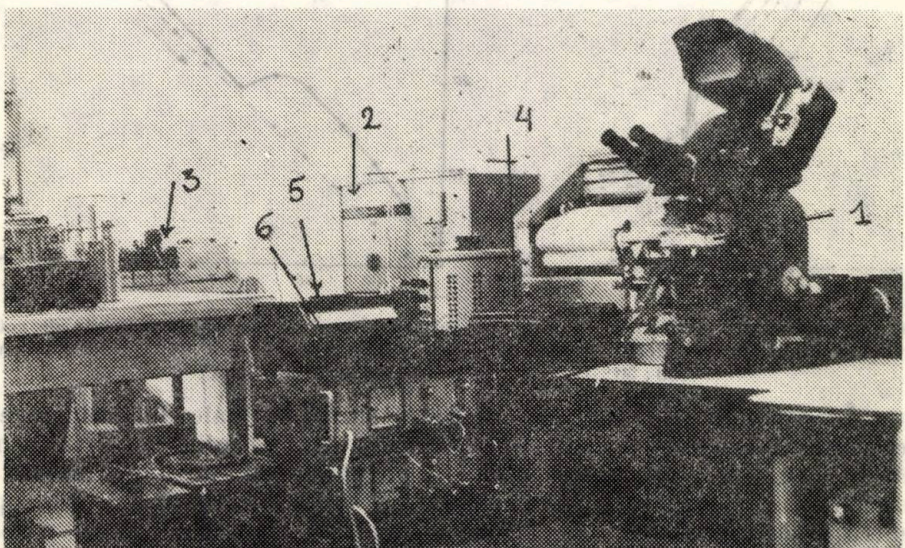


Fig. 9. Instalație experimentală pentru măsurarea rezistivității electrice : (1) dispozitiv de termostatare conținînd celula cu cristal lichid, (2) sursă de tensiune continuă stabilizată, (3) rezistență variabilă, (4) milivoltmetru, (5) galvanometru, (6) voltmetru de curent continuu.

peratura de nematizare se poate determina din dependența $\frac{d(\ln I)}{d(1/T)} = f(T)$ și corespunde valorii extreme ale acestei funcții [26, 27].

Cîteva aspecte mai semnificative ale unor astfel de determinări sînt prezentate în fig. 10.

5. Anizotropia proprietăţilor electrice ale cristalelor lichide

În cristalele lichide uniaxe sau biaxe, conductivitatea electrică şi permitivitatea dielectrică sînt tensori de ordinul al doilea. Componentele acestor tensori pot fi determinate folosind tehnici experimentale adecvate. Aceasta comportă, în esenţă alinierea moleculelor de cristal lichid (sau a axei optice) fie perpendicular fie paralel pe electrozii celulei, conductibilitatea electrică, respectiv capacitatea măsurîndu-se pentru cele două configuraţii posibile.

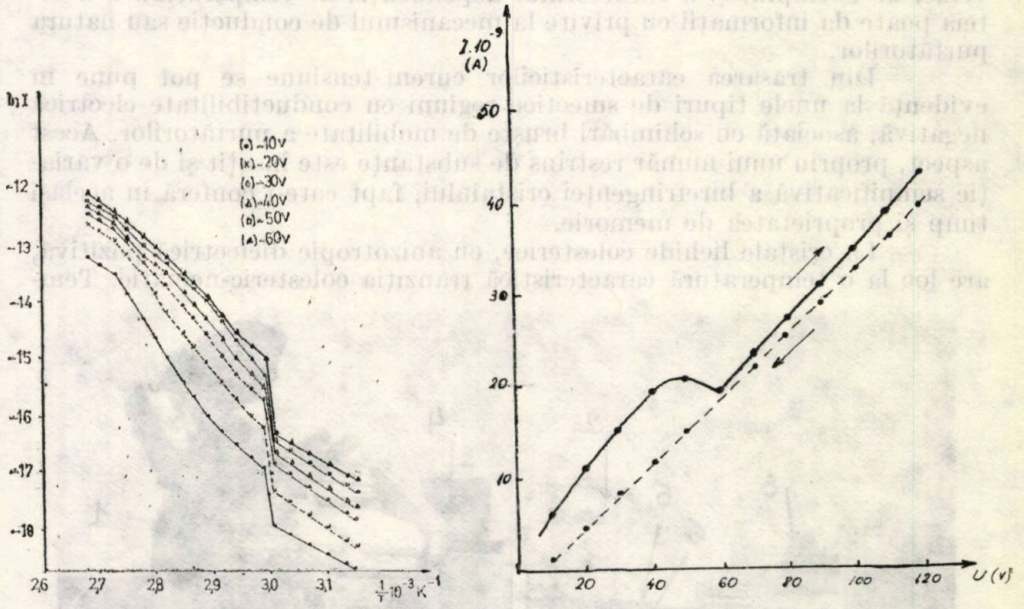


Fig. 10 Dependenţe Arrhenius obţinute pe mixtura caprilat de colesteril-laurat de colesteril (75 : 25%) pentru diferite tensiuni aplicate (a); Caracteristica I= I(U) pentru mixtura (50 : 50%) a aceloraşi esteri, obţinută la 66,5°C.

În cazul în care nu s-au adoptat tehnici speciale de prelucrare a electrozilor*, cristalul lichid este neorientat. Anizotropiile pot fi însă măsurate dacă celula cu cristal lichid se introduce într-un cîmp magnetic, suficient de intens. Într-adevăr, cristalul lichid prezentînd anizotropie pentru susceptibilitatea magnetică* moleculele se orientează fie paralel

* Pentru aceasta menţionăm : frecarea electrozilor într-un sens, sau tratarea lor cu agenţi chimici corespunzători (lecitină de ex.) depuneri în vid sub un unghi oblic a unor oxizi ca SiO sau Cr.

* Anizotropia susceptibilităţii magnetice este, prin definiţie, expresia $\chi_a = \chi_\parallel - \chi_\perp$ unde $\chi_\parallel$ respectiv $\chi_\perp$ sînt valorile măsurate paralel, respectiv perpendicular pe axa lungă a moleculei.

fie perpendicular pe cîmpul magnetic după cum susceptibilitatea este pozitivă sau negativă.

Valorile cîmpurilor magnetice care produc alinierea diferitelor mezofaze se pot determina prin măsurători de capacitate folosind metoda lui Rondelez [28]. Această metodă a fost adoptată de noi în vederea măsurătorilor de anizotropie [29, 30]. Instalația experimentală este prezentată în fig. 11 : dispozitivul de termostatare conținînd celula cu cristal lichid este așezat între polii unui electromagnet Weiss iar un microscop polarizant plasat între acești poli permite observarea microstructurii.

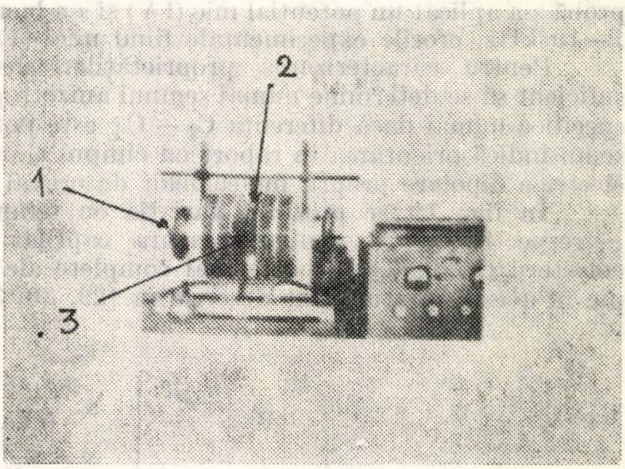


Fig. 11 Instalație experimentală pentru aliniere în cîmp magnetic și măsuri de anizotropii electrice (1) electromagnet Weiss, (2) dispozitiv de termostatare conținînd celula cu cristal lichid, (3) microscop polarizant

5.1. *Anizotropie conductivității electrice*, se poate determina măsurînd $I_{\parallel}$ respectiv $I_{\perp}$ la diferite temperaturi în condițiile aplicării pe probă a unor tensiuni electrice mici*. Se obțin astfel $\sigma_{\parallel}$ și $\sigma_{\perp}$ de unde anizotropiile $\sigma_a = \sigma_{\parallel} - \sigma_{\perp}$ sau $R_a = \frac{\sigma_{\parallel}}{\sigma_{\perp}}$, așa cum sînt apreciate în general în literatură.

Obținerea unor rezultate corecte implică luarea în considerare a unor precauții. Înainte de a face o determinare, proba se încălzește 15—30 minute la o temperatură situată în domeniul fazei lichide izotrope (pentru a înlătura germenii unei mezofaze sau efecte de memorie posibile), se răcește la temperatura dorită și se aplică cîmpul magnetic de orientare.

La cristale colesterice anizotropia $\sigma_{\parallel}$ poate fi pozitivă sau negativă ; la smectice $\sigma_a < 0$ în majoritatea cazurilor, fapt care este justificat printr-un mecanism de conducție specific [31].

Din trasarea unor dependențe de tip Arrhenius $\ln I_{\perp} = f(1/T)$ și $\ln I_{\parallel} = f(1/T)$ se pot determina energiile de activare E_a ($\parallel$) respectiv $E_a(\perp)$ corespunzătoare diferitelor orientări. Pentru aceleași intervale de temperatură, caracteristice unei mezofaze $E_a(\parallel)$ și E_a ($\perp$) diferă între ele precum și de valoarea obținută pe proba neorientată, fapt care sugerează un mecanism de conducție specific mezofazelor (conducție prin hopping, de exemplu).

5.2. *Anizotropia permitivității dielectrice*, implică măsurarea capacităților $C_{\parallel} = f(T)$ respectiv $C_{\perp} = f(T)$ urmată de calcularea expresiilor

* Cîmpurile electrice trebuie să fie mici pentru a nu dezorienta moleculele aliniate cîmpul magnetic.

$\varepsilon_{\parallel}$ respectiv, $\varepsilon_{\perp}$, folosind relaţiile cunoscute dintre capacitatea unui condensator plan şi constanta dielectrică.

Capacităţile se măsoară pe probe aliniate în cîmp magnetic metoda de aliniere fiind aceeiaşi cu cea folosită şi în cazul expus mai sus. În vederea efectuării măsurătorilor de capacitate s-a folosit o punte Markoni; pe probă s-a aplicat un potenţial mic (1 V) şi s-a lucrat la frecvenţele de 1—10 1—10 kHz, erorile experimentale fiind mici (1λ%).

Pentru caracterizarea proprietăţilor electrice semnificative este suficient să se determine numai semnul anizotropiei dielectrice, adică să se specifice numai dacă diferenţa $C_{\parallel} - C_{\perp}$ este pozitivă sau negativă. Acest semn indică orientarea în raport cu cîmpul electric exterior amomentelor electrice dipolare proprii moleculelor de cristal lichid.

În fig. 12 se prezintă variaţia cu temperatura a mărimilor $\sigma_{\parallel}$, σ_T respectiv $C_{\parallel}$, C_T pentru mixtura caprilat de colesteril — laurat de colesteril (75 :25%); aspecte mai complete ale fenomenelor de anizotropie în aceste mixturi sînt descrise în [29, 30, 31].

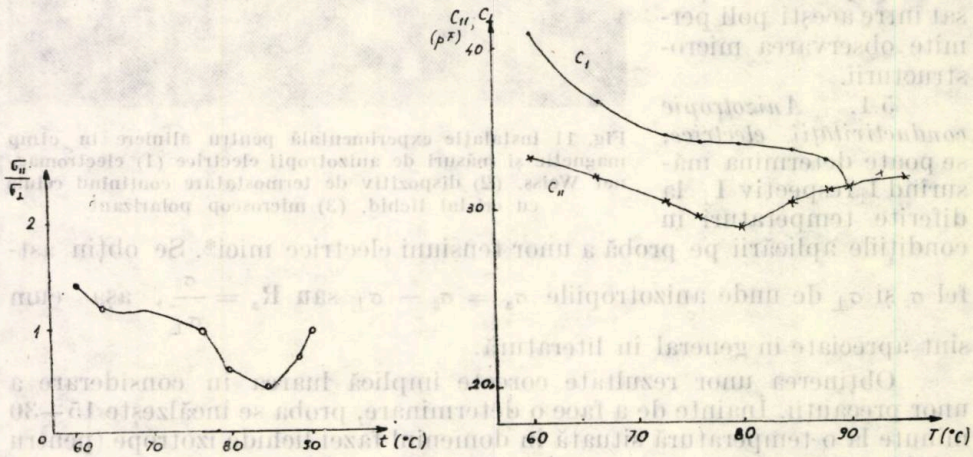


Fig. 12 (a) Anizotropia conductivităţii şi (b) anizotropia capacităţii mixturii laurat-caprilt de colesteril (50 : 50%).

Concluzii

Metodele descrise au fost aplicate fie pentru a caracteriza compuşi noi, fie pentru a studia mixturi ale unor esteri cunoscuţi.

Este deosebit de important să subliniem faptul că aplicarea simultană a tehnicilor folosite relevă aspecte complexe ale ordonărilor interne moleculare, care sînt interesante atît sub aspectul de cercetare fundamentală cît şi aplicativă.

Tehnica microscopiei optice aplicată mezofazelor colesterice orientate homeotrop permite determinarea pasului helicei colesterice care la rîndul său poate fi dedus şi din experienţe de difracţie ale radiaţiei monocromatice, emise de un laser He-Ne sau din puterea rotatorie a stratului de cristal lichid. Se obţin astfel informaţiile necesare cu privire la

modificarea pasului helicei colesterice cu temperatura, care se manifestă prin modificarea culorii stratului subțire cu temperatura sau cu cîmpul. Aceasta este o proprietate esențială cînd se are în vedere utilizarea cristalului pentru a trasa harta termică a unei regiuni investigate, care poate fi extrem de diversificată : circuit imprimat, televizor, elemente de construcție, suprafața unui țesut etc. O aplicație interesantă o constituie realizarea unor filtre de culoare comandate electric.

Studiul anizotropiei proprietăților electrice oferă cea mai bună clasificare a substanțelor în vederea posibilităților de aplicare în optoelectronică.

Colestericele cu $\varepsilon_a > 0$ prezintă transformarea de fază colesteric-nematic și pot fi folosite ca valve de lumină cu efect de cîmp, orientarea moleculelor fiind un efect pur dielectric [33,34].

Colestericele cu $\varepsilon_a < 0$ și $\sigma_a > 0$ prezintă fenomene de memorie de asemenea importante pentru alte tipuri de dispozitive [35]; efecte de memorie pot prezenta și colestericele cu $\varepsilon_a > 0$, particularitățile și aplicațiile acestor efecte fiind cunoscute.

Cristalele lichide smectice au de asemenea proprietăți de memorie, care pot fi mai marcante (de durată mai mare) decît ale celor colesterice [1, 2]; o posibilitate de identificare ale acestor proprietăți o constituie trasarea caracteristicilor $I = I(U)$.

Este bine cunoscut faptul că și acestea pot fi folosite cu succes ca valve de lumină, prin aplicarea unor procedee experimentale destul de diferite. Cîteva dintre posibilitățile de aplicare ale unor mixturi de esteri de colesteril cu mezofaze smectice au fost discutate [36, 37].

Studiul variației cu temperatura a constantei dielectrice poate pune în evidență caracteristici electrice deosebite, cum ar fi, de exemplu, caracterul piro sau feroelectric pe care-l prezintă unele smectice chirale [38]. Studiile în această direcție sînt de durată recentă și pot avea perspective interesante. Unele aspecte ale unor astfel de fenomene au fost semnalate de noi în lucrarea [39].

BIBLIOGRAFIE

1. *G. Meier, E. Sackmann, J.G. Grabmaier*, Applications of liquid crystals, Springer Verlag Berlin-Heidelberg-New-York (1975)
2. *G. W. Gray, P.A. Wilson*, Liquid Crystals and Plastic Crystals, John Wiley and Sons, New York (1974)
3. *A. Saupe*, „Classification and organization of mesomorphic phases formed by non-amphiphilic and amphiphilic compounds" în monografia citată la (2), pag. 18, vol. 1.
4. *H. Sackmann, D. Demus*, Mol. Cryst. *2*, 81 (1966); Fortschr. Chem. Forsch. *12* (2) 349 (1969)
5. *H. Sackmann, D. Demus*, Mol. Cryst. Liquid Cryst. *21*, 239 (1973)
6. *I. Cuculescu*, „Asupra unor proprietăți electro-optice în mixturi de cristale lichide colesterice; posibilități de aplicare în stocarea informațiilor", Teză de Doctorat, Universitatea București (1977)
7. *I. Cuculescu, C. Moțoc, M. Honciuc, O. Savin*, Rev. Roum. Physique *22* (6), 583 (1977)
8. *C. Moțoc, I. Cuculescu, M. Honciuc*, Mol. Cryst. Liquid Cryst. *40* (1978)
9. *Adrian de Vries*, Pramana Suppl. *1*, 93 (1975); *B.K. Vainstein, Chistyakov*, Pramana Suppl. *1*, 79 (1975)
10. *G.W. Gray*, „Molecular Structure and the Properties of Liquid Crystals", Academic Press Inc., New York, 1962, p. 114.
11. *E.M. Barrall, II, R.S. Porter, J.F. Johnson*, J. Physical Chemistry 70 (2), 385 (1966)
12. *E.M. Barrall, II, Roger S. Porter. J.F. Johnson*, J. Phys. Chem. *71*(4), 895; *71*(5), 1224 (1967)

13. *R.S. Stein, M.B. Rhodes,* J. Appl. Phys. *31,* 1873 (1960) ; *R.S. Stein, P.R. Wilson,* J. Appl Phys. *33,* 1914 (1962)
14. *R.S. Stein,* Mol. Cryst. Liquid Cryst. *6,* 125 (1969)
15. *M.B. Rhodes, R.S. Porter, W. Chu, R.S. Stein,* Mol. Cryst. Liquid Cryst. *10,* 295 (1970)
16. *N.L. Kramarenko, I.V. Kurnosov, Yu. V. Naboikin,* Phys. Stat Sol (a) *25,* 328 (1974), *33,* 773 (1976)
17. *Maria Honciuc,* „Influenţa cîmpurilor exterioare asupra unor mixturi de cristale lichide", Teză de Doctorat, Univ. Bucureşti (1977)
18. *C. Moţoc, M. Honciuc,* „Împrăştierea radiaţiei monocromatice pe dispozitive cu cristale lichide"— Lucrările Simpozionului Naţional de Fiabilitate, Bucureşti 1977
19. *P. Adamski, A. Dylik Gromilic,* Mol. Cryst. Liquid Cryst. *25,* 281 (1974)
20. *I. Cuculescu, C. Moţoc, M. Honciuc, O. Savin,* Şt. şi Cercet. Fiz. *29,* 19 (1977)
21. *S. Chandrasekhar,* Reports of Progr. Phys. *39* (7), 615 (1976)
22. *C. Moţoc, I. Cuculescu, M. Honciuc, I. Baciu,* Rev. Roum. Phys. *22,* 283 (1977)
23. *I. Cuculescu, C. Moţoc, I. Baciu,* „Asupra unor fenomene de relaxare ale transformării de fază nematic-colesteric în mixtură clorură de colesteril-crotonat de colesteril"— Lucrările Simpozionului de Fiabilitate, Bucureşti, 1977.
24. *M. Honciuc, C. Moţoc, I. Baciu, I. Cuculescu,* Rev. Roum. Phys. *23*(3) 1978
25. *M. Honciuc, C. Moţoc, I. Cuculescu, O. Savin,* Rev. Roum. Phys *23*(5), 1978
26. *H. Baessler, M.M. Labes,* Phys. Rev. Lett., *21,* 1791 (1968)
27. *I. Cuculescu, C. Moţoc, O. Savin,* „Temperaturi de tranziţie şi energia de activare a unor mixturi colesterice binare de clorură şi crotonat de colesteril", Simpozionul de Fiabilitate, Bucureşti (1977)
28. *F. Rondelez,* Teză de Doctorat, Paris, 1975
29. *M. Honciuc, C. Moţoc, O. Savin,* „Studiul anizotropiei conductibilităţii electrice în cristale lichide", Simpozionul de Fiabilitate, Bucureşti 1977
30. *M. Honciuc, C. Moţoc, O. Savin,* Rev. Roum. Phys. *30* (5) 1978
31. *M. Honciuc, C. Moţoc, I. Cuculescu, O. Savin,* „Anisotropy of electric properties in binary cholesteric mixtures", Al VII-lea Congres Int. de Cristale Lichide, Bordeaux, 1978
32. *C. Moţoc, O. Savin, I. Baciu,* „Mesomorphic properties of some sitosteryl esters", Al VII-lea Congres Internaţional de Cristale Lichide, Bordeaux, 1978.
33. *C. Moţoc, I. Cuculescu, M. Honciuc, O. Savin,* Buletinul IPB, Seria Chimie-Metalurgie, XXXIX (4), 9 (1977)
34. *C. Moţoc, I. Cuculescu, M. Honciuc, E. Sofron,* Buetinul IPB, Seria Electrotehnică, XXXX (1) 1978
35. *I. Cuculescu, C. Moţoc, E. Sofron, O. Savin* „Valve de lumină cu cristale lichide colesterice" Simpozionul de Fiabilitate, Bucureşti, 1977 (în curs de publicare)
36. *C. Moţoc, M. Honciuc, I. Cuculescu, E. Sofron, O. Savin,* Buletinul IPB, Seria Electrotehnică XXXX(2), 1978
37. *M. Honciuc, C. Moţoc, E. Sofron, I. Baciu,* „Valve de lumină cu cristale lichide smectice" Lucrările Simpozionului de Fiabilitate, Bucureşti 1977
38. *R.B. Meyer,* Mol. Cryst. Liquid Cryst. *40* 33 (1977)
39. *C. Moţoc, M. Honciuc,* „Electric field effects on phase transitions in cholesteryl esters" Al VII-lea Congres Internaţional de Cristale Lichide, Bordeaux, 1978

On Some Techniques Employed for Liquid Crystals Characterization

Different methods and techniques applied by the authors in order to investiqate liquid crystal properties are briefly reported.

These are : microscopic investigations under polarized light. DLI technique Light Scattering experiments, polar diagrams, temperature dependence of electric conductivity, anisotropy of electric conductivity and dielectric permitivity.

Each technique is followed by some experimental results obtained when applying the described experimental equipments.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 2

ELECTROTEHNICĂ

C.Z. : 621.327. 3/4

BALAST CU REZONANȚĂ PENTRU LĂMPILE FLUORESCENTE DE 40 W

P. DINCULESCU, M. POPESCU*

În lucrare se prezintă realizarea unui prototip de balast cu rezonanță pentru lămpi fluorescente și rezultatele încercărilor de laborator efectuate asupra prototipului. Noul tip de balast corespunde standardelor în vigoare. Performanțele sale depind de modul de conectare în schemă. La putere constantă a lămpii, balastul are un consum de energie redus în comparație cu balasturile similare existente.

Într-o lucrare anterioară [1], s-a stabilit posibilitatea realizării unui nou tip de balast cu rezonanță, BRC-40, pentru lămpile fluorescente de 40 W, bazat pe utilizarea circuitului magnetic al balasturilor pentru lămpule cu vapori de mercur la înaltă presiune BVF-80.

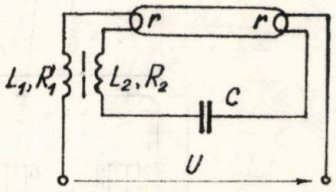


Fig. 1

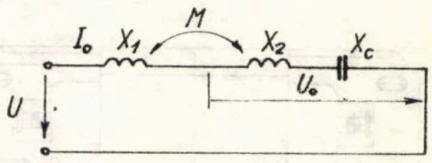


Fig. 2

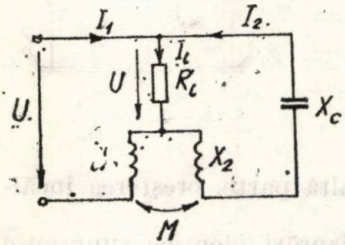


Fig. 3

Schema electrică de conectare a balastului cu lampa este reprezentată în figura 1 iar schemele echivalente la funcționarea „în gol" (lampa neaprinsă) și în sarcină — în figurile 2 respectiv 3 (în schemele echivalente s-au neglijat rezistențele înfășurărilor balastului și electrozilor lămpii).

În lucrarea de față se prezintă realizarea unui prototip de balast și rezultatele încercărilor de laborator efectuate asupra prototipului.

1. Realizarea prototipului de balast

În vederea obținerii unui balast care să utilizeze în cea mai mare măsură materialele, schemele și tehnologia existente, s-au adoptat următoarele soluții (fig. 4) :

— Miezul magnetic, format din tole U (5) și tole T (6) asamblate cu ajutorul unei tălpi (1), este identic cu cel al balastului BVF-80. Va-

Manuscris predat redacției la data de 20 noiembrie 1979
* Conf. dr. ing ; Asist. ing. Catedra Măsuri și aparate electrice

loarea de 0,8 mm a întrefierului de lucru este asigurată prin montarea unui distanţor izolant (7). Între talpă şi miezul T se montează un distanţor corespunzător (3), pentru a împiedica mărirea întrefierului prin deplasarea tolelor. T. Nerespectarea acestor măsuri are drept consecinţă, pe de o parte,

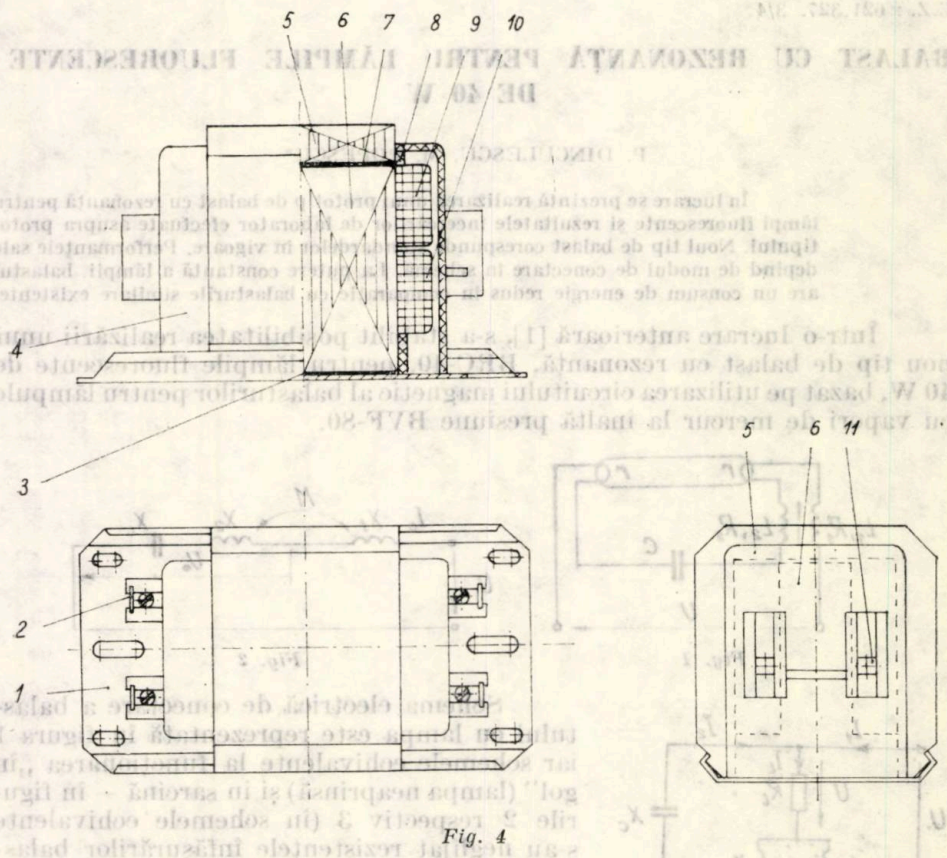


Fig. 4

nerealizarea parametrilor balastului şi, pe de altă parte, creşterea încălzirii.

— Bobinajul este alcătuit din două înfăşurări identice suprapuse I (9) şi II (10), fiecare avînd 775 spire din conductor folosit la balasturile BIF (d = 0,33 mm). Înfăşurările sînt dispuse pe miez astfel încît să rezulte acelaşi sens de înfăşurare iar capetele înfăşurărilor se scot de o parte şi de alta a miezului unde se montează două capace (4) cu borne (12) — aceleaşi ca la balasturile BVF. Aşa cum s-a arătat [1], la număr de spire egal (în scopul evitării greşelilor de montaj prin eventuala inversare a poziţiei bobinelor pe miez), reactanţele celor două bobine rezultă diferite ($X_I < X_{II}$).

— Asamblarea, impregnarea şi vopsirea se execută la fel ca la balastul BVF-80

— Singurul dispozitiv care trebuie executat este şablonul pentru bobine.

Balastul este destinat să funcționeze împreună cu un condensator de 5 μF (de exemplu, condensatorul HA 2577 — 5 μF ± 10 %, 250 V c.a., 50 Hz).

2. Încercările prototipului de balast

Caracteristicile volt-amper pentru cele două înfășurări ale balastului sînt redate în figura 5 din care se observă liniaritatea circuitului magnetic

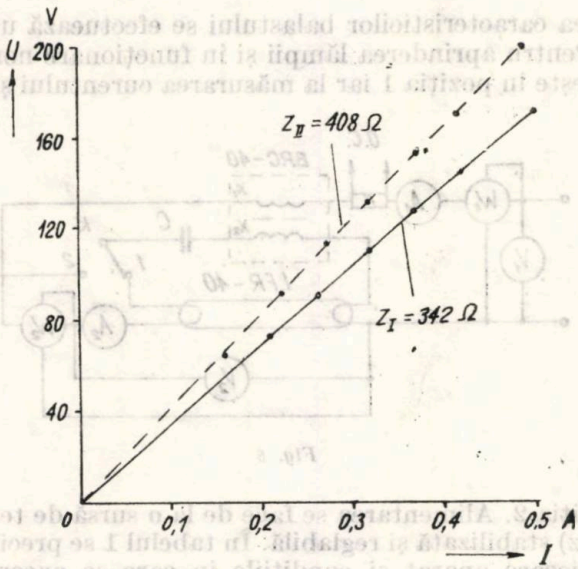


Fig. 5

și rezultă impedanțele înfășurărilor $Z_I = 342\Omega$, $Z_{II} = 408\ \Omega$. Rezistențele ohmice ale înfășurărilor au valoarea $R_I = R_{II} = 27\ \Omega$, ceea ce justifică neglijarea lor față de reactanțele inductive ($X_I = 341\ \Omega$, $X_{II} = 407\ \Omega$). Inductivitățile înfășurărilor au valorile $L_I = 1{,}085$ H, $L_{II} = 1{,}295$ H.

Reactanța mutuală, datorată cuplajului înfășurărilor, se obține alimentînd una din înfășurări cu un curent I_1 și măsurînd tensiunea în gol U_2 la bornele celeialalte înfășurări.

$$X_M = \omega M = U_2/I_1 \approx 347\ \Omega \qquad (M = 1{,}104\ \text{H})$$

Factorul de cuplaj rezultă

$$\sigma = \frac{\omega M}{\sqrt{X_I X_{II}}} \approx 0{,}93$$

Inducția în fier are valori în jur de 0,5 T, justificînd neglijarea reluctanței fierului în schemele echivalente ale circuitului magnetic.

Întrucît cele două înfășurări ale balastului nu au reactanțe identice, rezultă că realizarea schemei din figura 1 este posibilă în două conexiuni ale balastului :

— conexiunea 1 : $X_1 = X_I = 341\ \Omega$; $X_2 = X_{II} = 407\ \Omega$;
$\lambda = X_2/X_1 = 1{,}19$

— conexiunea 2 : $X_1 = X_{II} = 407\ \Omega$; $X_2 = X_I = 342\ \Omega$;
$\lambda = X_2/X_1 = 0{,}84$

Măsurarea caracteristicilor balastului se efectuează utilizînd schema din figura 6. Pentru aprinderea lămpii și în funcționare normală, comutatorul K se găsește în poziția 1 iar la măsurarea curentului și puterii lămpii

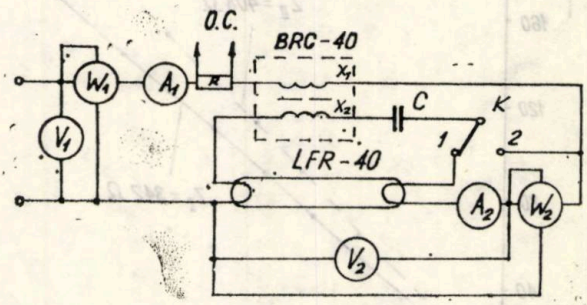


Fig. 6

se trece pe poziția 2. Alimentarea se face de la o sursă de tensiune alternativă (f = 50 Hz) stabilizată și reglabilă. În tabelul 1 se precizează mărimile măsurate de fiecare aparat și condițiile în care se execută măsurările.

Tabelul 1

Aparatul	Mărimea măsurată	Poziția comutatorului K	Observații
V_1	Tensiunea de alimentare	1(2)	—
W_1	Puterea P absorbită din rețea de ansamblul lampă-balast	1	V_2 deconectat W_2,A_2 șuntate (circuitul de tensiune deschis)
A_1	Curentul I absorbit din rețea	1	idem
A_2	Curentul prin lampă I_l	2	A_1, W_1, W_2 șuntate
W_2	Puterea lămpii P_l	2	V_2 deconectat A_1, A_2, W_1 șuntate
V_2	Tensiunea pe lampă U_l	1(2)	A_2 șuntat
R	Sînt pentru analiza curbei curentului	1	—

Pentru valori ale capacității condensatorului C cuprinse în gama de toleranțe, s-au măsurat tensiunea în gol U_0, curentul de preîncălzire a electrozilor I_0, tensiunea pe lampă U_l, curentul prin lampă I_l, puterea lămpii P_l. puterea P și curentul I absorbite din rețea de ansamblul lampă-balast, timpul de aprindere t_a, factorul de distorsiune k_d al curbei curentului I (raportul dintre valoarea efectivă a tuturor armonicilor superioare și valoarea efectivă a curentului) și s-a calculat factorul de putere K în regim deformant ($K = P/(UI)$). Măsurarea U_0 și I_0 s-a făcut la tensiune de alimentare constantă ($U = 220$ V) iar celelalte măsurători — atît la tensiune constantă ($U = 220$ V) cît și la putere nominală a lămpii ($P_l = 40$ W).

Rezultatele încercărilor în conexiunea 1 sînt concentrate în tabelele 2 și 3, comparativ cu balastul BRB-40.

Tabelul 2

U = 220 V = ct

	C μF	U_0 V	I_0 A	U_l V	I_l A	P_l W	P W	I A	t_a s	K	k_d %
BRC-40	4,63	215	0,34	104	0,48	43,75	52,5	0,265	7	0,9	
	4,95	215	0,37	104	0,49	43,25	53,0	0,255	5	0,945	14
	5,45	215	0,41	104	0,494	43,6	54,25	0,255	3,5	0,967	
BRB-40	4,95	247	0,435	106	0,437	38,5	51,0	0,241	3	0,962	10

Tabelul 3

$P_l = 40$W = ct

	C μF	U V	U_l V	I_l A	P W	I A	K	k_d %
BRC-40	4,63	208	105	0,436	48,25	0,246	0,943	
	4,95	208	105	0,44	48,25	0,245	0,947	14
	5,45	208	105	0,434	49,5	0,242	0,983	
BRB-40	4,95	224	105,5	0,452	53,25	0,248	0,958	10

Pentru conexiunea 2, rezultatele sînt cuprinse în tabelele 4 și 5.

Tabelul 4

U = 220 V = ct

	C μF	U_0 V	I_0 A	U_l V	I_l A	P_l W	P W	I A	t_a s	K	k_d %
BRC-40	4,95	240	0,367	105	0,468	41,4	49,5	0,261	5	0,862	27

Tabelul 5

$P_1 = 40$ W = ct

	C μF	U V	U_1 V	I_1 A	P W	I A	K	k_d %
BRC-40	4,95	216	106	0,44	48,5	0,255	0,88	28

Oscilogramele curentului I absorbite din rețea și curentului I_2 prin ramura schemei situată în paralel cu lampa (ramura cu condensator) sînt redate în figurile 7 (pentru conexiunea 1) și 8 (pentru conexiunea 2). Oscilograma din figura 9 corespunde curentului prin lampă I_1.

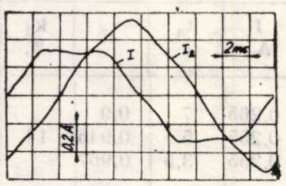


Fig. 7

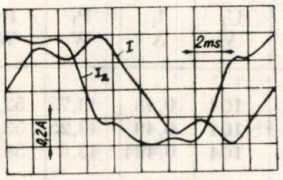


Fig. 8

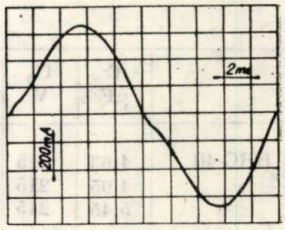


Fig. 9

3. Interpretarea rezultatelor încercărilor

Încercările efectuate confirmă în mare măsură concluziile rezultate din analiza teoretică [1] și aduc în plus precizări și interpretări noi.

Se confirmă astfel faptul că balastul BRC-40, datorită factorului de cuplaj între înfășurări mai mare (apropiat de 1), furnizează curenți de preîncălzire și tensiuni de „mers în gol" de valori inferioare celor corespunzătoare balastului BRB-40 dar care asigură aprinderea lămpii într-un timp comparabil. Valorile timpului de aprindere sînt inferioare timpului maxim admis de standarde pentru lămpile cu starter [2]. Timpul de aprindere poate fi redus prin creșterea capacității condensatorului C, ceea ce favorizează, în același timp, îmbunătățirea factorului de putere.

Din încercări rezultă, de asemenea, că, în condițiile inductivităților diferite ale înfășurărilor balastului BRC-40, este indicată utilizarea conexiunii 1 ($\lambda \approx 1{,}2$) care, deși furnizează o tensiune de mers în gol cu circa 10% mai mică decît conexiunea 2 ($\lambda \approx 0{,}84$) — în concordanță cu cele prevăzute — , asigură cea mai mare valoare a factorului de putere K și cel mai mic factor de distorsiune k_d. Conexiunea 2 este caracterizată printr-o deformare mai accentuată a curentului absorbit din rețea ($k_d = 27-28$ %), datorită deformării curentului I_2 (fig. 6) în ramura de circuit aflată în paralel cu lampa (X_2, C).

În privința curentului prin lampă în regim permanent, rezultatele experimentale conduc la o concluzie diferită de cea prevăzută anterior, în sensul că valoarea curentului este mai mare în cazul conexiunii cu

$\lambda = 1{,}2$ decît în cel al conexiunii cu $\lambda = 0{,}8$. Explicația este furnizată tot de determinările experimentale care arată că rezistența echivalentă a lămpii ($R_l = U/I$) nu este constantă (fig. 10), de unde rezultă că lampa trebuie înlocuită de fapt cu o rezistență „negativă" a cărei valoare este dependentă de regimul în care funcționează lampa și scade la creșterea curentului. Astfel, la aceeași capacitate $C = 4{,}95$ μF, din tabelul 2 rezultă $R_l = 104/0{,}49 = 212\ \Omega$ iar din tabelul 4 se obține $R_l = 105/0{,}468 \approx 224\ \Omega$. Dacă se introduc aceste valori în relația 17 din [1], se ajunge la rezultatele $C'_I = 1{,}586$ în primul caz ($\lambda = 1{,}2$; $\beta = 0{,}33$) respectiv $C'_I = 1{,}448$ în al doilea caz ($\lambda = 0{,}8$; $\beta = 0{,}348$) care confirmă superioritatea conexiunii 1.

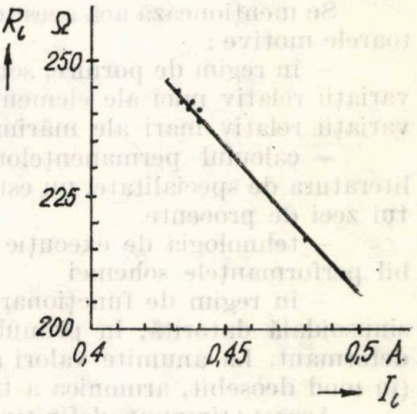


Fig. 10

Din încercările efectuate la putere constantă a lămpii $P_l = 40$ W (tabelele 3 și 5), se observă că, la aceeași capacitate $C = 4{,}95$ μF, balastul BRC-40 consumă o putere activă $P_B = P - P_l$ de 8,25 W în conexiunea 1 și 8,5 W în conexiunea 2, mult mai mică decît în cazul balastului BRB-40 (13,25 W), economia de energie fiind de circa 38 %.

4. Indicații privind proiectarea preliminară a balastului

Dimensionarea preliminară a balastului, constînd în determinarea reactanțelor înfășurărilor balastului și a reactanței condensatorului, se poate face plecînd de la condiția aprinderii lămpii (asigurarea curentului de preîncălzire a electrozilor I_0 și a tensiunii aplicate lămpii în perioada de aprindere U_0), pe baza schemei echivalente din figura 2. Ecuațiile de funcționare corespunzătoare (9) și (10), redate în [1], se scriu :

$$(1 + \lambda - 2\sigma\sqrt{\lambda})\, X_1 - X_c = \pm \frac{U}{I_0} = A \tag{1}$$

$$\frac{(\lambda - \sigma\sqrt{\lambda})X_1 - X_c}{(1 + \lambda - 2\sigma\sqrt{\lambda})\, X_1 - X_c} = \pm \frac{U_0}{U} = B \tag{2}$$

ceea ce conduce la sistemul

$$(1 + \lambda - 2\sigma\sqrt{\lambda})\, X_1 - X_c = A \tag{3}$$

$$(\lambda - \sigma\sqrt{\lambda})\, X_1 - X_c = AB \tag{4}$$

cu soluțiile

$$X_1 = \frac{A(B-1)}{\sigma\sqrt{\lambda} - 1} \tag{5}$$

$$X_c = (1 + \lambda - 2\sigma\sqrt{\lambda})X_1 - A \tag{6}$$

Adăugînd relația

$$X_2 = \lambda X_1 \tag{7}$$

rezultă că, la alimentarea schemei cu tensiunea U, impunînd mărimile U_0 și I_0 (deci A și B), pentru valori prestabilite ale parametrilor λ și σ, se pot găsi reactanțele X_1, X_2, X_c. La un circuit magnetic, ales, se determină valorile permeanțelor echivalente Λ_{e1} și Λ_{e2}, pe baza cărora se găsește numărul de spire ale înfășurărilor. Capacitatea condensatorului C se obține direct din reactanța X_c.

Se menționează acă acest calcul preliminar este orientativ, din următoarele motive :

— în regim de pornire, schema constituie un circuit rezonant în care variații relativ mici ale elementelor schemei (ale reactanțelor) conduc la variații relativ mari ale mărimilor U_0 și I_0.

— calculul permanențelor magnetice, în ipotezele cunoscute din literatura de specialitate, nu este suficient de precis, erorile putînd constitui zeci de procente.

— tehnologia de execuție a circuitului magnetic influențează sensibil performanțele schemei

— în regim de funcționare nominal, curenții se abat de la variația sinusoidală datorită, în primul rînd, lămpii care constituie un element deformant. La anumite valori ale parametrului λ, armonicele superioare (în mod deosebit, armonica a treia) devin importante [3].

Aceasta impune definitivarea mărimilor balastului pe baza încercărilor efectuate asupra prototipului.

Concluzii

— Noul tip de balast cu rezonanță pentru lămpi fluorescente satisface cerințele impuse de standardele în vigoare și poate fi utilizat în schemele de aprindere fără starter. Dimensiunile de gabarit limitează însă folosirea balastului numai la anumite corpuri de iluminat, îndeosebi la cele cu mai multe lămpi.

— Performanțele balastului depind de modul de conectare în schemă ; se recomandă conexiunea în care înfășurarea cu reactanța mai mare este conectată în ramura cu condensator (în paralel cu lampa)

— La putere constantă a lămpii, balastul se remarcă printr-un consum de energie redus în comparație cu balastul BRB-40.

BIBLIOGRAFIE

1 *Dinculescu, P., Popescu, M.*, Buletinul I.P.B., Nr. 1, 1980.
2. STAS 8273/1—74. Balasturi pentru lămpi cu vapori de mercur la joasă presiune. Condiții tehnice speciale de calitate
3. *Lașin, V.E.*, Svetotehnica, 1966, Nr. 12, 13—18.

Ballast à résonance pour les lampes fluorescentes de 40 W

On présente la réalisation d'un prototyp de ballast à résonance pour les lampes fluorescentes ainsi que les résultats des essais effectués sur le prototyp. Le nouveau typ de ballast correspond aux normes en vigueur. Ses performances. sont dépendantes du mode de racordement. Pour une puissance constante de la lampe, on remarque une consommation d'énergie réduite par rapport aux ballasts existents.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 2

ELECTRONICĂ

C.Z.: 621.327. 3/4
621.396.6

LE CONCEPT DE LA CONNEXION INVERSE INTRINSÈQUE

PARTIE A: LA CONNEXION INVERSE INTRINSÈQUE DANS LES SYSTÈMES LINÉAIRES

PAUL POSTELNICU*

L'ouvrage continue les travaux de l'auteur concernant la connexion inverse, generalisée, publiés dans les articles mentionnés dans la bibliographie. Le thème est développé en quatre parties : A : — definition du concept de connexion inverse intrisèque dans le sens que le système ne comprend pas une boucle matèrielle concrète, correspondante et son application aux systèmes linéaires ; B : — systèmes non linéaires ; C : — correlation avec le principe Le Châtelier-Braun de la chimie physique ; D : — correlation avec le principe du hypercycle (Manfred, Eigen), de la biochimie.

Généralités

La connexion inverse et la transmission de l'information constituent les deux concepts fonda mentaux de la cybernétique. Ces deux concepts jouent un rol essentiel dans les systèmes automatiques complexes ou „cybernétiques", et dans les systèmes biologiques, sociaux etc.

Les livres concernant la théorie générale de la connexion inverse, se réfèrent surtout aux systèmes éléctroniques [1, 2, 3]. Dans ces ouvrages on ne donne pas une définition de la connexion inverse. Ce concept est introduit à l'aide d'une schéma générale, comme celui de la fig. 1 a, pour les systèmes électroniques (amplificateurs à connexion inverse négative) ou 1 b, pour les systèmes de réglage automatique, qui contiennent une boucle matérielle (concrète) de connexion inverse, formée par une chaîne de diports ou de soussystèmes. De même, dans les ouvrages concernant la cybernétique, l'automatique ou la théorie des systèmes, le concept de connexion inverse est lié généralement à une boucle matérielle formée par une chaîne de soussystèmes [4, 5]. Il semble, que dans les ouvrages de biologie ou de cybernétique biologique, ce concept suppose toujours l'existence d'une boucle matérielle (d'une voie matérielle fermée).

C'est très rarement dans les livres techniques qu'on essaie de donner une définition générale de la connexion inverse, qui ne soit pas liée à une boucle matérielle. Par exemple, dans l'ouvrage [(7], p. 20), après qu'on

Ouvrage reçu à la rédaction le 2 Février 1979
* Prof. dr. ing. Chaire de Téléphonie-Télégraphie

donne un exemple de système de reglage automatique, comme celui de la fig. 1, b, on dit : „Plus général, on dit qu'il y a feedback s'il existe une succession close de relations cause-effet entre les variables du système"

Dans l'ouvrage [8] au chapitre 9 „Signal flow graphs and feedback", on dit qu'une séquence de branches d'un graphe qui part d'un noeud et se retourne dans le même noeud s'apelle boucle de connexion inverse (feedback loop)".

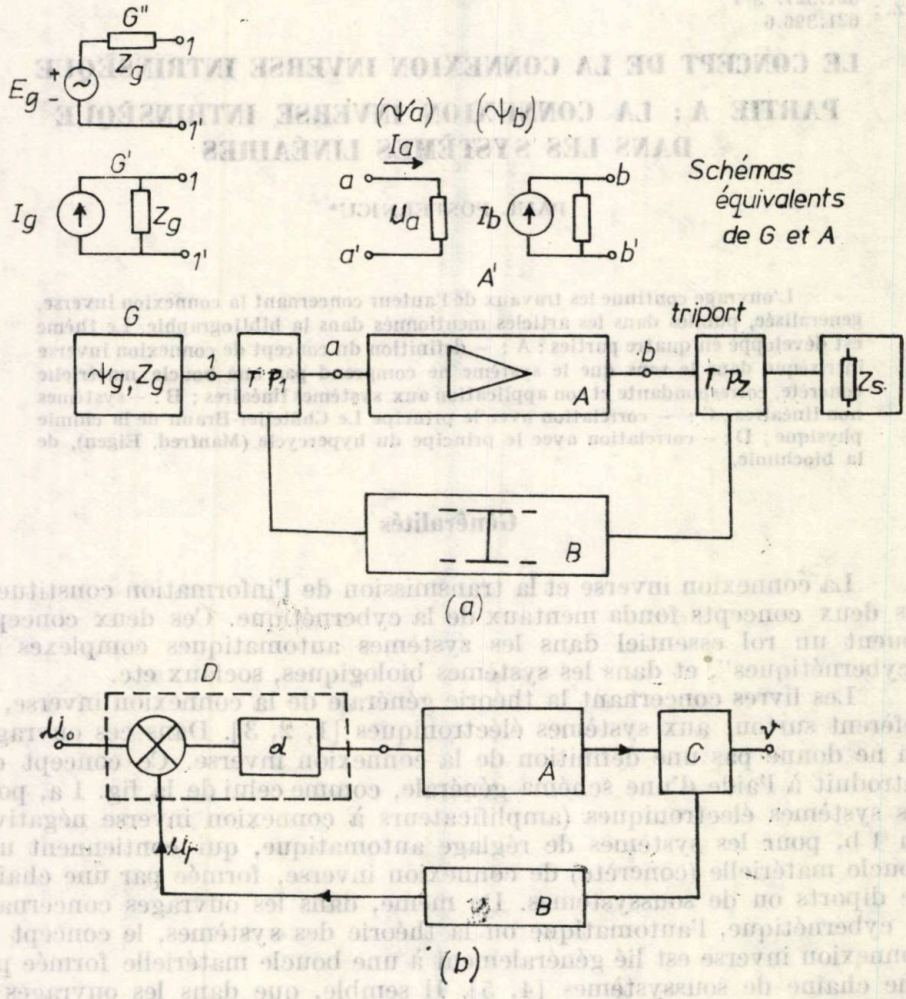


Fig. 1

Il est à remarquer que dans une boucle de connexion inverse d'un graphe de fluence on peut reconnaître une chaîne causale (cause-effet) fermée.

On trouve donc dans certaines ouvrages théoriques une tendence de donner à la connexion inverse un sens très général, qui n'est pas lié à une boucle matérielle (concrète).

Ce sens général est adopté tout d'abord dans les ouvrages de la philosophie de sciences, de philosophie, dans certaines travaux de cybernétique [9—15] et surtout de cybernétique théorique [9, 10, 11, 13]

Par exemple, dans [10], au chapitre 4, point 4.11, on dit „L'intérêt de la cybernétique est concentré, spécialement sur le cas, où chaque des parties influence l'autre ··· Lorsque entre les parties d'un système dynamique il y a une „telle circularité d'action, on dit qu'on a une connexion inverse".

Il semble qu'une définition du concept de connexion inverse avec le sens le plus général de chaîne causale fermée a été donnée pour la première fois dans les ouvrages [16] et [17]. Il semble, de même que dans ces ouvrages on trouve, pour la première fois, l'idée la plus générale ou la plus large, concernant le rôle essentiel que la connexion inverse joue (avec le sens général mentionné) dans l'univers vivant, c'est à dire dans l'apparition, l'évolution (l'autoorganisation) et le fonctionnement des organismes vivants et dans l'univers nonvivant (processus de genèse des systèmes cosmiques), idée associée avec celle des analogies entre ces systèmes de la nature et les systèmes techniques (basées sur la concept de connexion inverse).

Dans ces ouvrages, on a emploie pour le concept de connexion inverse le terme de „cycle vicieux", parce-que le terme de réaction, utilisé en électronique, semblait trop particulier.

Ainsi, au debut de l'ouvrage [16] ou [17] on dit : „Soit une série de phénomènes : A, B, C, ···, M, N, où A est la cause de B, B de C ··· M de N Si N est la cause de A, on dit que le groupe de phénomènes A ···N, forme un cycle vicieux. On appèle le système matériel où se produit ce cycle, complex vicieux", et plus loin : „Le cycle vicieux décrit plus haut est relativement simple. Chaqun de phénomènes A, B, C, ···, M et N d'un

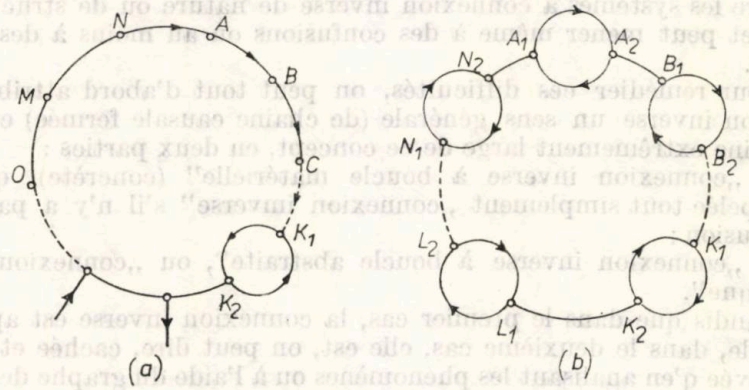


Fig. 2

cicle vicieux, peut être, lui même, construit d'un cycle vicieux et ainsi de suite".

„Le cas simple" et un cas plus complexe de „cycle vicieux" peuvent être représentés comme dans la fig. 2.

On peut dire que, par exemple, le schéma 2 a, représente un graphe qualitatif de flux causal. Le graphe de fluence des signaux serait un cas particulier.

La définition générale du feedback donnée donc en 1944 se retrouve vingt ans plus tard dans l'ouvrage [7] ainsi qu'elle a été montré.

Les articles [16 et 17] de 1944 avaient surtout l'intention d'une introduction ou d'une ouverture à un ouvrage plus développé. Malheuresement, ils n'ont pas été acceptés pour la publication par les revues auxquelles ils ont été trasmis, les réponses reçues disant, soit qu'ils „contiennent des idées emises par d'autres auteurs (P. Jordan), mais qui n'ont pas été acceptées" ou même, des idées erronées [18—20].

Certaines idées des anciens ouvrages [16 et 17] ont été reprises et développées dans [18—21].

On constate donc, dans le domaine des réseaux électriques que certaines ouvrages théoriques générales, comme [8], attribuent au concept de connexion inverse un sens très général et que pratiquement dans tous les ouvrages qui s'occupent particulièrement de ce concept, comme par exemple [1, 2, 3], on suppose une boucle matérielle. Très significatif est, par exemple, l'ouvrage [3] où au chapitre „Feedback Oscillators" on traite seulement les oscillateurs à boucle de connexion inverse matérielle. Les oscillateurs à impédance négative, dont le fonctionnement se fonde sur une boucle de connexion inverse abstraite, ainsi qu'il sera montré dans cet ouvrage, sont traités dans un autre chapitre, concernant le „Concept d'impédance".

On trouve la même situation dans les ouvrages de cybernétique. Certains ouvrages théoriques qui s'occupent de principes, comme par exemple [10, 12, 16, 17], attribuent au concept de connexion inverse un sens très général, tandis que les ouvrages concernant les systèmes automatiques, supposent une boucle matérielle pour pouvoir parler d'une connexion inverse.

Cette situation ne peut stimuler l'utilisation la plus large des analogies entre les systèmes à connexion inverse de nature ou de structure differente et peut mener même à des confusions ou au moins à des contradictions.

Pour remédier ces difficultés, on peut tout d'abord attribuer à la connexion inverse un sens générale (de chaîne causale fermée) et diviser le domaine extrêmement large de ce concept, en deux parties :

— „connexion inverse à boucle matérielle" (concrète), qui peut être appelée tout simplement „connexion imverse" s'il n'y a pas risque de confusion ;

— „connexion inverse à boucle abstraite", ou „connexion inverse intrinsèque".

Tandis que dans le premier cas, la connexion inverse est apparente ou visible, dans le deuxième cas, elle est, on peut dire, cachée et ne peut être relevée q'en analisant les phénomènes ou à l'aide du graphe de fluence.

Si la connexion inverse à boucle matérielle a fait l'objet d'un grand nombre d'ouvrages, l'idée de la connexion inverse intrinsèque se trouve dans très peu d'ouvrages, comme par exemple [14—21], sans être utilisée pratiquement.

Ainsi qu'il ressortira du présent ouvrage, il semble que la division proposée et la définition du concept de connexion inverse intrinsèque sont non seulement utiles, mais, peut être même nécessaires si on veut pousser plus loin que la cybernétique débutant par „Cybernetics" de Norbert

Wiener, l'utilisation des analogies entre systèmes de nature différente. Ces analogies peuvent nous aider de mieux comprendre surtout certaines processus intimes du monde vivant : réglage ou stabilisation „intrinsèques", analogues à la stabilisation paramètrique dans les systèmes techniques (sans boucle matérielle de connexion inverse), processus d'autoorganisation, d'évolution etc.

En même temps, ainsi qu'il a été montré dans [19, et 20] et qu'on verra dans le présent ouvrage, ce concept est utile aussi dans la théorie des systèmes électroniques.

Si, ainsi qu'il sera montré, du point de vue des mathématiques, les deux types de connexion inverse ont le même visage, ils ont des philosophies différentes.

Le bût principal de cet ouvrage est de souligner les analogies entre les systèmes de nature ou structure différentes, basées sur le concept de connexion inverse intrinsèque et le rôle essentiel que joue la connexion inverse intrinsèque, notamment dans les processus de genèse et d'évolution ou d'autodéveloppement, soit des organismes vivants, soit des systèmes non vivants. Bien entendu, ainsi que dans les anciens ouvrages [16] et [17], les analogies partent des systèmes éléctroniques, qui ont été la source ou le berceau de la théorie concernant la connexion inverse.

Ce thème sera traité en quatre parties :

— partie A : La connexion inverse intrinsèque dans les systèmes linéaires ;

— partie B : La connexion inverse intrinsèque dûe aux transmitances nonlinéaires du système ;

— partie C : La corrélation entre le concept de la connexion inverse intrinseque et le principe Le Châtelier-Braun ;

— partie D : Analogies entre systèmes de nature différente et la correlation entre le concept de la connexion inverse intrinsèque et le principe de „l'hypercycle" (Manfred Eigen).

La plupart des idées qui seront développées ont leur source primaire, dans les anciens ouvrages [16 et 17], (les premières ouvrages scientifiques de l'auteur, comme ingénieur de télécommunications, débutant). L'application de l'idée de la connexion inverse sans boucle matérielle dans la théorie des systèmes linéaires a fait l'objet d'une partie des ouvrages [19] et [20]. La partie A, quit suit, aura donc plutôt le caracètere d'une courte synthèse où on essaiera de dégager mieux l'enssence et les principes généraux, qui seront nécessaires au développement des parties suivantes B, C et D.

Le sens et l'application du concept de la connexion inverse intrinsèque dans les systemes linéaires

On considère tout d'abord le système à boucle de connexion inverse, représenté dans la fig. 1 a,. Pour ne pas particulariser les relations, on emploie la lettre ψ, pour désigner soit un tension U ou un courant I (elle ressemble a un U combiné à un I). Par exemple, si on applique à

l'entrée le générateur G', on a $\psi_g = E_g$. Le système d'équations correspondant au système physique à la structure générale :

$$\begin{aligned} \psi_b &= G_a \psi_a , \\ \psi_s &= t_{gs}\psi_g + t_{bs}\psi_b , \\ \psi_a &= t_{ga}\psi_g + t_b\psi_b \end{aligned} \tag{1}$$

où, ψ_g est la variable indépendente (E_g ou I_g), ψ_b la variable commandée (E_b ou I_b), ψ_a et ψ_s, le tension ou le courant à la porte a, res pectivement s, G_a, la transmitance de l'amplificateur interne A (par exemple $G_a = h_{21}$ si $\psi_a = I_a$ et $\psi_b = I_b$), t_{gs}, t_{bs}, t_{ga}, t_{ba}, les transmitances entre les portes indiquées par les indices et qui sont definies par les équations respectives.

Le graphe de fluence correspondant au système (1) est représenté dans la fig. 3 a.

La transmitance t_{gs} est faible par rapport à la trasmitance $t_{ga}G_a t_{bs}$ et elle n'est pas essentielle dans la théorie de la connexion inverse. Si elle peut être négligée, on obtient le graphe fondamental de la fig. 3 b.

Soit à l'aide des équations (1), où on met $t_{gs} = 0$, soit à l'aide de la formule de Mason, appliquée au graphe 3 b, on obtient pour la transmitance du système, l'expression générale :

$$G' = \frac{\psi_s}{\psi_g} = \frac{t_{ga}G_a t_{bs}}{1 - t_{ba}G_a} = \frac{G}{1 - T_0} = \frac{G}{1 + T} = \frac{G}{F}, \tag{2}$$

ou, $G = t_{ga}G_a t_{bs}$ est la transmitance du système si on supprime la connexion inverse ($t_{ba} = 0$), $T_0 = t_{ba}G_a$ est la transmitance de la boucle de connexion inverse, $T = -T_0$ est le rapport de retour („return ratio"), $F = 1 - T_0$ est le facteur de connexion inverse.

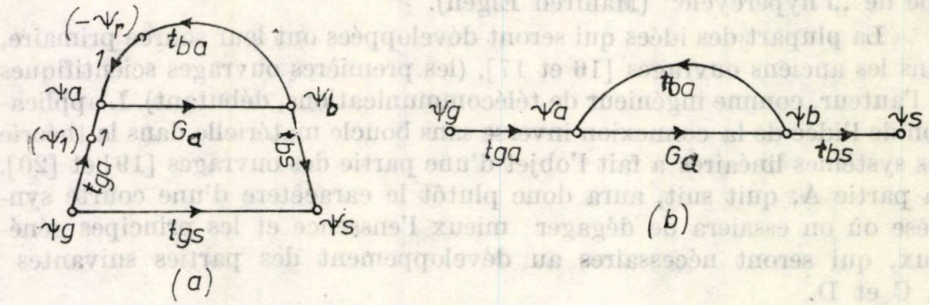


Fig. 3

Par définition, on dit que la connexion inverse est :

négative, si $|F| = |1 + T| > 1$,

positive, si $|F| = |1 + T| < 1$, (6)

neutre, si $|F| = |1 + T| = 1$.

Pour mettre en relief la variable de connexion inverse (de réaction ou rétroaction) on a introduit dans le graphe de la fig. 3 a, les noeuds supplémentaires $-\psi_r$ et ψ_1.

Dans le cas d'une connexion inverse négative idéale (déphasage de T_0 égal à $(2k + 1)\pi$), on a :

$$\psi_a = |\psi_1| - |\psi_r| \text{ ou } \psi_a = |\psi_1| - |T\psi_a|,$$

si ont convient que $\psi_1 = |\psi_1|$.

Une analyse plus detaillée de ce système se trouve, par exemple, en ([3], p. 110).

La connexion inverse élémentaire entre deux grandeurs (deux variables) est très importante pour la philosophie et la théorie concernant ce concept, ainsi que pour la philosophie, les sciences de la nature, les sciences techniques etc.

Un schéma ou un graphe général d'un système où apparait une connexion inverse est donné dans la fig. 4, où les opérateurs x_1 et x_2 sont unidirectionels. L'opérateur x_1 a la signification : x_1 est cause et x_2, son effet où x_1 détermine au moins partiellement x_2. L'opérateur x_2 a la même signification, mais pour l'autre sens. La variable y_0 représente la source ou une source équivalente (la connexion à un autre système, à l'entrée) et x_s, la variable de sortie (la connexion à un autre système à la sortie).

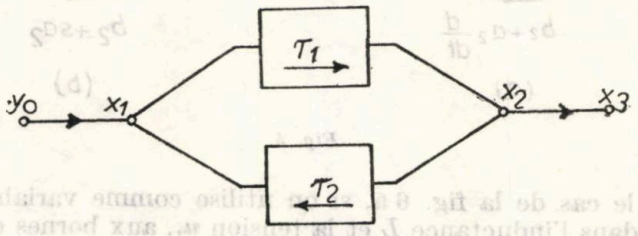


Fig. 4

Un système linéaire avec une connexion inverse élémentaire et avec une seule source (y_0) est defini par les relations :

$$\begin{aligned} x_2 &= a_1 \frac{dx_1}{dt} + b_1 x_1, \\ x_1 &= a_2 \frac{dx_2}{dt} + b_2 x_2 + c y_0, \\ x_s &= d\, x_2, \end{aligned} \tag{7}$$

où les coefficients sont supposés des constantes réelles.

Si on applique la transformée de Laplace, on obtient :

$$\begin{aligned} X_2(s) &= (sa_1 + b_1)\, X_1(s), \\ X_1(s) &= (sa_2 + b_2)\, X_2(s) + cY_0, \\ X_s(s) &= \mathrm{d}X_2(s). \end{aligned} \tag{8}$$

Les graphes de fluence correspondants aux systèmes d'équations (7) et (8) sont représentés dans la fig. 5.

Si on considère le cas particulier $b_1 = b_2 = c = d = 0$, comme dans l'ancien ouvrage [16], la chaîne causale fermée est la plus simple : une variation de x_1 produit (a comme effet) x_2 et réciproquement.

Ces graphes généraux peuvent correspondre soit à un système à une seule boucle matérielle de connexion inverse, comme ceux de la fig. 1, soit à un système sans boucle matérielle. Comme exemple significatif et important pour les applications pratiques et pour le développement des parties B, C et D du présent ouvrage, on donne les réseaux de la fig. 6 ou r et G peuvent prendre toute valeur entre $-\infty$ et $+\infty$.

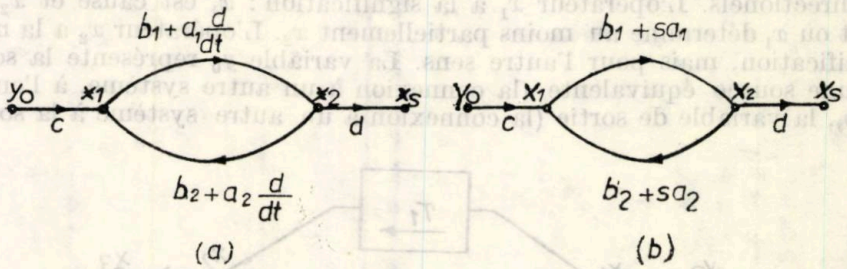


Fig. 5

Dans le cas de la fig. 6 a, si on utilise comme variables d'état, le courant i_1 dans l'inductance L et la tension u_1, aux bornes de la capacité C, on obtient :

$$\begin{aligned} u_1 &= L\,\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + r_L i_1 \\ i_1 &= -\,C\,\frac{\mathrm{d}u_1}{\mathrm{d}t} - G_- u_1 + i_0 \end{aligned} \tag{9}$$

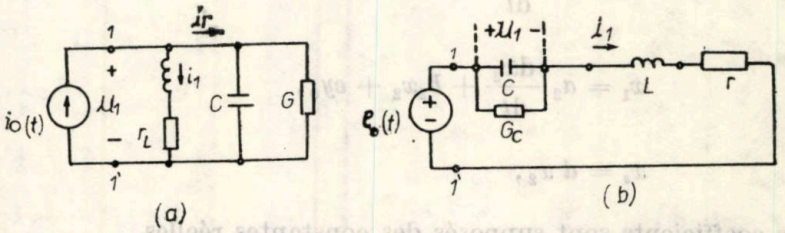


Fig. 6

et dans le domaine de la fréquence :

$$U_1(s) = (sL + r_L)\, I_1,$$
$$I_1(s) = -(sC + G)\, U_1 + I_0. \tag{10}$$

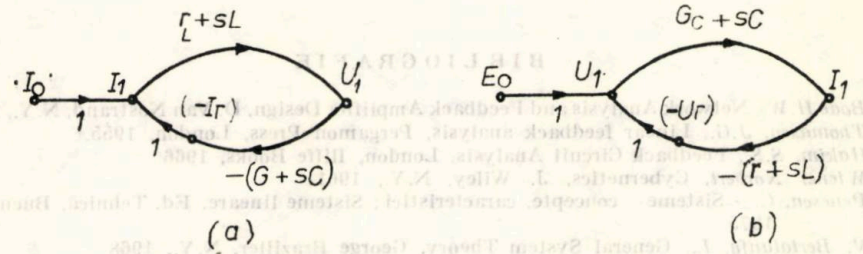


Fig. 7

Le graphe de fluence correspondant aux équations (10) est représenté dans la fig. 7 a. On constate l'équivalence avec le système d'équations (7) et (8) si on met $x_2 = u_1$ et $x_1 = i_1$.

Un deuxième circuit fondamental, où apparait la connexion inverse entre courants et tensions, est représenté dans la fig. 6 b. Ce schéma étant duale à 6a, on obtient le système d'équations et le graphe correspondant en opérant les transformations bien connues.

Le graphe de fluence est réprésenté dans la fig. 7 b. Dans les graphes 7 on a introduit les noeuds supplémentaires $-I_r$ et $-U_r$ qui représentent les variables de „réaction" (comme dans le graphe cannonique de la fig. 3b, $I_1 = I_0 - I_r$ et $U_1 = E_0 - U_r$).

En appliquant la formule de Mason, on déduit, par exemple, du graphe 7 b si on néglige G_c, la transmitance du système :

$$G' = \frac{I_1(s)}{E_0(s)} = \frac{G}{1 - T_0} = \frac{sC}{1 + sC\,(sL + r)} = \frac{1}{\dfrac{1}{sC} + sL + R} = \frac{1}{Z(s)}. \tag{11}$$

La graphe 7 b, du circuit élementaire 6 b, sera utilisé dans la partie B, pour démontrer l'équivalence entre l'oscillateur à boucle de connexion inverse (matérielle) et celui à l'impédance négative.

D'autre part, si au lieu de la t.e.m. appliquée $e_0(t)$, on considère comme sourse, la t.e.m. induite par la variation d'un flux magnétique extérieur qui traverse par exemple une spire métallique (L, r) on obtient le système donné comme exemple de l'application du principe Le Châtelier-Braun sous la forme particulière de la lois de Lenz. Ce circuit élémentaire et le graphe respectif constituent donc une bonne liaison, pour l'analyse de la correspondance entre la connexion inverse intrinsèque et le principe, Le Châtelier-Braun, qui fera l'objet de la partie C, de l'ouvrage.

Dans les ouvrages [19, 20] est analisée aussi la connexion inverse intrinsèque de type „echo".

Le concept de connexion inverse généralisé ou celui de connexion inverse intrinsèque permettent donc premièrement de faire certaines liaisons et analogies entre circuits électriques de structure différemte en en avoir une vision ou une conception plus unitaire et peut être plus aprofondie.

BIBLIOGRAFIE

1. *Bode H.W.*, Network Analysis and Feedback Amplifier Design, D. Van Nostrand, N.Y., 1945
2. *Thomasen, J.G.*, Linear feedback analysis, Pergamon Press, London, 1955.
3. *Hakim, S.S.*, Feedback Circuit Analysis, London, Iliffe Books, 1966
4. *Wiener Norbert*, Cybernetics, J. Wiley, N.Y., 1961
5. *Penescu, C.*— Sisteme— concepte, caracteristici ; Sisteme lineare. Ed. Tehnică, Bucureşti, 1975.
6. *V. Bertalanfy, L.*, General System Theory, George Braziller, N.Y., 1968
7. *Savant C.J.*, Control System Design, McGraw-Hill, N.Y., 1964
8. *Balabanian, N., Bickart, A.T.*, Electrical Network Theory, J. Wiley, N.Y., 1969
9. *Apostel, L*, Logique et cybernétique. Les études philosophiques, Presses Universitaires de France, Paris, 1967
10. *Ashby, W. Ross*, An Introduction in Cybernetics, Chapman and Hall, London, 1971
11. *Nicolau, Edm., Popovici, Al.*, Cybernétique, modèles et graphes, 5e Congrès International de Cybernétique, Namur, 1967, p. 11—18.
12. *Beliş Mariana*, Mecanismele inteligenţei. Ed. Ştiinţifică şi Enciclopedică, Bucureşti, 1978
13. *Klaus, G., Thil, R.*, Über die Existenz der kybernetischen Systemen in die Gesellschaft. Deutche Zeitschrift fur Philosophie, No. 1, 1968
14. *Ducrocq, A.*, Cybernétique et Univers, tome I, Le roman de la matière. René Julliard, Paris, 1963.
15. *Ducrocq, A.*, Cybernétique et Univers, tome II, Le roman de la vie, René Julliard, Paris,1965
16. *Postelnicu, P.* Teoria complexului vicios (La théorie du complex vicieux), ouvrage transmis pour la publication à la Revue scientifique V. Adamache", Jassy en 1944 et dont le titre figure dans la riubrique des articles recus pour la publication, vol. XXI, No. 1—2, Janv.—Juin, 1945.
17. *Postelnicu, P.* Telecomunicaţii, Bucureşti, 12, (1968), No.12, p. 455—458.
18. *Postelnicu P.*, Progresele ştiinţei, Bucarest, Juillet, 1969, p. 289—297.
19. *Postelnicu, P.* Bulletin de l'Institut Polytechnique de Bucarest, tom XXXI (1969) No. 6, p. 133—148.
20. *Postelnicu P.*, Cybernétique Namur, No 3, 1971, p. 202—236.
21. *Postelnicu, P.* Cybernétique-Namur, No. 4, 1973, p. 253—280.

Conceptul de conexiune inversă intrinsecă Partea A : Conexiunea inversă intrinsecă în sistemele liniare

Lucrarea continuă lucrările autorului privind conexiunea inversă generalizată, publicate în articole menţionate în bibliografie. Tema este dezvoltată în patru părţi : A :— definirea conceptului de conexiune inversă intrinsecă în sensul că sistemul nu conţine o buclă materială concretă corespunzătoare şi aplicarea sa la sistemele liniare ; B :— sisteme neliniare ; C :—corelarea cu principiul le Châtelier Braun, din chimia fizică ; D :—corelarea cu principiul hiperciclului (Manfred Eigen), din biochimie.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 2

C.Z.: 621.396.6
537.311.33

CALCULUL DISTRIBUȚIEI STAȚIONARE DE TEMPERATURĂ ÎN CIRCUITELE INTEGRATE

M. BODEA, M. IONESCU, A. SILARD*

În lucrare se determină o expresie pentru distribuția staționară de temperatură într-un cip de circuit integrat pe baza unui model termic original care include ca parametru cunoscut rezistența termică cip-mediu ambiant și presupune un mediu liniar.

Introducere

Determinarea distribuției staționare de temperatură într-un cip de circuit integrat constituie o problemă de mare interes din punctul de vedere al calculului interacțiunilor electrotermice, al estimării și evaluării cantitative a unor geometrii superficiale și structuri de capsule.

Abordarea generală a calculului distribuțiilor de temperatură constituie o problemă deosebit de dificilă deoarece în general condițiile de transfer termic nu pot fi caracterizate și modelate convenabil, iar tratarea tridimensională implică eforturi de o intensitate nejustificată de rezultatele care se obțin; în plus mediile sînt neliniare. Din această cauză se încearcă fie modele unidimensionale liniare sau neliniare, fie modele bidimensionale, fie abordări cuasi-tridimensionale [1] cu tratări care folosesc de regulă metode numerice.

Apariția calculatoarelor de birou a revitalizat interesul pentru soluții analitice. Performanțele tipice ale calculatoarelor de birou (viteză medie, precizie foarte bună, memorie modestă) fac ca apelul la soluții analitice să fie firesc.

În lucrarea de față se dă o soluție analitică pentru distribuția staționară de temperatură într-un cip de circuit integrat pornind de la un

Manuscris predat redacției la data de 8 decembrie 1979

* Șef de lucrări; Asistent; Șef de lucrări dr. Catedra de dispozitive, circuite și aparate electronice

model termic realist, în condițiile în care mediile se presupun liniare utilizîndu-se ca parametru cunoscut rezistența termică cip-mediu ambiant.

1. Modelul termic

Structura generală a unui circuit integrat încapsulat în plastic este descrisă în fig. 1 punîndu-se în evidență elementele esențiale din punctul de vedere al modelării termice (pentru a nu mai complica desenul nu s-au mai figurat terminalele).

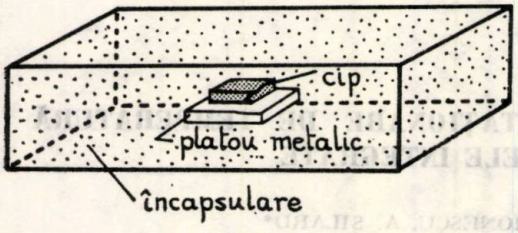


Fig. 1 Structura generală a unui circuit integrat încapsulat în plastic

Cipul semiconductor este lipit pe un platou metalic iar tot ansamblul este înglobat într-o rășină epoxidică sau siliconică; la circuitele de putere platoul metalic este o parte componentă a unui radiator.

În cazul încapsulării metalice cipul se lipește direct pe ambază. Structura realizată se închide apoi ermetic cu ajutorul unui capac.

Modelul termic simplificat, valabil în ambele cazuri, capătă forma din fig. 2.

În continuare modelul termic din fig. 2 va fi particularizat în funcție de modul în care se modelează transmisia de căldură de la cipul semiconductor spre mediul ambiant, presupus izoterm. Se vor considera două cazuri separate din care primul a mai fost tratat în literatură [2], [3], iar al doilea este original. :

I. Structură dublu-strat pe radiator infinit;

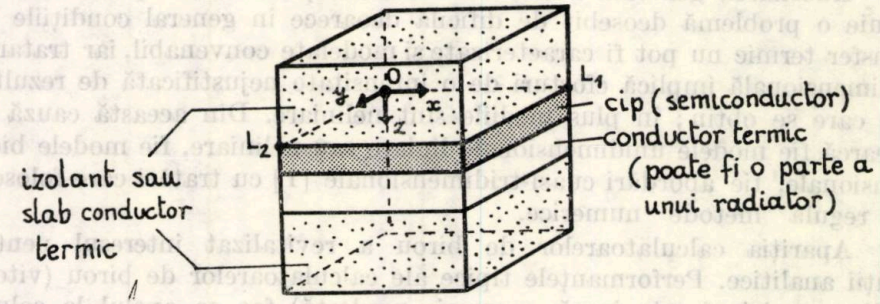


Fig. 2 Modelul termic simplificat

II. Cip semiconductor cu viteză de evacuare a căldurii spre mediul ambiant proporțională cu temperatura de pe suprafața inferioară a cipului.

Distribuția staționară de temperatură rezultă din rezolvarea ecuației căldurii

$$\Delta T = 0 \qquad (1)$$

Independent de modul particular de modelare a transferului de căldură cip-mediu ambiant se pot formula condiții la limită care rezultă din modelul termic simplificat din fig. 2.

O primă presupunere cu valabilitate generală este aceea că fețele laterale ale cipului sînt adiabatice (grosimea foarte mică a cipului în comparație cu celelalte dimensiuni face ca pierderile de căldură prin fețele laterale să poată fi neglijate):

$$\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{x,0,z} = \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{x,L_2,z} = 0,$$
$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{0,y,z} = \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{L_1,y,z} = 0. \tag{2}$$

A doua presupunere cu valabilitate generală se referă la faptul că sursele de căldură sînt localizate pe suprafața superioară a cipului:

$$\left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_{x,y,0} = -\frac{p(x,y)}{\sigma} \tag{3}$$

unde $p(x, y)$ este densitatea de putere în planul $x0y$, iar σ conductivitatea termică a cipului semiconductor.

Această aproximație este justificată de grosimea neglijabil de mică (5...20μ) a stratului în care sînt realizate componentele unui circuit integrat, față de grosimea cipului (200... 500μ).

2. Distribuția de temperatură pentru o structură dublu-strat pe radiator infinit

O primă modelare particulară consideră că transmisia de căldură de la sursele localizate pe suprafața superioară a cipului are loc prin cipul semiconductor, apoi prin conductorul termic considerat ca parte componentă a unui radiator: în acest sens este natural să se presupună că suprafața inferioară a radiatorului termic este izotermă.

Modelul termic este descris în fig. 3.

Condițiile la limită suplimentare sînt următoarele:

$$\left.\begin{aligned} T(x,y,h^-) &= T(x,y,h^+),\\ \sigma\left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_{(x,y,h^-} &= \sigma_s\left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_{x,y,h^+},\\ T(x,y,h+H) &= T_0. \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Rezolvarea ecuației căldurii (prin metoda separării variabilelor [4]) cu condițiile la limită (2), (3), (4) conduce la următoarea expresie pentru distribuția de temperatură în planul $x0y$:

$$T(x, y, 0) = T_0 + \frac{4}{\sigma L_1 L_2} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} L_{m,n} Q_{m,n} \cos \frac{m\pi x}{L_1} \cos \frac{n\pi y}{L_2}, \tag{5}$$

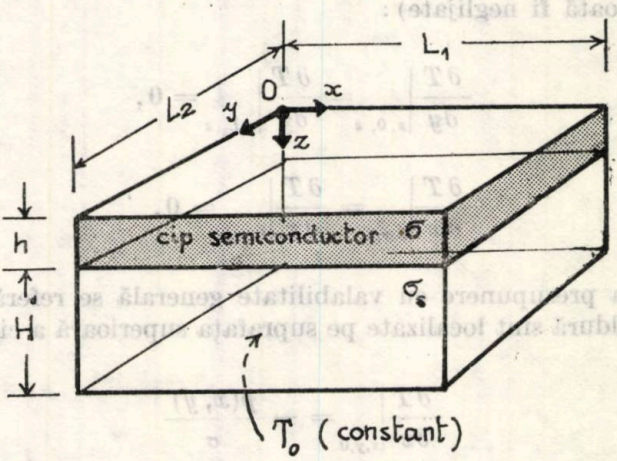


Fig. 3 Modelul termic pentru calculul distribuției de temperatură pentru structura dublu-strat.

unde

$$L_{m,n} = \frac{\sigma_s \mathrm{ch}\alpha H \,\mathrm{sh}\alpha h + \sigma \,\mathrm{sh}\alpha H \,\mathrm{ch}\alpha h}{(1 + \delta_m)(1 + \delta_n)\,\alpha\,(\sigma_s \,\mathrm{ch}\alpha H \,\mathrm{ch}\alpha h + \sigma \,\mathrm{sh}\alpha H \,\mathrm{sh}\alpha h)} \tag{6}$$

$$Q_{m,n} = \int_0^{L_1} \int_0^{L_2} p(x, y) \cos \frac{m\pi x}{L_1} \cos \frac{n\pi x}{L_2} \,\mathrm{d}x \,\mathrm{d}y. \tag{7}$$

S-au utilizat notațiile:

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= \left(\frac{m^2\pi^2}{L_1^2} + \frac{n^2\pi^2}{L_2^2}\right)^{1/2}, \\ \delta_j &= \begin{cases} 1 & j = 0, \\ 0 & j \neq 0. \end{cases} \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

3. Distribuția de temperatură pentru un cip semiconductor cu viteza de evacuare a căldurii proporțională cu temperatura de pe suprafața inferioară a cipului

Modelul termic utilizat anterior are un dezavantaj important: mărimile H și σ_s sînt rău definite pentru o structură concretă, stratul conductor termic pe care este lipit cipul fiind în realitate o succesiune de stra-

turi cu arii transversale, grosimi și conductivități termice ale căror valori sînt greu de precizat sau chiar de estimat.

Din această cauză este de preferat modelarea transferului de căldură de la cip la mediul ambiant printr-un singur parametru integral care poate fi determinat experimental, rezistența termică cip-mediu ambiant.

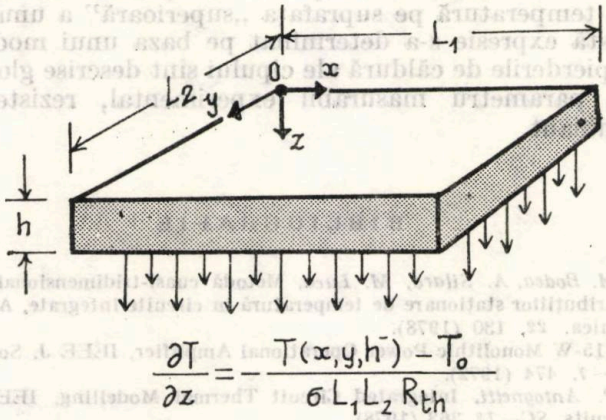


Fig. 4 Modelul termic pentru calculul distribuției de temperatură pentru viteză de evacuare a căldurii proporțională cu temperatura de pe suprafața inferioară a cipului.

Într-un model electric echivalent se poate spune că fața inferioară a cipului este conectată la mediul ambiant, izoterm de temperatură T_0, printr-o rezistență R_{th}.

Modelul termic este dat în fig. 4, iar condiția la limită specifică acestui model se scrie

$$\left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_{x,y,h^-} = -\frac{T(x, y, h^-) - T_0}{s} \tag{9}$$

unde

$$s = \sigma L_1 L_2 R_{th}$$

Rezolvarea ecuației căldurii (prin metoda separării variabilelor [4]) cu condițiile la limită (2), (3), (9) conduce la următoarea expresie pentru distribuția de temperatură în planul $x0y$

$$T(x, y, 0) = T_0 + 4R_{th} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} K_{m,n} Q_{m,n} \cos \frac{m\pi x}{L_1} \cos \frac{n\pi y}{L_2}, \tag{10}$$

unde

$$K_{m,n} = \frac{\operatorname{ch}\alpha h + \dfrac{1}{\alpha s} \operatorname{sh}\alpha h}{(1 + \delta_m)(1 + \delta_n)(\operatorname{ch}\alpha h + \alpha s \operatorname{sh}\alpha h)}. \tag{11}$$

Mărimile $Q_{m,n}$, α şi δ_m, δ_n au semnificaţiile date de relaţiile (7), respectiv (8).

Concluzii

În lucrarea de faţă se dă o expresie care permite calculul distribuţiei staţionare de temperatură pe suprafaţa „superioară" a unui cip semiconductor. Această expresie s-a determinat pe baza unui model termic original în care pierderile de căldură ale cipului sînt descrise global prin intermediul unui parametru măsurabil experimental, rezistenţa termică cip-mediu ambiant.

BIBLIOGRAFIE

1. *A. Ţugulea, M. Bodea, A. Silard, M. Luca,* Metodă cuasi-tridimensională pentru calculul distribuţiilor staţionare de temperatură în circuite integrate, Automatica şi electronica, *22*, 130 (1978).
2. *P.R. Gray,* A 15-W Monolithic Power Operational Amplifier, IEEE J. Solid-State Circuits, *SC–7*, 474 (1972).
3. *R. Castello, P. Antognetti,* Integrated Circuit Thermal Modelling, IEEE J. Solid-State Circuits, *SC–13*, 363 (1978).
4. *N. Ciorănescu,* Tratat de matematici speciale, p. 525, Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti 1963.

The Computation of the Steady State Temperature Distribution in the Integrated Circuits

It is determined an expression for the steady state temperature distribution in an integrated circuit on the basis of an original thermal model which includes the thermal resistance as a known parameter and assumes a linear medium.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 2

C.Z.: 532.783: 681.38

TEHNOLOGIA ȘI CARACTERIZAREA DISPOZITIVELOR DE AFIȘAJ CU C.L.N. CU DIFUZIE DINAMICĂ

V. CĂTUNEANU, O. IANCU, S. VASILESCU, P. SCHIOPU, L. PASCU *

Este prezentată tehnologia pentru dispozitivele de afișaj cu cristale lichide nematice și difuzie dinamică Pentru caracterizarea electro-optică a dispozitivelor a fost elaborată o aparatură specializată. Rezultatele experimentale obținute cu această aparatură sînt prezentate pentru dispozitivele cu cristal lichid nematic AN5.

Introducere

Începînd din anul 1974 în laboratoarele catedrei „Tehnologie electronică și fiabilitate" au fost abordate problemele folosirii în dispozitivele de afișaj a efectului de difuzie dinamică în cristalele lichide nematice.

Cristalele lichide reprezintă o stare a materiei care posedă simultan proprietăți ale solidului cristalin (de exemplu anizotropia spațială a proprietăților fizice: conductivitatea termică, conductivitate electrică, indicele de refracție, constanta elastică, constanta dielectrică, susceptibilitatea magnetică) și ale lichidului izotrop (de exemplu fluiditatea, unirea picăturilor prin contact).

Dintre cristalele lichide cele mai întrebuințate sînt nematicele ale căror molecule au axele principale de simetrie paralele cu o direcție unică dar centrele de greutate repartizate haotic ca într-un lichid ordinar. O celulă de afișaj cu cristal lichid nematic, în absența cîmpului aplicat, este transparentă.

În prezența cîmpului cristalul lichid de rezistivitate medie, datorită curentului electric care circulă difuzează lumina incidentă, prin variația locală a indicilor de refracție care acompaniază disrupțiile segmentelor moleculare.

1. Tehnologia dispozitivelor de afișaj cu c.l.n. cu difuzie dinamică.

O vedere laterală a unei celule de afișaj cu cristal lichid nematic este prezentată în figura 1.

1.1. Depunerea și obținerea configurației electrozilor.

Electrozii conductori transparenți din bioxid de staniu dotat cu antimoniu se obțin pe sticlă „float" prin descompunerea termică a tetraclorurii de staniu [1]. Rezistivitatea electrozilor depuși variază în funcție

Manuscris predat redacției la data de 14 decembrie 1979
* Prof. dr. ing. Conf. dr. ing.; As. ing.; As. ing.; Facultatea Electronică și Telecomunicații; Ing. ICEMENERG.

de concentrația de antimoniu în tetraclorura de staniu (fig. 2). Minimul curbei din figura 2 corespunde pentru 60 mg $SbCl_3$ la 10 g $SnCl_4$.

Rețeta utilizată permite pentru electrozi cu grosimea de 0,3 μm obținerea unei rezistivități de 100 Ω/□ și a unei transparențe de 80%.

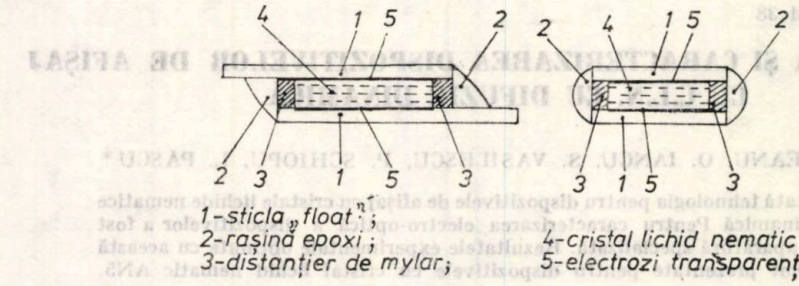


Fig. 1. Celula de cristal lichid nematic (vedere laterală).

Suprafața maximă a electrozilor obținută prin această tehnologie este de 15×10 cm și este limitată de uniformitatea depunerii.

Configurația dorită a electrozilor se realizează prin corodarea selectivă a bioxidului de staniu de către hidrogenul în stare născîndă generat

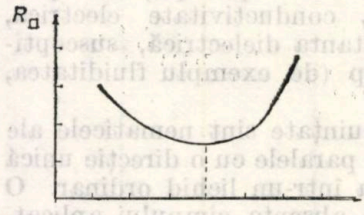


Fig. 2. Rezistivitatea electrozilor în funcție de concentrația de Sb Cl_3 în $SnCl_4$.

de mixtura : acid clorhidric + praf de zinc [2]. Masca necesară corodării selective se obține prin metode fotolitografice sau prin metode serigrafice [3].

În figura 3 se prezintă principalele etape tehnologice folosite în laborator, pentru obținerea unor electrozi cu configurație dorită în scopul realizării unor celule de afișaj.

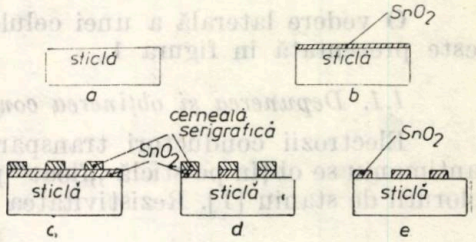


Fig. 3. Principalele etape tehnologice pentru obținerea electrozilor.

Tehnologia descrisă permite realizarea unor trase de electrozi cu o rezoluție de 0,4 mm impusă de natura substratului și de tehnica de corodare.

1.2. Asamblarea celulei. Contactarea electrodului spate.

Dispozitivele de afişaj realizate, cu grosimi ale peliculei de cristal lichid cuprinse în intervalul 8...50 μm date de folosirea unui distanţier de mylar, au fost etanşate cu răşini expoxidice [4].

Electrodul spate este contactat prin intermediul unei paste conductive pe bază de grafit sau Ag.

1.3. Orientarea. Umplerea şi etanşarea celulei.

Pentru obţinerea efectului de difuzie dinamică se foloseşte orientarea homeotropă a cristalului lichid cu anizotropie dielectrică negativă. S-au obţinut orientări homeotrope cu foarte bună stabilitate în timp prin depunerea pe electrozi înaintea umplerii a unui agent activ de orientare [5].

Umplerea cu cristal lichid se realizează în vid [6], la temperaturi superioare temperaturii de clarificare, prin intermediul unui orificiu aflat în zona de lipit. Acest orificiu se etanşează cu răşină epoxy după ce în prealabil se aşează o barieră de mylar pentru a preîntîmpina pericolul unei contaminări a c.l.n. de către răşina epoxy.

2. Metodă şi aparat pentru testarea dispozitivelor de afişaj cu c.l.n.

2.1. Caracteristici electrooptice

Pentru aprecierea performanţelor celulelor de afişaj s-au studiat şi testat caracteristicile electrooptice prezentate mai jos.

2.1.1. Rezistivitatea c.l.n. este funcţie de densitatea purtătorilor de sarcină precum şi de mobilitatea acestora. În afişajele bazate pe difuzie dinamică, realizate în laborator, rezistivitatea cristalului lichid este în domeniul 10^8—10^9 Ωcm, [7], fiind limitată superior de valoarea mică a curentului ionic care nu mai crează centri de dispersie ai luminii iar inferior de micşorarea duratei de viaţă.

2.1.2. Contrastul se defineşte ca raportul dintre intensitatea luminii împrăştiate de celulă în prezenţa cîmpului electric aplicat şi intensitatea la cîmp nul [8]. Acesta s-a măsurat prin transmisie, tunelul optic [9] reglîndu-se astfel încît să se minimizeze detectarea luminii transmise de celulă (fig 4).

Pentru celulele cu difuzie dinamică s-a constatat creşterea contrastului la creşterea grosimii celulei, precum şi la iluminarea cu lumină polarizată.

În acest din ultim caz este de relevat că dependenţa contrast-tensiune nu are prag ceea ce nu deranjează afişajul cu segmente dar care fac inutilizabil acest mod de iluminare la adresarea matriceală. În afară de acestea s-a constatat dependenţa contrastului de tipul familiei de c.l.n.

2.1.3. Timpii de răspuns.

Timpul „on" (figura 5) este aproximativ proporţional cu $\eta/\Delta\varepsilon \cdot E^2$ iar timpul „off" (figura 5) este proporţional cu ηd^2 unde η este vîscozitatea c.l.n., $\Delta\varepsilon$ anizotropia dielectrică, d grosimea filmului nematic, iar E cîmpul electric [10].

S-a constatat scurtarea timpului „on" la creşterea tensiunii aplicate sau prin aplicarea unei tensiuni de prepolarizare sub tensiunea de prag,

precum și micșorarea timpului „off" la aplicarea unei tensiuni de înaltă frecvență.

În general un aliniament perfect al filmului nematic implică o scădere a timpilor de răspuns.

2.1.4. Frecvența de tăiere

Se definește ca frecvența la care contrastul scade la 10 %. Aceasta scade la creșterea purității materialului și crește la creșterea temperaturii

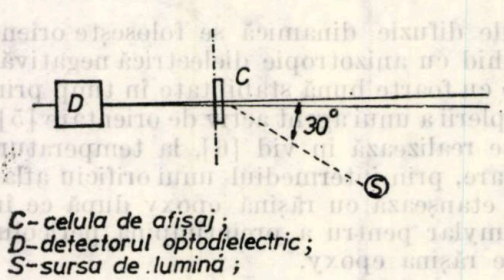


Fig. 4 Configurația instalației la măsurarea contrastului.

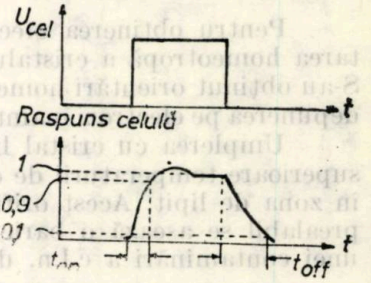


Fig. 5 Definirea timpilor de răspuns „on" și „off".

2.2. Aparatură pentru testare

Pentru caracterizarea cristalelor nematice în laboratoarele noastre s-au construit :

— testorul pentru cristale lichide TEF 4200 A care oferă pentru alimentarea dispozitivelor de afișaj tensiuni de alimentare reglabile (continue, alternativă, impulsuri de tensiune continuă, impulsuri de tensiune alternativă), semnale de ștergere (cîmp de tensiune continuă de mare amplitudine și impulsuri de tensiune alternativă de mare frecvență) precum și impulsuri de „start" și „stop" pentru măsurarea timpilor de răspuns ;

— tunelul optic TEF 4201 B care permite măsurători optice prin transmisie sau reflexie cu unghiuri reglabile atît pentru sursa de lumină cît și pentru traductorul optoelectric ;

— sursă de alimentare TEF 4202 C care oferă, pentru măsurători de durată de viață, impulsuri cu perioade de 2 secunde, factorul de umplere 1 și valoarea eficace a tensiunii alternative de 20 V.

Aceste aparate cuplate cu un time-metru numeric și cu un osciloscop cu memorie (figura 6) permit măsurarea următoarelor mărimi electrooptice :

— caracteristica curent-tensiune pentru excitații continue sau alternative ;

— contrastul pentru excitații continue, alternative de joasă frecvență, impulsuri de tensiune continuă, impulsuri de tensiune alternativă de joasă frecvență ;

— timpii de răspuns ai dispozitivelor pentru excitații continue sau pentru excitații alternative ;

— influența asupra timpului de răspuns „off" a aplicării pe dispozitiv a unui semnal de ștergere ;

—forma răspunsului în timp a dispozitivului la diverse excitaţii.

Pentru realizarea unor măsurători în funcţie de temperatură tunelul optic se introduce în incinta unei camere climatice cu ambianţă controlată.

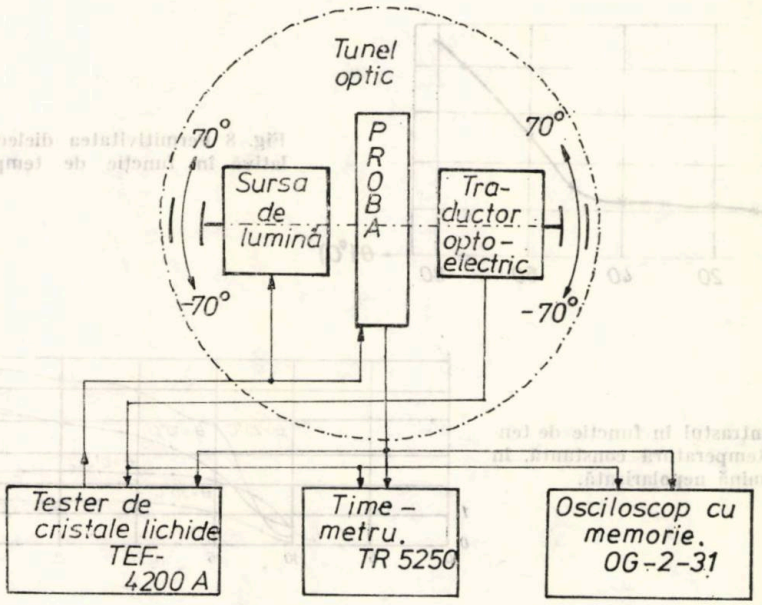


Fig. 6. Configuraţia utilizată pentru determinarea caracteristicilor celulelor cu cristale lichide nematice cu împrăştiere dinamică.

3. Rezultate experimentale

Pentru realizarea dispozitivelor de afişaj în laboratoarele noastre s-au utilizat cristale lichide nematice fabricate la Centrul de chimie organică Bucureşti al Ministerului Chimiei. Pentru amestecul nematic AN5 cu domeniul de nemacitate — 10 . . . + 85°C se prezintă următoarele rezultate :

— dependenţa rezistivitate-temperatură la tensiune constantă (fig.7) ;

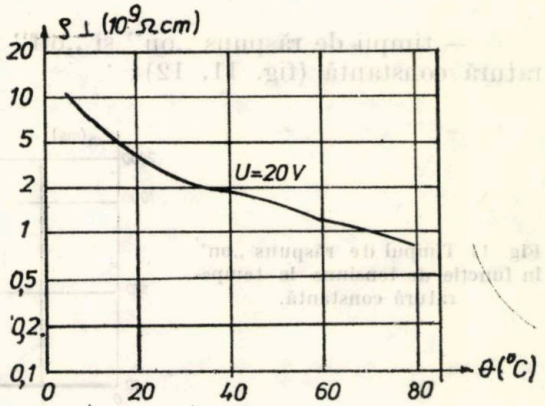


Fig. 7 Rezistivitatea în funcţie de temperatură la tensiune constantă.

— dependența permitivității dielectrice relative în funcție de temperatură [11] la semnal cu amplitudine mică și frecvență de 1 kHz (fig. 8);

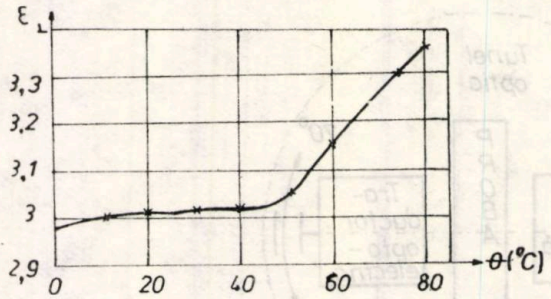


Fig. 8 Permitivitatea dielectrică relativă în funcție de temperatură.

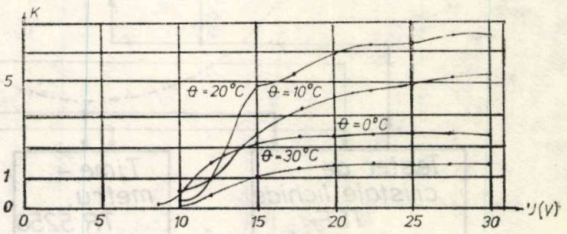


Fig. 9. Contrastul în funcție de tensiune, la temperatură constantă, în lumină nepolarizată.

— dependența contrast-tensiune la temperatură constantă în lumină nepolarizată (fig. 9) și în lumină polarizată (fig. 10);

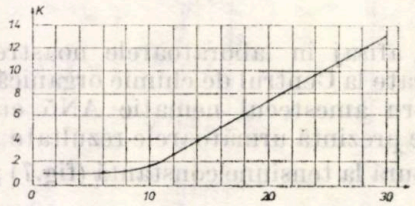


Fig. 10 Contrastul în funcție de tensiune la temperatură constantă, în lumină polarizată.

— timpii de răspuns „on" și „off" în funcție de tensiune la temperatură constantă (fig. 11, 12);

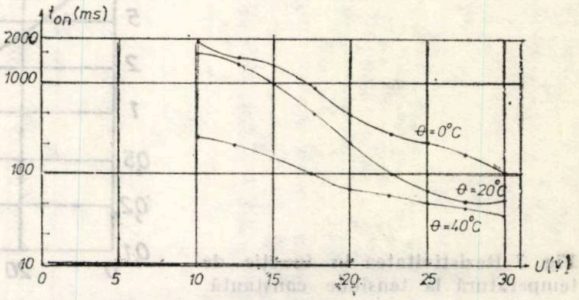
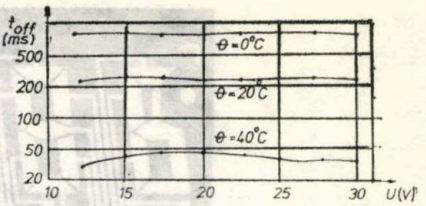


Fig. 11 Timpul de răspuns „on" în funcție de tensiune la temperatură constantă.

Fig. 12 Timpul de răspuns „off" în funcţie de tensiune la temperatură constantă.



— frecvenţa de tăiere în funcţie de tensiune (fig. 13).

Pentru amestecul nematic AN5 s-au efectuat testări asupra duratei de viaţă a dispozitivelor utilizînd un lot de 35 de dispozitive experimen-

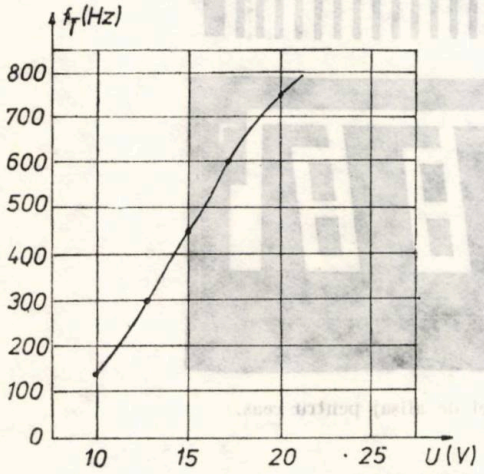


Fig. 13 Frecvenţa de tăiere în funcţie de tensiune.

tale supuse unei funcţionări continue la temperatura ambiantă timp de 6000 h. Din lotul astfel testat două celule s-au defectat în primele 50 h de funcţionare datorită unor defecţiuni în etanşare, iar trei s-au defectat în intervalul 2000—3000 h prezentînd în special la extremităţi distrugeri parţiale ale orientării homeotrope.

Măsurătorile efectuate asupra lotului la începutul şi sfîrşitul perioadei de testare au relevat următoarele :

— o foarte uşoară creştere a rezistivităţii probabil datorită purificării obţinute prin trecerea curentului prin dispozitiv ;

— un contrast după 6000 h de funcţionare sensibil egal cu cel de la momentul iniţial.

Folosind tehnologia descrisă în paragraful 2 s-au realizat dispozitive de afişaj cu cristal lichid nematic AN 5 destinate voltmetrelor numerice (4 digiţi), multimetrelor numerice (3 $^1/_2$ digiţi), frecvenţmetrelor numerice (4 digiţi) şi ceasurilor numerice. Performanţele garantate pentru aceste dispozitive au fost prezentate în figurile 7...13 iar în figura 14 sînt date măştile pentru ceasuri numerice.

Pentru obţinerea unui contrast maxim se recomandă iluminarea prin transmisie în lumină polarizată. Adresarea cu semnal alternativ 50 Hz şi valoarea eficace 18...20 V asigură o durată de viaţă de cel puţin 6000 h.

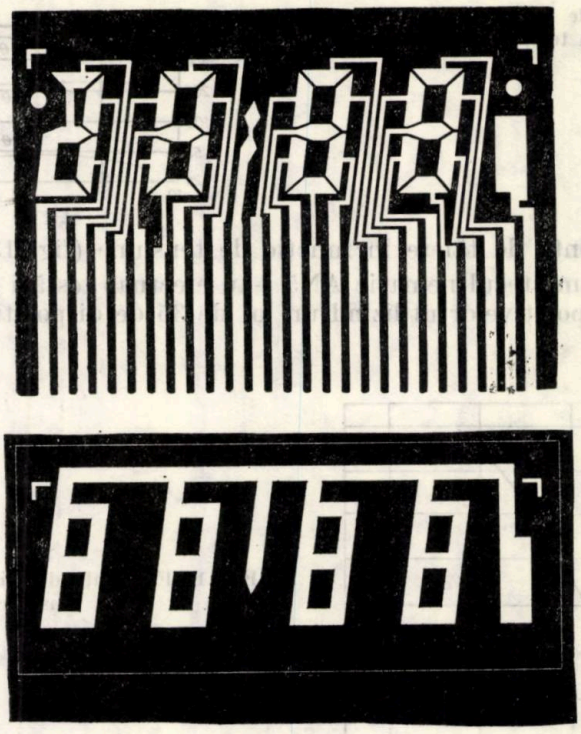


Fig. 14 Măștile celulei de afișaj pentru ceas.

BIBLIOGRAFIE

1. *L. A. Goodman*, Liquid-crystal, Voc. Sci. Techne. Vol. 10, no. 5, sept/oct. 1973.
2. *D. C. Mears*, Use of tin oxide coated glass for electrical analogues of electrochemical systemas, Journal of Scientific Instruments, 1968 Series 2 volume 1.
3. *Cees J. Gerritsma, Jean H. J. Lorteye*, Proceedings of the IEEE, vol. 61, no. 7, july 1973.
4. *L. A. Goodman*, Liquid crystal displays — packaging and surface treatments, RCA review, vol. 35, sept. 1974.
5. *Frederic J. Kahn, Gery N. Tayl, H*, Proceedings of the IEEE, vol. 61, no. 7, july 1973.
6. *Richard Wililams*, Presure effects in scaled liquid-crystal cells, RCA Review, vol. 35, sept. 1974.
7. *George H. Heilmeier, Louis A. Zanoni, Lucian A. Barton*, Proceedings of the IEEE, vol. 56, no. 7, july 1968.
8. *G. Assouline, E. Leiba*, Journal de physique, Colloque C4, supplément an no. 11—12, Tome 30, Nov-Dec. 1969.
9. *Merck*, Nematische Phasen Licristal, E. Merck, Darmstadt, 1976.
10. *Alan Dussman*, IEEE Trans, on ports, hybrids, and packaging, dec. 1972.

The Technology and Experimental Results of Display Devices with Dynamic Scattering in Nematic Liquid Cristals.

A technology for display devices with dynamic scattering in nematic liquid cristals is presented.

Specialised apparatus has been built for determination of electro-optic characteristics. Experimental results obtained by use of this apparatus are presented for nematic mixture AN5. —

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „ GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 2

CENTRALE ELECTRICE

C.Z.: 620.9
621.311

MODEL ECONOMICO MATEMATIC DE OPTIMIZARE A BALANȚEI COMBUSTIBILILOR ENERGETICI ÎN PERSPECTIVĂ

N. DĂNILĂ, BUI HUY PHUNG *

În lucrare se prezintă un model de optimizare a balanței de combustibil și energie bazat pe programarea liniară și aplicarea modelului matematic în condițiile unei țări în curs de dezvoltare.

Optimizarea balanței combustibililor energetici este o problemă actuală în toate țările lumii, atît în cele dezvoltate cît și în cele în curs de dezvoltare.

Pentru compararea economicității surselor de energie și respectiv a ponderii optime a acestora, se examinează productivitatea obiectivelor energetice în fiecare etapă de plan, astfel încît cheltuielile totale naționale să fie cît mai mici.

În acest scop, în modelul propus este necesar să se includă următoarele legături interne și externe ale sistemului:

— legătura dintre capacitatea extrasă, prelucrată în țară și necesitate;

— legăturile care determină înlocuirea reciprocă a diferitelor surse de energie (cărbune, țiței, gaze, energie hidraulică, energie nucleară etc) atît pentru consumatorii individuali cît și pentru grupele echivalente de consumatori;

— legăturile obiectivelor energetice care lucrează în sistem și regimul lor de funcționare;

— capacitatea de construcție și de punere în funcțiune a obiectivelor energetice în etapele perioadei considerate; legătura dintre obiectivele noi și cele vechi;

— legătura dintre import și export și capacitatea produsă în țară;

— capacitatea de transport a combustibilului între zonele țării (pe tren, conducte etc) etc.

Corespunzător ierarhiei optimizării, problema balanței energetice se rezolvă pe trei nivele: țară, zonă (sau ramură) și obiectiv. La fiecare nivel de optimizare, descrierea legăturilor are o detaliere diferită. Din punct de vedere global, optimizarea conduce la rezultatele cele mai bune

Manuscris predat redacției la data de 7 noiembrie 1979
* Prof. dr. ing., Catedra Centrale electrice; Dr. ing.

numai atunci cînd procesul de optimizare se realizează coordonat între cele trei nivele. Cu alte cuvinte procesul de optimizare se rezolvă de la un cadru larg (global) la cel îngust (local) și invers.

Problema de care ne ocupăm — optimizarea la nivelul țării — are un cadru larg și complex. Legăturile exprimate mai sus deci, se vor introduce în model cu restricțiile corespunzătoare.

Dacă se notează prin i sursa — sort de energie, j — obiectiv energetic, t — etapa de studiu; T_t — numărul de ani al etapei t, q — indice de ani, k — indice de etape; a — rata de actualizare; λ — coeficient de transformare de energie, δ — coeficientul de rezervă; Z_{ex}, Z_{tr}, Z_{tf} — cheltuielile de extracție, respectiv de transport și de transformare a energiei primare în energie utilă; E — energia produsă; X — variabilă care este energie produsă, măsurîndu-se în Gcal, T cal sau MWh.

$$g_{ij}^{t} = \begin{cases} 1, \text{ dacă obiectivul } j \text{ folosește sursa sort } i \text{ la etapa } t \\ 0, \text{ dacă obiectivul } j \text{ nu folosește sursa sort } i \text{ la etapa } t \end{cases}$$

$$g_{ij}^{ht} = \begin{cases} 1, \text{ dacă sursa sort } i \text{ se transportă pe linia } h \\ 0, \text{ dacă sursa sort } i \text{ nu se transportă pe linia } h \end{cases}$$

Funcția obiectiv

Criteriul optim propus este cel al cheltuielilor totale minime actualizate:

$$F = MIN \left[\sum_{t} \sum_{i} \sum_{J_E + J_N} C_{ij}^{t}\right] \tag{1}$$

în care, — la obiectivele existente (J_E) cheltuielile totale actualizate la momentul inițial al studiului pentru producerea unei cantități de energiet utilă X_{ijE}^{t} la obiectivul J_E, în ultimul an al etapei t, folosind o sursă-sor i se pot scrie:

$$C_{ijE}^{t} = (Z_{ex} + Z_{tr} + Z_{tf})\lambda_{ijE}^{t} X_{ijE}^{t} \left[\sum_{q=1}^{Tt} (1+a)^{-\left(q-1+\sum_{k=1}^{t-1} T_K\right)}\right] \tag{2}$$

— la obiectivele care vor fi construite, în acest caz se iau în considerare și investițiile obiectivelor și cheltuielile totale actualizate pentru producerea unei cantități X_{ijN}^{t} la obiectivul nou J_N în ultimul an al etapei t folosind sursa-sort i, se scrie:

$$C_{ij}^{t} = C_{ij}^{It} + C_{ij}^{et} \tag{3}$$

La rîndul lor:

$$C_{ijN}^{It} = I_{ijN}^{t} X_{ijN}^{t} \left[\frac{1}{T_t} \sum_{q+1}^{Tt} (1+a)^{-\left(q-1+\sum_{k=1}^{t-1} T_k\right)}\right] \tag{4}$$

și

$$C_{ijN} = (Z_{ex} + Z_{tr} + Z_{tf})\ \lambda^t_{ijN}\ X^t_{ijN}\left\{\frac{1}{T_t - \xi_{JN}}\sum_{q=\xi jN+1}^{T_t}(q - j_N)\ (1+a)^{\left[-\left(q+\sum_{k=1}^{t-1}T_k\right)\right]}\right\} \quad (5)$$

în care I — investiția specifică.

Restricții detaliate

1. Toate obiectivele (j) folosind sursa sort (i) și funcționînd separat trebuie să asigure o cerere de plan în ultimul an al etapei t sub forma:

$$\sum_i g^t_{ij} X^t_{ij} = E^t_j, \qquad j = 1, 2, \ldots, n_1 \quad (6)$$

2. Cînd obiectivele j funcționează într-un sistem (de exemplu electroenergetic) se ține seama de regimul de funcționare al obiectivelor, adică se ia în considerare capacitatea maximă probabilă a obiectivelor, deci restricțiile se scriu sub forma:

$$\sum_i g^t_{ij}\ X^t_{ij} \leqslant E^{t\,\max}_j, \qquad j = n_1 + 1, \ldots, n_2 \quad (7)$$

3. La obiectivul la care capacitatea produsă nu poate atinge productivitatea normală (sau de plan) folosind combustibili de calitate inadecvată p, în cazul în care obiectivul folosește combustibil mai bun (sau o parte de combustibil mai bun) atunci obiectivul poate atinge capacitatea normală sau maximă (se aplică la obiective vechi sau importate). În cazul acesta este necesar să se adauge o restricție suplimentară pentru combustibili de calitate inadecvată [5].

— Dacă obiectivul j lucrează separat, restricțiile se scriu sub forma:

$$\left.\begin{aligned} \sum_i g^t_{ij}\ X^t_{ij} &= E^t_j \\ \sum_{P\in i} X^t_{pj} &\leqslant E^{t\,\min}_j \end{aligned}\right\} j = n_2 + 1, \ldots, n_3 \quad (8)$$

— Dacă obiectivul j lucrează în sistem unitar,

$$\left.\begin{aligned} \sum_i g^t_{ij}\ X^t_{ij} &\leqslant E^{t\,\max}_j \\ \sum_{P\in i} X^t_{pj} &\leqslant E^{t\,\min}_j \end{aligned}\right\} j = n_3 + 1, \ldots, n_4 \quad (9)$$

în care E^t_j, $E^{t.\max}_j$, $E^{t.\min}_j$ capacitatea de plan a obiectivului j în ultimul an al etapei t, respectiv minimă și maximă ($E^{t.\min}_j < E^t_j < E^{t.\max}_j$).

4. Pentru CET la care este necesar să se asigure atît sarcina electrică cît și cea termică apare necesitatea unei restricții dublu limitate:

$$E_j^{t.a.min} \leqslant \sum_i g_{ij}^t X_{ij}^t \leqslant E_j^{t.a.max}, \quad j = n_4 + 1, \ldots, n_5 \tag{10}$$

în care $E_j^{t.a.max}$, $E_j^{t.a.max}$ — capacitatea minimă admisă, respectiv maximă admisă a CET j în ultimul an al etapei t.

5. Construirea centralelor nuclearo-electrice depinde de mai mulți factori externi și interni [1, 6]. Cu toate acestea în cadrul problemei menționate, este posibil să se realizeze o comparare prealabilă și examinarea schimbării balanței energetice generale, legat de participarea energiei nucleare. În acest scop se poate considera energia nucleară ca fiind similară unei surse de energie primară clasică cu prețul corespunzător.

În ipoteza că, în perioada studiului CNE, există j variante de construcție, aceste variante împreună cu alte centrale electrice trebuie să asigure necesarul de sarcină al sistemului electric, deci restricția se poate scrie:

$$\ldots + \sum X_j^t + \ldots = E^t \tag{11}$$

Cantitatea de energie nucleară importată nu depășește o limită admisă

$$\sum_i \delta_j^t \lambda_j^t X_j^t \leqslant Q^t \tag{12}$$

Dacă în primele etape trebuie să se realizeze CNE indiferent dacă sînt sau nu mai economice decît alte surse de energie atunci se mai adaugă o restricție de forma:

$$\sum_i X_j^t \geqslant E_n^{t.min} \tag{13}$$

în care $j = n + 1, \ldots, n_6$; E^t — necesarul de sarcină al sistemului electric la etapa t; $E_n^{t.min}$ — capacitatea minimă creată de CNE;

Q^t — limita importată a energiei nucleare la etapa t.

6. Pentru CHE, restricțiile necesare care se introduc în modelul matematic sînt cererea de energie a sistemului, energia produsă din CHE să nu depășească potențialul economic amenajabil, cererea acumulării minime de apă pentru utilizări complexe (agronomie, transport, etc...).

Acestea se scriu deci:

$$\ldots + \sum_j X_j^t + \ldots = E^t \tag{14}$$

$$\begin{matrix} \ldots & & \ldots \\ \lambda_j^t X_j^t & \leqslant & H_j^t \\ \ldots & & \ldots \end{matrix} \tag{15}$$

$$\sum_j \gamma_j^t X_j^t \geqslant W^t \tag{16}$$

în care s-a notat cu j varianta pentru CHE, $j = n_6 + 1, \ldots, n_7$; H_j^t —poten-

țial economic amenajabil; γ — consumul specific de apă; W — cererea minimă de apă.

7. Toate obiectivele j care funcționează într-un sistem unitar s (electroenergetic, termic) trebuie să asigure o cerere de plan în ultimul an al etapei t, E_s^t [5].

$$\sum_{j \in s} \sum_{i} g_{ij}^t \, X_{ij}^t = E_s^t \quad (s = 1, 2, \ldots, s) \tag{17}$$

8. Modelul mai face o comparație a folosirii energiei electrice drept sursă de energie primară. Problema aceasta este foarte complicată deoarece depinde de mai mulți factori dar din punctul de vedere al balanței energetice se poate face o comparare pentru procese tehnologice speciale (transport pe tren, cuptoare de topit, cuptoare de încălzit...). Condițiile de restricții se introduc în modelul matematic sub următoarele forme:

— Energia electrică împreună cu alte surse-sort (care pot fi folosite) asigură o cerere utilă de energie pentru fiecare obiectiv j, E_j^t:

$$\ldots + g_{ij}^t \, X_{ij}^t + \ldots + X_{ij}^t = E_j^t \tag{18}$$

— cantitatea de energie electrică care se folosește direct în toate obiectivele j nu depășesc o limită admisibilă, E_a^t,

$$\sum_{j} \lambda_{ej}^t \, X_{ej}^t \leqslant E_a^t \tag{19}$$

— este necesar să se asigure închiderea balanței electrice a sistemului electric s:

$$\sum_{s} \sum_{i} g_{ij}^t \, X_{ij}^t = E_s^t + \sum_{j} X_{ej}^t \tag{20}$$

în care $j = n_j + 1, \ldots, n_8$; λ_{ej}^t — coeficient de transfer de energie de la energia electrică la energia utilă folosită de obiectivul j.

9. Exportul de energie. În condițiile în care exportul de energie este considerat ca un consumator fictiv [5], modelul matematic va avea condițiile de restricții sub forma:

$$V_{\min}^{t.ex} \leqslant \sum_{i_{ex} \in i} P_{i_{ex}} X_{i_{ex}}^t \leqslant V_{\max}^{t.ex} \tag{21}$$

în care $P_{i\,ex}$ — prețul de vînzare al sursei de energie i_{ex} pe piața mondială, $V_{\min}^{t.ex}$, $V_{\max}^{t.ex}$ — cererea maximă și minimă pentru consumatorul de „export".

10. Importul de energie. Limitarea importului de energie se poate scrie:

$$\sum_{j} g_{i_{im}j}^t \, \delta_{i_{im}j}^t \, \lambda_{i_{im}j}^t \, X_{i_{im}j}^t \leqslant b_{i_{im}}^t \tag{22}$$

în care $i_{im} \in i$, i_{im} — sursa de energie importată, $b_{i_{im}}^t$ — cantitatea de energie importată la ultimul an al etapei t.

11. Pentru sursele de energie extrase în țară este necesar să se asigure și o condiție de restricție similară cu (22), adică o sursă-sort de energie i_{in},

care se folosește de toate obiectivele energetice, nu depășește capacitatea minei, de preluare, sau de depozitare :

$$\sum_{j} g^t_{i_{in_j}} \delta^t_{i_{in_j}} \lambda^t_{i_{in_j}} X^t_{i_{in_j}}) \leqslant b^t_{i_{in}} \tag{23}$$

Mărimea $b^t_{i_{in}}$ se folosește ca o restricție neschimbată (constantă) în modelul matematic, dar în principiu capacitatea de exploatare a sursei de energie i_{in} în fiecare perioadă se poate considera ca o necunoscută și este optimizată prin model matematic. În acest caz condițiile de restricții se pot scrie sub forma :

$$b^t_{i_{in}} \leqslant \frac{Q^t_{i_{in}}}{T_a} \tag{24}$$

în care : $Q^t_{i_{in}}$ — rezerva cunoscută a sursei de energie i_{in}

T_a — termen de asigurare pentru exploatarea sursei de energie i_{in}[3]

12. Condițiile limitative provenite din necesitatea de a lua în considerare siguranța în alimentarea de durată a consumatorilor.

— importul de energie nu depășește un raport admis R_{1t} din totalul surselor de energie internă.

$$\sum_{iim} \sum_{j} g^t_{ij} \delta^t_{ij} \lambda^t_{ij} X^t_{ij} \leqslant R_{it} \sum_{iin} \sum_{j} g^t_{ij} \delta^t_{ij} \lambda^t_{ij} X^t_{ij} \tag{25}$$

— între importul de energie și exportul de energie este necesar să existe un raport admis R_{2t}.

$$\sum_{iim} \sum_{j} g^t_{ij} \delta^t_{i} \lambda^t_{ij} X^t_{ij} \leqslant R_{2t} \sum_{iex} \delta^t_{i} X^t_{i} \tag{26}$$

13. Condițiile de transport, respectiv cantitatea de energie primară care se transportă de linii sau conducte originale de transport (h) nu depășește capacitățile lor de transport.

$$\sum_{i} \sum_{j} g^{th}_{ij} \delta^{th}_{ji} \lambda^{th}_{ij} \leqslant X^{th}_{ij} D^{th} \tag{27}$$

în care $h = 1, 2, \ldots, h$; D^{th} — capacitatea de transport a liniei (sau conductei) h la ultimul an al etapei t.

14. In final $X^t_{ij} \geqslant 0$ (28)

Modelul liniar dinamic format mai sus conține ecuații și inecuații liniare și o funcție obiectiv care este de asemenea expresie liniară. În acest fel problema optimizării balanței combustibililor energetici s-a adus la o problemă de programare liniară sub forma generală.

Prin rezolvarea modelului propus, se obține repartiția optimă a debitelor de energie de la locul de extracție pînă la consumatori, ponderea optimă a fiecărei surse de energie în balanța națională de energie, rezultatele de prognoză privind construcțiile obiectivelor energetice în fiecare etapă de plan. Cu alte cuvinte este posibil să se obțină direcțiile tactice și strategice în extracție, transport, import, export și folosirea energiei cu o cheltuială națională cît mai mică.

Tabelul 1. Repartizarea probabilă pentru consumatori

surse-sort (i) / consumatori (j)		Huilă 6—18 HG	Huilă 0—10 HG	Huilă mixte HG	Huilă > 18 HG	Huilă 6—18 MK	Huilă 0—10 MK	Huila mixte MK	Păcură	Motorină	Hidraulică	Nucleară	Energie electrică	Cererile producerii de energie utilă x 10^{12} cal.
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
1	CE existente		+	+			+	+			+			7000
2	CE noi		+	+			+		+		+	+		8000
3	CET existente		+	+			+							2000
4	CET noi		+	+			+		+					2000
5	Cazanele industriale existente	+	+			+	+							10.000
6	Cazanele industriale noi		+	+			+	+	+					8000
7	Cuptoare de topit existente	+	+				+							3000
8	Cuptoare de topit noi		+	+		+	+		+	+			+	2700
9	Cuptoare de încălzit existente	+	+	+		+	+	+						5900
10	Cuptoare de încălzit noi		+	+		+	+	+						4000
11	Transport		+		+		+			+			+	3800
12	Export	+	+		+	+	+		+	+				(1,0 — 1,2)10^9 lei

Tabelul 2 — Repartizarea optimă a surselor de energie pentru consumatori $\left(\frac{\text{energie utilă}}{\text{energie primară}}\right) \times 10^{12}$ cal,

în varianta 2 $\begin{cases} B_t^2 = 153.500 \cdot 10^{12} \text{ cal} \\ F_2 = 48{,}8114 \cdot 10^9 \text{ lei} \end{cases}$

Surse-sort (i) / Consumatori (j)	Huilă 6—18 HG	Huilă 0—10 HG	Huilă mixte HG	Huilă > 18 HG	Huilă 6—18 MK	Huilă 0—10 MK	Huilă mixte MK	Păcură	Motorină	Hidraulică	Nucleară	Energie electrică
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1 CE existente		1182,5 / 4730	3058,8 / 13000							2758,6 / 4000		
2 CE noi								5321,4 / 15240		2678,5 / 3560		
3 CET existente		2000 / 4760										
4 CET noi								1500 / 3120				
5 Cazane industriale existente	1382,4 / 1980	8617,5 / 13015										
6 Cazane industriale noi								8000 / 9830				
7 Cuptoare de topit existente		3000 / 9090										
8 Cuptoare de topit noi								2700 / 6270				
9 Cuptoare de încălzit existente	3255,7 / 13020				2644 / 11000							
10 Cuptoare de încălzit noi		4000 / 13350										
11 Transport		6,75 / 75		48,26 / 482,6		141,1 / 1764			2403,8 / 10.000			
12 Export				11181,9 / 11500				5394,8 / 5560				1200 / 1500

Prin aplicarea metodei propuse în condițiile concrete ale R.S. Vietnam cu ipotezele adoptate și datele inițiale de bază prezentate în [5] s-a elaborat modelul detaliat pentru etapa 1980—85, care conține 12 grupe echivalente de surse și 12 grupe echivalente de consumatori. Repartizarea probabilă pentru consumatori este prezentată în tabelul 1.

15. Variantele optime sînt alese prin rezolvarea modelului propus Unele variante sînt prezentate în fig. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, a, 7b, 8, 9 și tabelul 2.

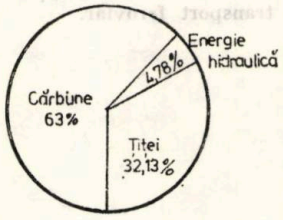


Fig. 1. Structura optimă a surselor de energie în varianta 1 : $B_t^1 = 155\ 324 \cdot 10^{12}$ cal ; $F_1 = 52{,}1172 \cdot 10^9$ lei.

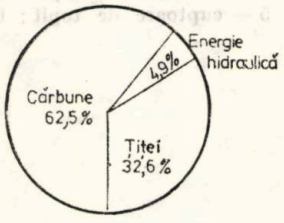


Fig. 2. Structura optimă a surselor de energie în varianta 2 : $B_t^2 = 153\ 560 \cdot 10^{12}$ cal ; $F_2 = 48{,}8114 \cdot 10^9$ lei.

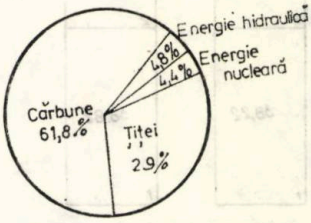


Fig. 3. Structura optimă a surselor de energie în varianta 3 : $B_t^3 = 156\ 290 \cdot 10^{12}$ cal $F_3 = 55{,}0239 \cdot 10^9$ lei.

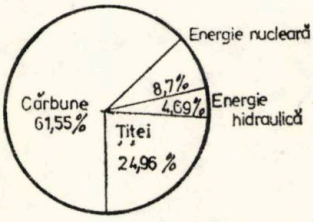


Fig. 4. Structura optimă a surselor de energie în varianta 5 : $B_t^5 = 157\ 600 \cdot 10^9$ cal ; $F_5 = 57,\ 9529 \cdot 10^9$ lei.

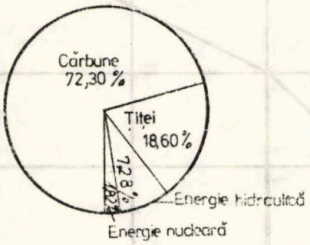


Fig. 5. Structura optimă a surselor de energie în varianta 14 : $B_t^{14} = 151\ 240 \cdot 10^{12}$ cal ; $F_{14} = 57{,}7150 \cdot 10^9$ lei.

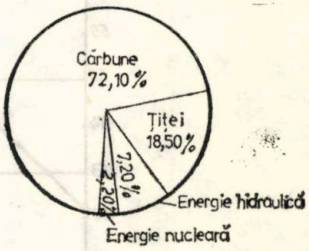


Fig. 6. Structura optimă a surselor de energie în varianta 15 : $B_t^{15} = 150\ 780 \cdot 10^{12}$ cal ; $F_{15} = 54{,}3151 \cdot 10^9$ lei.

Soluțiile problemei duale (vectorul prețului marginal) sînt prezentate în tabelul 3. Valorile lor absolute reflectă economia de cheltuieli actualizate obținute prin creșterea cu o unitate a surselor de energie corespunzătoare. Aceasta înseamnă că dacă prețul marginal este egal cu o, sursa corespunzătoare de energie este neeconomică, și invers.

Din analiza rezultatelor obținute se pot trage următoarele concluzii :

1. Varianta optimă 2 este cea mai rațională. Repartizarea surselor de energie pe consumatori s-a prezentat în tabelul 2 ; structura optimă a surselor de energie în fig. 3, balanța optimă a cărbunelui în fig. 8b ; cheltuielile totale de actualizare $Z_2 = 48{,}8114 \cdot 10^9$ lei. Varianta aceasta ne dă o economie de cheltuieli de circa 1,9—2 miliarde de lei ;

2. În etapa următoare (1980—85) cărbunele ocupă cea mai importantă parte în balanță, avînd o pondere de circa 62,5%, după el urmează țițeiul cu 32,6% și energia hidraulică 4,9%.

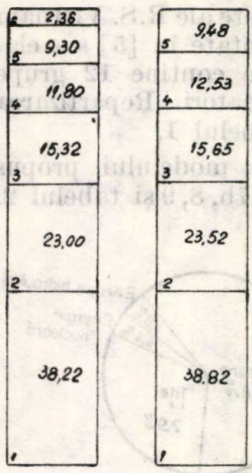


Fig. 7. Balanța optimă a cărbunelui pentru grupe de consumatori, în % ;a — varianta 1 ; b — varianta 2 ; 1 — cuptoare de încălzit ; 2 — centrale electrice ; 3 — cazane industriale ; 4 — export ; 5 — cuptoare de topit ; 6 — transport feroviar.

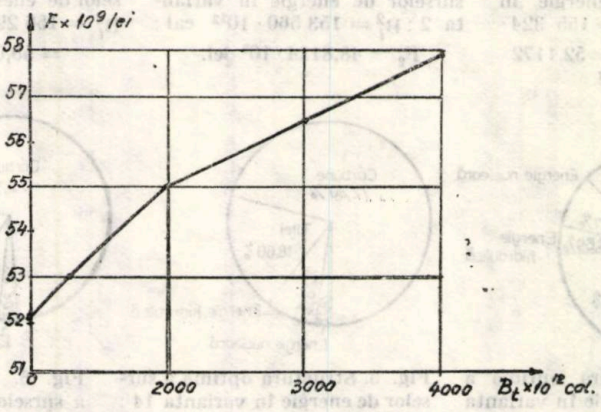


Fig. 8. Variația cheltuielilor totale actualizate și a cantității de energie nucleară în variantele 1, 3, 4, 5.

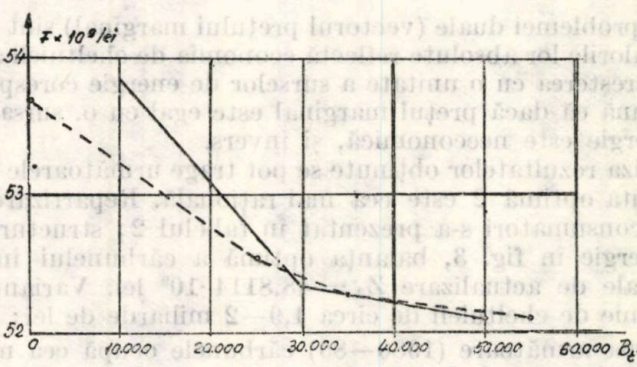


Fig. 9. Variația cheltuielilor totale actualizate, a cantității de țiței (curba 1) și a cantității de huilă 0—10 HG (curba 2), în variantele 6, 7, 8, 9 și respectiv 10, 11, 12, 13.

3. Pentru R.S. Vietman, în etapa 1980—85, energia nucleară este neeconomică;

4. În transportul feroviar este necesar să se introducă folosirea energiei electrice și a motorinei în locul cărbunelui;

5. Prin analiza randamentului global al grupelor de consumatori, grupa cuptoarelor de încălzit are randamentul cel mai scăzut. Este necesar

Tabelul 3 — Prețurile marginale (soluțiile problemei duale) ale surselor de energie în variantele obținute ($x10^4$ Lei/10^{12} cal)

Variante / Surse de energie	Varianta 1	Varianta 2	Varianta 3	Varianta 5	Varianta 6	Varianta 9	Varianta 11	Varianta 13	Varianta 14	Varianta 15
Huilă 6—18 H.G.	3,86	2,797	3,07	3,72	4,81	3,07	5,87	2,79	47,18	40,45
Huilă 0—10 H.G.	0,99	— 0	0,255	0,86	1,88	0,255	2,87	0	41,48	35,19
Huilă > 18 H.G.	1,40	2,02	0,33	0,396	3,15	0,328	0,62	0,33	50,57	43,59
Huilă 6—18 M.K.	3,35	2,33	2,59	3,22	4,27	2,59	5,29	2,33	45,44	38,59
Huilă 0—10 M.K.	0	0	0	0	0	0	0	0	37,98	31,79
Huilă mixte M.K.	0	0	0	0	0	0	0	0	30,62	25,01
Păcură	1,089	1,717	0	0	7,32	0	0,296	0	51,08	43,90
Motorină	30,17	24,70	27,59	27,75	28,03	27,59	28,29	27,52	69,99	58,57
Hidraulică existentă	21,22	18,48	19,18	20,87	23,68	19,18	26,12	18,48	126,90	110,07
Hidraulică nouă	0	0	0	0	0	0	0	0	45,63	26,61
Nucleară	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

de aceea să se realizeze cît mai repede concentrarea alimentării cu energie și îmbunătățirea randamentului instalațiilor în sector;

6. Exportul surselor de energie de calitate superioară este încă rațional în etapa considerată;

7. Prin analiza surselor de energie s-a pus în evidență direcția conducătoare pentru extracția și prelucrarea energiei primare.

Metoda elaborată prin posibilitățile de studii oferite și rezultatele care se pot obține reprezintă un instrument de lucru necesar și foarte util în problema dezvoltării bazei energetice în general și mai ales pentru R.S. Vietnam — o țară în curs de dezvoltare.

BIBLIOGRAFIE

1. *Dănilă N., Bui Huy Phung* — Economic mathematical model for optimizing the prospective combustible energy balance for complex systems which have many kinds of energy sources, Raport S2/7, International Conference on Industrial Energetics, Septembrie 1978.
2. *Makarov A.A., Melenti v A.A.*, Metodi issledovania i optimizații energeticescogo hoziaistva, Novosibirsk, 1973.
3. *V. I. Nitu*, Bazele teoretice ale energeticii, Editura Academiei R. S. România, 1977.
4. *Leon S. Lasdon*, Optimization theory for large systems, New York, 1970.
5. *Bui huy Phung* — Contribuții la optimizarea balanței combustibililor energetici, Teza de doctorat, 1979, București.

Modèle économique et mathématique d'optimisation de la balance du combustible et d'énergie en perspective

On présente un modèle d'optimisation de la balance de combustible et d'énergie, fondé sur la méthode de la programmation linéaire et l'application du modèle mathématique pour le cas d'un pays en voie de développement.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 2

AUTOMATICĂ

C.Z.: 621.313.322—82
681.5.015.23

UNELE PROBLEME PRIVIND OPTIMIZAREA AMPLIFICATOARELOR HIDRAULICE CU DOUĂ ETAJE DE AMPLIFICARE

ILIE CATANĂ*

În lucrare se prezintă o analiză a comportării amplificatoarelor hidraulice cu două etaje în regim tranzitoriu şi staţionar. Pe baza modelelor matematice stabilite se elaborează un algoritm de proiectare optimă care permite construcţia unor amplificatoare cu consum minim de energie şi cu viteză maximă de răspuns.

Introducere

Progresele remarcabile obţinute în domeniul construcţiei echipamentelor de automatizare hidraulice şi electrohidraulice şi creşterea rapidă a gradului lor de utilizare în cele mai diferite domenii de aplicaţie sînt indisolubil legate de perfecţionarea constructivă şi funcţională a elementelor de comandă a puterii hidraulice, denumite în mod uzual amplificatoare.

Proiectarea amplificatoarelor hidraulice ca elemente de circuit urmăreşte satisfacerea unor criterii funcţionale printre care menţionăm: consum minim de energie, semnal de comandă de putere mică, amplificare în presiune mare, viteză mare de răspuns, fiabilitate ridicată, caracteristici constructive compatibile cu o tehnologie de realizare şi o instrumentaţie de măsură şi control accesibile.

Pentru realizarea acestor deziderate în proiectarea şi construcţia amplificatoarelor hidraulice este necesară modelarea matematică a acestora şi evidenţierea corelaţiilor care există între parametrii constructivi şi funcţionali şi comportarea lor în regim tranzitoriu şi staţionar.

1. Modelarea matematică a amplificatoarelor electrohidraulice cu resoarte de centrare

În cele ce urmează se prezintă cîteva aspecte legate de optimizarea amplificatoarelor hidraulice cu două etaje de amplificare din punctul de vedere al performanţelor dinamice şi al consumului de energie. Pentru

Manuscris predat redacţiei la data de 29 ianuarie 1980
* Şef lucrări dr. ing. Catedra Automatică I

exemplificare am ales amplificatorul electrohidraulic cu resoarte de centrare [1].

Schema de principiu a acestor amplificatoare este prezentată în figura 1.

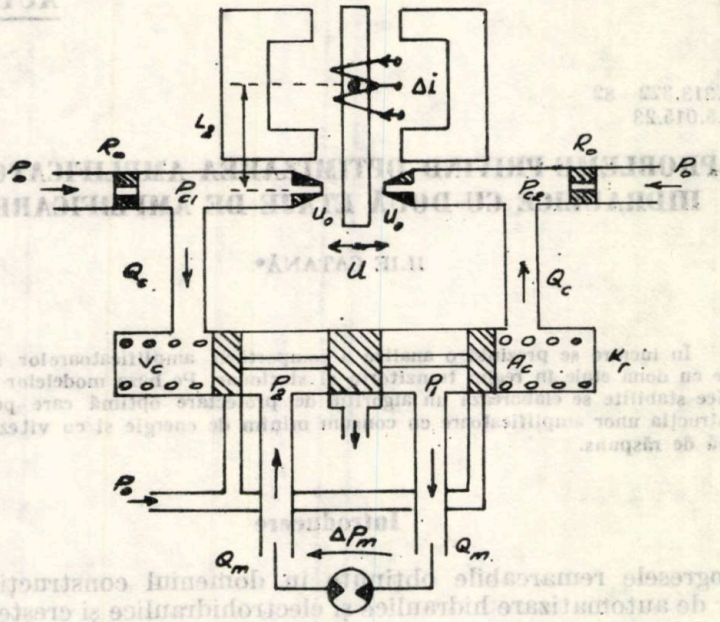


Fig. 1

Amplificatorul este alcătuit dintr-un convertor electro-mecanic, un preamplificator hidraulic cu ajutaj-paletă diferențial și un amplificator final, de putere, de tip sertar.

Ca element de circuit amplificatorul electrohidraulic primește la intrare un semnal de comandă de natură electrică (curentul Δi) care este transformat de convertorul electromecanic într-o deplasare U a paletei între cele două ajutaje ale preamplificatorului, iar ca mărime de ieșire deplasarea X a sertarului de putere, respectiv debitul Q_m aplicat motorului hidraulic, figura 2.

Pentru determinarea modelului matematic care descrie funcționarea amplificatorului hidraulic cu două etaje de amplificare vom aplica ecuațiile de debit și de echilibru dinamic al forțelor pentru elementele amplificatorului reprezentate în schema constructivă din figura 3.

Considerînd paleta preamplificatorului deplasată cu distanța u față de poziția mediană, se obține ecuația debitului de comandă a etajului de putere sub forma :

$$Q_c = C_{d0}A_0\sqrt{\frac{2}{\rho}(p_0 - p_R)} - C_{da}\pi D_a(u_0 - u)\sqrt{\frac{2}{\rho}p_{c1}} \qquad (1)$$

$$Q_c = C_{da}\pi D_a(u_0 + u)\sqrt{\frac{2}{\rho}p_{c2}} - C_{d0}A_0\sqrt{\frac{2}{\rho}(p_0 - p_{c2})} \qquad (2)$$

Pentru aprecierea domeniului de liniaritate şi a sensibilităţii în presiune a preamplificatorului trebuie determinată ecuaţia caracteristicii statice cu sarcina blocată exprimată de relaţia :

$$\Delta p_c = f(u)_{Q_c=0}\,; \quad \Delta p_c = p_{c1} - p_{c2} \tag{3}$$

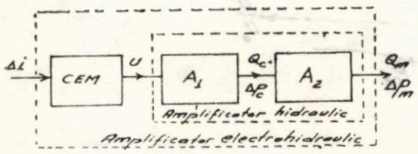


Fig. 2

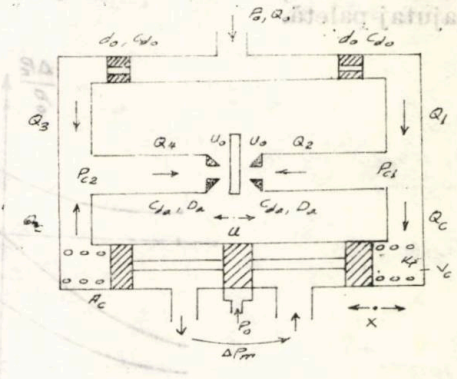


Fig. 3

Din relaţiile (1) şi (2) se obţine :

$$\frac{p_{c1}}{p_0} = \frac{1}{1+\alpha^2\left(1-\dfrac{u}{u_0}\right)^2}\,; \quad \frac{p_{c2}}{p_0} = \frac{1}{1+\alpha^2\left(1+\dfrac{u}{u_0}\right)^2} \tag{4}$$

unde :

$$\alpha = \frac{C_{da}\pi D_a u_0}{C_{d0}A_0} \tag{5}$$

Folosind relaţiile (4) se obţine pentru caracteristica statică (3) relaţia [1] :

$$\frac{\Delta p_c}{p_0} = \frac{4\alpha^2\dfrac{u}{u_0}}{\left[1+\alpha^2\left(1-\dfrac{u}{u_0}\right)^2\right]\left[1+\alpha^2\left(1+\dfrac{u}{u_0}\right)^2\right]} \tag{6}$$

Ecuaţiile (4) şi (6) sînt rprezentate grafic în figura 4.

Parametrul α este determinat de construcţia preamplificatorului şi se alege din considerente de liniaritate, amplificare în presiune şi viteză de răspuns maximă.

Pentru a asigura o amplificare în presiune maximă se impune condiţia [3] :

$$\left(\frac{\partial^2 \Delta p_c}{\partial u^2}\right) = 0 \tag{7}$$

Rezultă :

$$\alpha = \frac{C_{da}\pi D_a u_0}{C_{d0}A_0} = 1 \tag{8}$$

Această relaţie stă la baza proiectării amplificatoarelor hidraulice cu ajutaj-paletă.

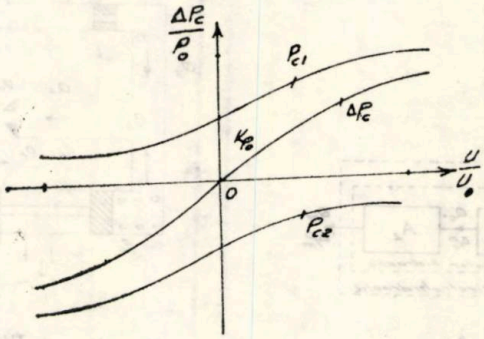


Fig. 4

Ţinînd cont de relaţia (8) valoarea factorului de amplificare în presiune devine :

$$K_{p0}^I = \left(\frac{\partial \Delta p_c}{\partial u}\right)_0 = \frac{p_0}{u_0} \tag{9}$$

Determinarea vitezei iniţiale de deplasare a sertarului de putere impune calculul debitului de comandă furnizat de către preamplificator, adică determinarea în cele din urmă a caracteristicii de debit exprimată de relaţia :

$$Q_c = f(u)_{\Delta p_c = 0} \tag{10}$$

În absenţa sarcinii ($\Delta p_c = 0$) se obţine :

$$Q_c = \frac{1}{2}(Q_4 - Q_2) = K_{Q_0}^I u \tag{11}$$

unde :

$$K_{Q_0}^I = \frac{Q_{a0}}{u_0} \tag{12}$$

reprezintă factorul de amplificare în debit, iar

$$Q_{a0} = C_{da}\pi D_a u_0 \sqrt{\frac{p_0}{\rho}} \tag{13}$$

reprezintă debitul prin ajutaj în poziţia de zero (mediană) a paletei.

Din relaţia (11) rezultă că debitul de comandă are valoarea maximă :

$$Q_{c\,max} = Q_{a0} \tag{14}$$

şi prin urmare pentru a mări viteza de răspuns a amplificatorului trebuie să se mărească debitul de pierderi.

Debitul total de fluid absorbit de către amplificator de la sursă la alimentare va fi :

$$Q_0 = (Q_2 + Q_4)_{Q_c = 0} \tag{15}$$

Folosind relaţiile (4) se obţine :

$$Q_0 = \sqrt{2}\, Q_{a0} \left[\frac{1 - \frac{u}{u_0}}{\sqrt{1 + \left(1 - \frac{u}{u_0}\right)^2}} + \frac{1 + \frac{u}{u_0}}{\sqrt{1 + \left(1 + \frac{u}{u_0}\right)^2}} \right] \tag{16}$$

Debitul total maxim absorbit de către amplificator rezultă din ecuaţia (16) reprezentată în figura 5 şi are valoarea :

$$Q_{0\,max} = 2\, Q_{a0}\,; \quad u = 0 \tag{17}$$

Caracteristica statică generală a amplificatorului hidraulic cu ajutaj-paletă diferenţial se exprimă cu relaţia :

$$Q_c = f(u, \Delta p_c) \tag{18}$$

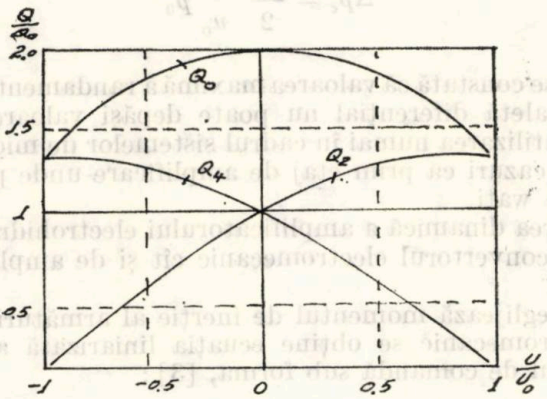


Fig. 5

Liniarizată în jurul punctului de zero relaţia (18) furnizează cu o aproximaţie suficient de bună pentru scopurile practice ecuaţia liniarizată a preamplificatorului sub forma :

$$Q_c = K^I_{Q_0} u - K^I_{C_0} \Delta p_c \tag{19}$$

unde :

$$K_{C0}^{I} = \frac{K_{Q0}^{I}}{K_{p0}^{I}} \tag{20}$$

reprezintă coeficientul debit-presiune.

Caracteristicile energetice ale amplificatorului sînt exprimate de relaţia :

$$\eta_A = \frac{Q_c \Delta p_c}{Q_0 (p_0 - p_R)} \tag{21}$$

unde p_R reprezintă presiunea rezervorului.

Considerînd debitul absorbit de amplificator constant, presiunea rezervorului egală cu zero şi folosind ecuaţia liniarizată (19) obţinem pentru randamentul amplificatorului expresia :

$$\eta_A = \frac{1}{2}\left[\frac{u}{u_0}\,\frac{\Delta p_c}{p_0} - \left(\frac{\Delta p_c}{p_0}\right)^2\right] \tag{22}$$

Rezultă valoarea maximă a randamentului :

$$\eta_{max} = \frac{1}{8}\left(\frac{u}{u_0}\right)^2 \tag{23}$$

pentru o presiune de comandă dată de relaţia :

$$\Delta p_c = \frac{1}{2}\,\frac{u}{u_0}\,p_0 \tag{24}$$

Din relaţia (23) se constată că valoarea maximă a randamentului unui amplificator ajutaj-paletă diferenţial nu poate depăşi valoarea 12,5 %, fapt care îi conferă utilizarea numai în cadrul sistemelor de mică putere, sau în cele mai multe cazuri ca prim etaj de amplificare unde puterea utilă nu depăşeşte cîţiva waţi.

Comportarea dinamică a amplificatorului electrohidraulic este determinată atît de convertorul electromecanic cît şi de amplificatorul hidraulic propriu-zis.

Dacă se neglijează momentul de inerţie al armăturii mobile a convertorului electromecanic se obţine ecuaţia liniarizată a cuplului activ creat de curentul de comandă sub forma, [3] :

$$M_a = K_1 \Delta i + K_2\,\theta \tag{24}$$

Cuplul rezistent la paletă este determinat de resortul de încastrare al paletei şi de forţa rezultantă a celor două jeturi prin ajutaje :

$$M_r = K_a \theta + L_2\,\Delta F \tag{26}$$

unde :

$$\Delta F = A_a \Delta p_c - (8\pi C_{da}^2 p_0 u_0) u \tag{27}$$

Ecuaţia de continuitate aplicată la preamplificator conduce la relaţia :

$$K_{Q0}^I u - K_{C0}^I \Delta p_c = A_c \frac{dx}{dt} + \frac{V_c}{2E} \frac{d\Delta p_c}{dt} \tag{28}$$

Presiunea de comandă a preamplificatorului aplicată pe suprafaţa de comandă a sertarului creează o forţă care deplasează sertarul conform ecuaţiei :

$$A_c \Delta p_c = M \frac{d^2x}{dt^2} + f \frac{dx}{dt} + K x \tag{29}$$

Notăm cu :

$$K_e = K_a - K_2 - L_2^2 8\pi C_{da}^2 p_0 u_0 \tag{30}$$

constanta de elasticitate echivalentă la paletă şi folosind relaţiile (25) — (30) rezultă schema funcţională a amplificatorului din figura 6.

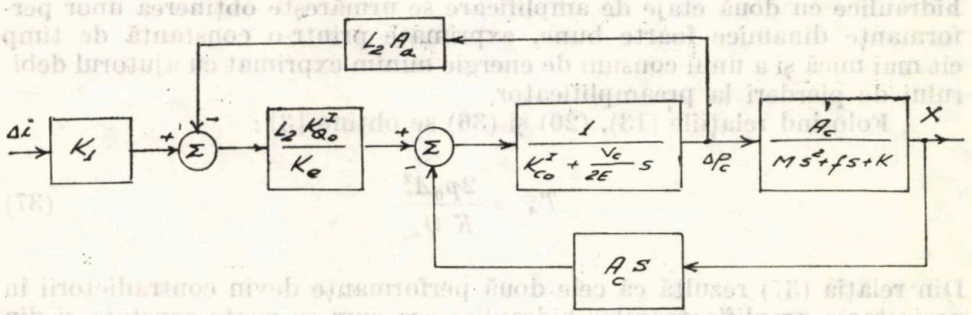


Fig. 6

Pe baza schemei funcţionale rezultă funcţia de transfer sub forma :

$$H_A(s) = \frac{x(s)}{\Delta i(s)} = \frac{p(s)}{Q(s)} \tag{31}$$

unde :

$$p(s) = \frac{K_{Q0}^I K_1 L_2}{A_c K_e} \tag{32}$$

$$Q(s) = \frac{V_c M}{2EA_c^2} s^3 + \left(\frac{K_{C0}^I M}{A_c^2} + \frac{f V_c}{2EA_c^2}\right) s^2 + \left(1 + \frac{f K_{C0}^I}{A_c^2} + \frac{K V_c}{2EA_c^2}\right) s + \frac{K_{C0}^I K}{A_c^2} \tag{33}$$

Avînd în vedere că sertarul are o masă neglijabil de mică, fluidul de lucru este practic incompresibil în camerele amplificatorului de volum mic, rezultă pentru funcţia de transfer o expresie mai simplă :

$$H_A(s) = \frac{K_A}{T_A s + 1} \tag{34}$$

unde :

$$K_A = \frac{K^I_{p0} K_1 L_2 A_c}{K K_c} \tag{35}$$

reprezintă factorul de amplificare, iar :

$$T_A = \frac{A_c^2 + \frac{V_c K}{2E}}{K^I_{C0} K} \approx \frac{A_c^2}{K^I_{C0} K} \tag{36}$$

reprezintă constanta de timp.

Aşa cum am menţionat în proiectarea amplificatoarelor electrohidraulice cu două etaje de amplificare se urmăreşte obţinerea unor performanţe dinamice foarte bune, exprimate printr-o constantă de timp cît mai mică şi a unui consum de energie minim exprimat cu ajutorul debitului de pierderi la preamplificator.

Folosind relaţiile (13), (20) şi (36) se obţine [3] :

$$T_A = \frac{2 p_0 A_c^2}{K Q_{a0}} \tag{37}$$

Din relaţia (37) rezultă că cele două performanţe devin contradictorii în proiectarea amplificatoarelor hidraulice aşa cum se poate constata şi din figura 7.

Optimizarea amplificatoarelor hidraulice cu două etaje de amplificare constă din alegerea acelor parametri constructivi şi funcţionali pentru care sînt satisfăcute simultan ambele categorii de performanţe menţionate anterior.

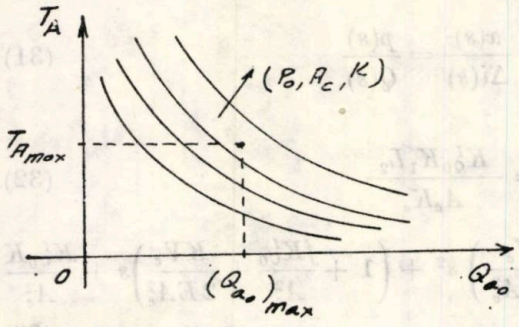


Fig. 7

2. Algoritm de proiectare şi optimizare a amplificatoarelor hidraulice

Pe baza modelelor matematice care descriu comportarea amplificatoarelor în regim tranzitoriu şi staţionar se poate

elabora un algoritm de proiectare și optimizare a acestor subsisteme hidraulice care să răspundă cerințelor menționate. Algoritmul prezentat permite alegerea parametrilor constructivi cei mai semnificativi pentru amplificatoarele hidraulice cu două etaje și a parametrilor funcționali astfel încît să conducă la un consum de energie minim și la o constantă de timp mai mică decît o valoare predeterminată.

Pentru aceasta s-a ales o ordine prioritară de variație a parametrilor constructivi u_0, Δu și D_a și un increment de variație care asigură o convergență maximă algoritmului de proiectare. Se încearcă satisfacerea condiției legate de constanta de timp T_A și apoi pe cea referitoare la debitul consumat Q_0. În cazul în care se ajunge cu parametrii testați la valorile limită se emit mesajele corespunzătoare de avertizare după care se face revenirea în programul principal. Structura completă a algoritmului este prezentată în figura 8.

Algoritmul propus a fost verificat practic pe un calculator cu un set de date furnizate de literatură [1, 2]. Pentru optimizare s-au impus condițiile :

$$T_A \leqslant 20.10^{-3} \text{ sec.}; \qquad Q_0 \leqslant 12{,}5 \text{ cm}^3/\text{sec.} \tag{38}$$

Rezultatele proiectării sînt prezentate în tabelul 1.

Tabelul 1

PARAMETRII PREAMPLIFICATORULUI AJUTAJ–PALETA DIFERENȚIAL

POZIȚIA DE ECHILIBRU A PALETEI	HO	=.50000E−02	CM
DIAMETRUL AJUTAJULUI	DA	=.34000E−01	CM
FACTORUL DE AMPLIFICARE ÎN PRESIUNE .	KP01	=.42000E+06	N/CM**3
FACTORUL DE AMPLIFICARE ÎN DEBIT . . .	KQ01	=.10274E+04	CM**2/SEC
COEFICIENTUL DEBIT–PRESIUNE	KC01	=.24462E−02	CM**5/N/SEC
DEBITUL DE PIERDERI	QP	=.10274E+02	CM**3/SEC

PARAMETRII AMPLIFICATORULUI DE PUTERE CU SERATAR

SUPRAFAȚA DE COMANDĂ	AC	=.20096E+01	CM**2
PRESIUNEA DE COMANDĂ	DPC	=.21000E+02	KGF/CM**2
CONSTANTA DE ELASTICITATE	KD	=.84403E+05	N/CM
FACTORUL DE AMPLIFICARE	KA	=.12500E−02	CM/MA
CONSTANTA DE TIMP	TA	=.19560E−01	SEC
FACTORUL DE AMPLIFICARE ÎN DEBIT . . .	KQ02	=.70000E+04	CM**2/SEC
LĂȚIMEA ORIFICIULUI DE COMANDĂ	B	=.71603E+00	CM

Concluzii

Proiectarea asistată de calculator și optimizarea elementelor și sistemelor hidraulice reprezintă o metodă modernă care se impune tot mai mult în contextul actual cînd se cer performanțe superioare în funcționarea acestor echipamente în cadrul unor aplicații de mare tehnicitate.

Tehnica numerică permite utilizarea în proiectare a unui număr mare de parametri specifici acestor elemente de circuit făcînd posibilă abordarea celor mai dificile probleme de proiectare cu un efort relativ redus.

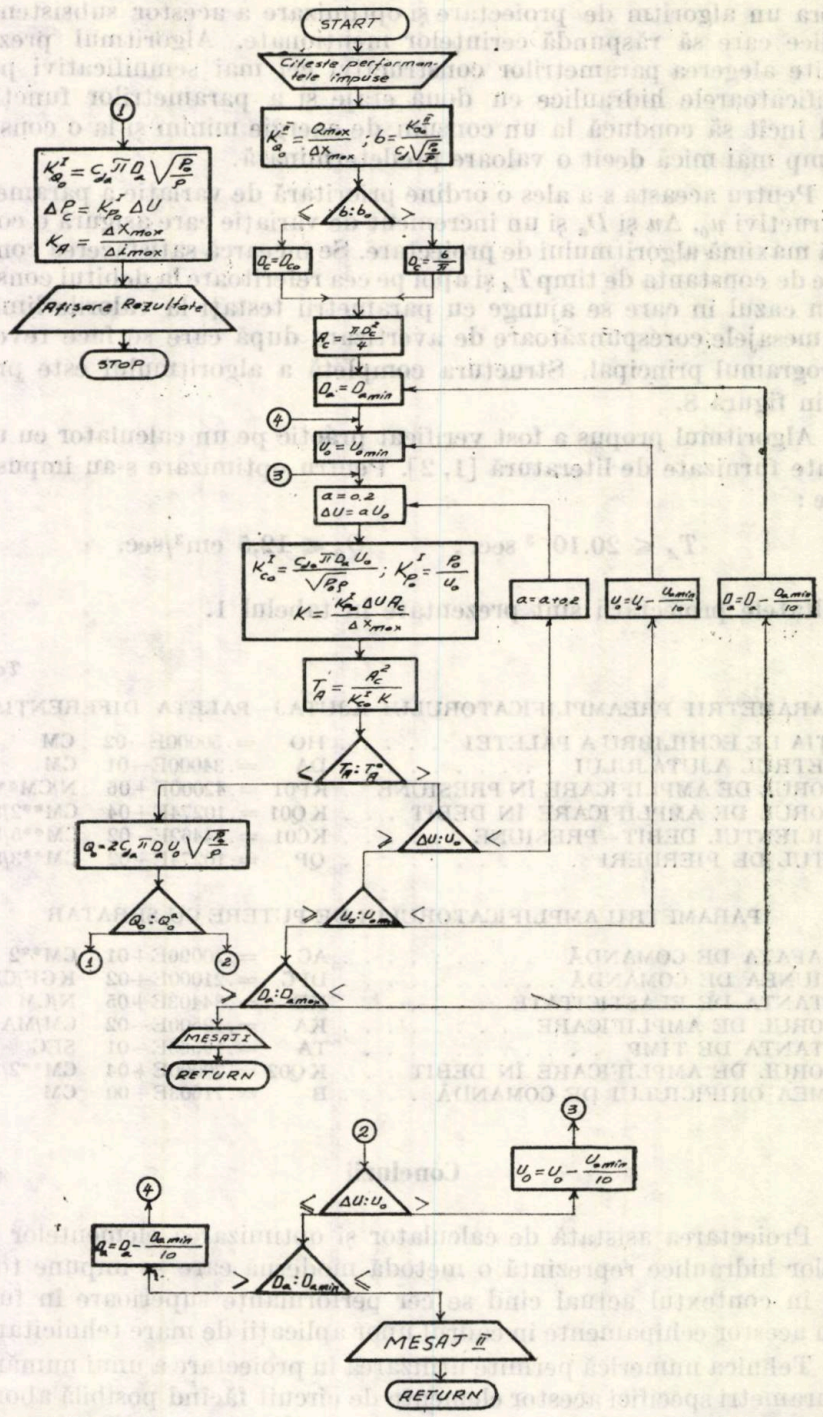

START
Citeste performantele impuse
Afisare Rezultate
STOP
MESAJ I
RETURN
MESAJ II
RETURN

Fig. 8

Notații

p_0 — presiunea de alimentare
K_{Q0} — factor de amplificare în debit
K_{p0} — factor de amplificare în presiune
K_{C0} — coeficient debit presiune
A_c — aria de comandă
C_{da}, C_{d0} — coeficienți de debit
V_c — volumul camerei de comandă
f — coeficientul de frecări viscoase la sertar
D_a — diametrul ajutajului
u_0 — distanța dintre paletă și ajutaj
d_0 — diametrul rezistenței fixe

BIBLIOGRAFIE

1. *V.A. Lesenko,* Ghidravliceschie slediaschie privoda stankov s programnim upravleniem Masinostroenie, 1975.
2. *R. Walters,* Electrohydraulic Servovalves, Fluid Power International 1970
3. *I. Catană,* Algoritmi pentru analiza și sinteza sistemelor electrohidraulice, I.P.B., 1977.
4. *I. Dumitrache, I. Catană, A. Moldoveanu,* Proiectarea asistată de calculator a sistemelor hidraulice pentru mașini unelte. A doua conferință națională de mașini-unelte decembrie 1976.

Some Problems Regarding the Parametrical Optimization of Two Stages Electrohydraulic amplifiers

The paper is dealing with dynamical and stady state behaviour analysis of the two stages electrohydraulic amplifiers. By means of mathematical models is constructed an algorithm to comply with certain performances requirements.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 2

C.Z.: 621.317: 621.316.925.4

EXTINDEREA POSIBILITĂŢILOR DE TESTARE A RELEELOR DE IMPEDANŢĂ

ST. POPESCU, D. CAUTIŞ *

În lucrare este prezentat principiul de măsurare a impedanţei pentru releele de distanţă la defazaje de 0°, 60°, 80°, 90°, fără a se folosi fazmetre [1]. Se arată că acest domeniu al defazajelor realizate este insuficient, în special pentru releele de impedanţă cu caracteristici de măsurare nesimetrice în planul Z, precum şi pentru relee direcţionale.

Se expune principiul extinderii domeniului de măsurare în întreg planul complex al impedanţelor (defazaje între 0° şi 360°).

1. Principiul măsurării impedanţei fără folosirea fazmetrelor

În [1] este descris principiul de funcţionare al unei truse destinate testării releelor de impedanţă fără folosirea fazmetrelor. În prezenta lucrare, se vor expune, succesiv, metodele de obţinere a valorii modulului impedanţei de măszrat Zm şi a fazei impedanţei Zm.

a) *Modificarea modulului vectorului Zm*

Modulul în care se poate obţine valoarea modulului impedanţei Zm este prezentat în fig. 1. Transformatoarele Tc şi T_T, de putere mare, alimentată separat circuitele de curent şi de tensiune ale releului.

Dimensionarea trusei este astfel realizată încît la tensiune (în secundarul T_T) ed 100V şi curent (în secundarul T_c) de 10A, prin miliampermetru nu circulă curent. Micşorînd, cu ajutorul unor comutatoare, tensiunea aplicată bobinei Z_U a releului de măsurat pînă la valoarea de acţionare, se obţine direct modulul impedanţei măsurate, prin împărţirea indicaţiilor comutatoarelor de tensiune la zece. Deoarece comutatoarele realizează o variaţie discontinuă a tensiunii (şi anume : comutatorul notat C_u modifică tensiunea din volt în volt, iar cel notat cu C_d modifică tensiunea din 10V în 10V) înseamnă că tensiunea (deci impedanţa) de acţionare a releului poate fi citită fără a fi nevoie de voltmetru.

Manuscris predat redacţiei la data de 9 martie 1979
* Conf. dr. ing.; Şef. lucrări dr. ing., Catedra Automatică

Liniaritatea circuitelor, necesară pentru o măsurare corectă a impedanței, se obține printr-o supradimensionare a transformatoarelor de curent și tensiune, și printr-o folosire, în circuitul de curent, a unei rezistențe de balast Re (de valoare maximă 2,2 Ω) astfel încît $Re \gg Z_I$.

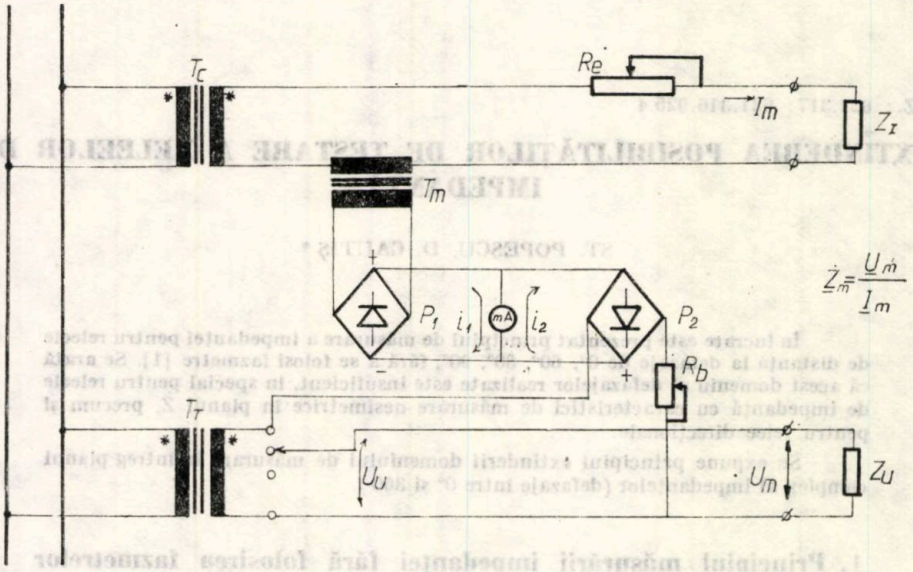


Fig. 1 Principiul de funcționare al trusei pentru testarea releelor de impedanță

b. *Modificarea fazei vectorului Z_m.*

Modul în care s-a rezolvat [1] măsurarea modulelor impedanței la valori ale defazajelor 0°, 60°, 65°, 70°, 75°, 80°, 90° este prezentat în figurile 2 și 3. În figura 2 este prezentată schema conexiunilor transformatoarelor T_T, T_c care se realizează pentru obținerea defazajelor 0°, 90°.

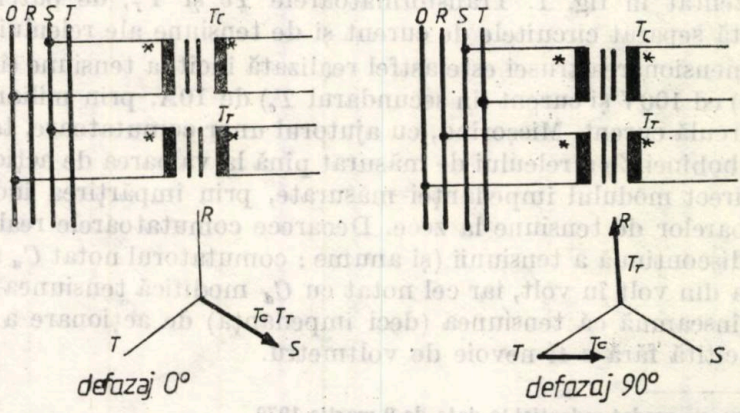


Fig. 2 Scheme de conexiuni pentru obținerea defazajelor 0°, 90°

Pentru obţinerea defazajelor în intervalul 60°—80° se foloseşte compoundarea de curent, aşa cum reiese din figura 3.

Prin alimentarea în cuadratură a transformatoarelor de curent T_c şi de compoundare T_φ şi prin modificarea modulului curentului din secundarul lui T_φ (folosind prize intermediare) se obţine, prin sumare fazorială, un curent total cu o fază variabilă din 5° în 5° între 60° şi 80°.

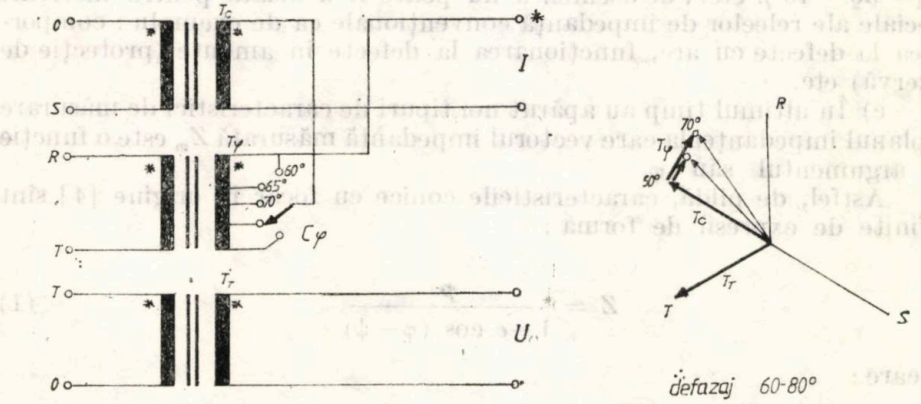


Fig. 3. Compoundarea de curent pentru obţinerea defazajelor în domeniul 60°—80°

Se observă că, în acelaşi timp cu faza, se modifică şi modulul curentului total ceea ce poate constitui un dezavantaj al compoundării de curent. Ţinînd cont, însă, de faptul că, pentru fiecare valoare a defazajului, trusa se reetalonează, ceea ce înseamnă stabilirea unei valori precise de 10A prin Z_I, variaţia în modul a curentului total nu împiedică măsurarea corectă.

2. Consideraţii critice asupra domeniului de măsurare

În figura 4 se evidenţiază, ca exemplu, poziţia vectorilor Z_m măsurabili cu ajutorul trusei, în cazul unei caracteristici de acţionare de impedanţă generalizată.

În legătură cu acest exemplu se pot face următoarele observaţii:

a) Se constată că trusa permite o măsurare corectă a impedanţei de scurtcircuit pentru linii electrice aeriene ($\varphi = 60°—80°$, [2]), dar nu permite determinarea exactă a caracteristicii de acţionare în domeniul unghiurilor mici (5°—15°), regiune în care se situează impedanţele de suprasarcină Z_S; această situaţie poate constitui un dezavantaj important,

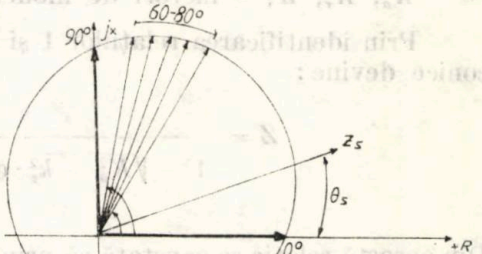


Fig. 4. Domeniul de măsurare al trusei nemodificate

mai ales pentru liniile lungi și puternic încărcate, caz în care trasarea exactă a caracteristicii de acționare în zona de suprasarcină este necesară pentru asigurarea unei funcționări corecte.

b) Trusa nu poate fi utilizată pentru încercarea unor relee de impedanță existente de o construcție specială, cum sînt, de exemplu, releele de pierdere a excitației ($\varphi_m = -90°$) sau releele de impedanță de pe cable ($\varphi_m = 30° - 40°$). etc. ; de asemenea nu poate fi utilizată pentru încercări speciale ale releelor de impedanță convenționale ca de exemplu : comportarea la defecte cu arc, funcționarea la defecte în amonte (protecție de rezervă) etc.

c) În ultimul timp au apărut noi tipuri de caracteristici de măsurare în planul impedanței la care vectorul impedanță măsurată Z_m este o funcție de argumentul său φ.

Astfel, de pildă, caracteristicile conice cu focar în origine [4] sînt definite de expresii de forma :

$$Z = \frac{p}{1 - e \cos(\varphi - \psi)} \tag{1}$$

în care :

p — este parametrul geometric
e — excentricitatea
ψ — unghiul axei conicei respective.

În funcție de valoarea parametrului e, conica respectivă devine : elipsă ($e < 1$), parabolă ($e = 1$), hiperbolă ($e > 1$).

Relația (1) se poate pune sub forma unei ecuații care asigură modelarea fizică a conicei

$$U - K_a U_a - K_r U_r - KiI = 0 \tag{2}$$

în care :

U, U_a, U_r — reprezintă tensiunea totală de alimentare a releului respectiv, componentele activă și reactivă a acestei tensiuni
I — curentul de alimentare
K_a, K_r, K_i — factori de modelare.

Prin identificarea relațiilor 1 și 2 expresia analitică a caracteristicii conice devine :

$$Z = \frac{k_i}{1 - \sqrt{K_a^2 + k_r^2} \cdot \cos\left(\varphi - \operatorname{arctg} \frac{k_r}{k_a}\right)} \tag{3}$$

Din această relație se constată că prin modificarea factorilor de modelare, realizată practic prin potențiometrii de ponderare a unor mărimi electrice (U, U_a, U_r, I) caracteristica de măsurare a releului de impedanță evoluează în mod divers în planul Z.

În această situație verificarea caracteristicii cu ajutorul trusei actuale într-o zonă limitată nu poate oferi o idee clară asupra funcționării de

ansamblu a protecţiei, ceea ce reprezintă un argument în plus pentru extinderea domeniului său de măsurare.

d) Aşa cum este realizată, trusa nu poate fi folosită pentru verificarea releelor direcţionale. După cum se cunoaşte [3] unghiurile de sensibilitate maximă pentru releele direcţionale sînt de 30°, 45° capacitiv, pentru releul direcţional sovietic IMB—171 şi de 30°, 45°, 110°, capacitiv pentru releul direcţional static RDC—3 (fabricat la ICEMENERG). După cum se poate constata din figurile 3 şi 4 actualul domeniu de defazaje nu permite măsurarea puterii de acţionare a releelor direcţionale în domeniul de sensibilitate maximă ceea ce constituie încă un dezavantaj al trusei.

e) Prevederea suplimentară a celor două unghiuri singulare $\varphi_m=0°$ şi $\varphi_m=90°$, pe lîngă faptul că nu prezintă, după părerea noastră, nici un avantaj practic, introduce comutări inutile în actuala structură a trusei.

Deficienţele semnalate pot fi remediate concomitent prin luarea unor măsuri simple de extindere a domeniului de măsurare în toate direcţiile planului complex al impedanţei.

O asemenea modificare, simplă din punct de vedere tehnic şi neglijabilă ca valoare economică, sporeşte considerabil eficienţa folosirii trusei. Posibilitatea explorării întregului domeniu al planului impedanţei [4] va permite determinarea experimentală a oricărei forme topologice de caracteristică de impedanţă, fapt care poate prezenta şi alte avantaje (studierea comportării protecţiei la pendulaţii, etc.).

3. Propuneri privind extinderea domeniului de măsură

S-a urmărit ca extinderea domeniului să se realizeze astfel încît să comporte minimum de modificări în trusa descrisă în[1].

În figura 5 s-au reprezentat, în planul impedanţei, fazorii măsurabili cu trusa cu domeniul extins.

În sectoarele haşurate se pot obţine defazaje din 5° în 5° faţă de extremităţi, iar în sectoarele nehaşurate pot fi obţinute defazajele de

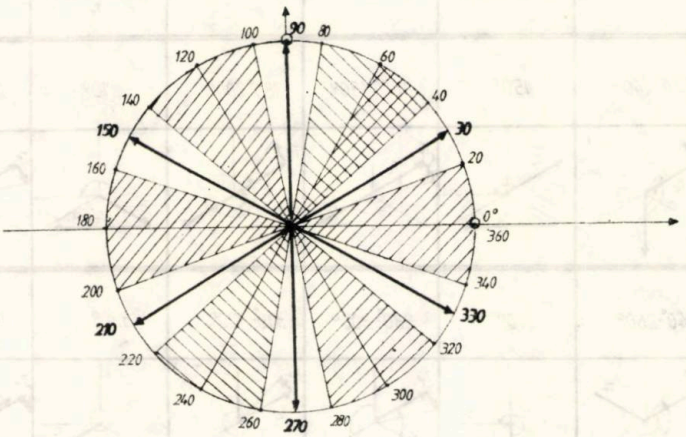


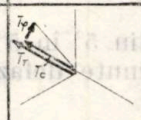
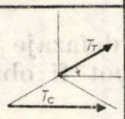
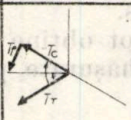
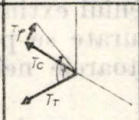
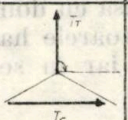
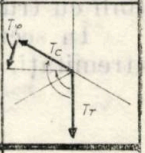
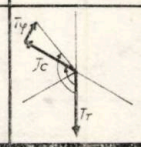
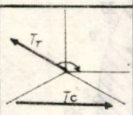
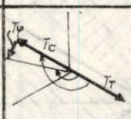
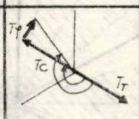
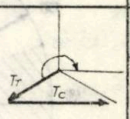
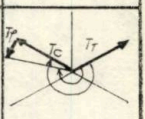
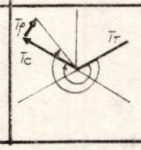
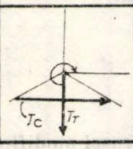
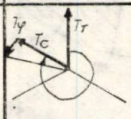
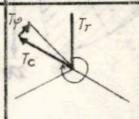
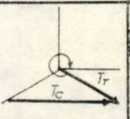
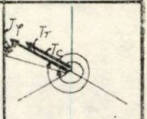
Fig. 5. Domeniul de măsurare al trusei modificate

30°, 90°, 150°, 210°, 270°, 330° adică din 10° în 10° față de extremitățile sectoarelor hașurate. S-au prezentat dublu hașurate și dublu încercuite punctele care aparțin domeniului trusei nemodificate. Din fig. 5 se constată că modul actual de modificare al unghiurilor cuprinse între 60°—80° se extinde cu încă 11 domenii ale planului Z. Ca urmare, pentru un domeniu (unghi total) de 240°, separat în 6 zone echidistante a 40° fiecare se obține o variație discretă a unghiului din 5° în 5° și numai pentru restul de 120° pasul unghiular este 10°.

Tabelul 1

UNGHIURI / TENSIUNILE DE ALIMENTARE	0-5-10-15-20°	30°	40-45-50-55-60°	60-65-70-75-80°	90°	100-105-110-115-120°	120-125-130-135-140°	150°	150-155-170-175-180°	180-185-190-195-200°	210°	220-225-230-235-240°	240-245-250-255-260°	270°	280-285-290-295-300°	300-305-310-315-320°	330°	340-345-350-355-360°
T_T	C-S	O-T	T-O	T-O	R-O	O-R	O-R	O-S	S-O	S-O	T-O	O-T	O-T	O-R	R-O	R-O	S-O	C-S
T_C	O-S	S-T	O-S	O-S	S-T	O-S	O-S	S-T	O-S	O-S	S-T	O-S	O-S	S-T	O-S	O-S	S-T	O-S
T_φ	R-T	—	T-R	R-T	—	T-R	R-T	—	T-R	R-T	—	T-R	R-T	—	T-R	R-T	—	T-R

Tabelul 2

Domeniul	0-20°	30°	40°-60°	60°-80°	90°	100°-120°
Diagramele fazoriale						
Domeniul	120°-140°	150°	160°-180°	180°-200°	210°	220°-240°
Diagramele fazoriale						
Domeniul	240°-260°	270°	280°-300°	300°-320°	330°	340°-360°
Diagramele fazoriale						

Asemenea pași unghiulari se pot considera ca suficient de mici pentru determinarea oricărui tip de caracteristică de măsurare în planul Z

Alimentînd T_T, T_C, T_φ cu tensiunile pe fază, sau între faze, ca în tabelul 1, se vor obține defazajele prezentate în fig. 5.

În tabelul 2, sînt arătate tensiunile de alimentare pentru T_T, T_C, T_φ și diagramele fazoriale care se obțin. Bornele polarizate ale transformatoarelor sînt alimentate cu unul din cele patru potențiale O, R, S, T în conformitate cu tabelul 1, anume, conectarea bornei respective executîndu-se la primul din cele două potențiale care marchează tensiunea corespunzătoare unui domeniu dat.

Trebuie menționat faptul că ideea extinderii domeniului de măsurare cu un minim de modificări în trusa existentă, care a condus la varianta de extindere expusă în tabelele 1, 2 prezintă dezavantajul că pentru zonele 40°—60°, 100°—120°, 160°—180°, 220°—240°, 260°—300°, 340°—360° se va obține creșterea din 5° în 5° a defazajului prin scăderea valorilor modulului curentului de compoundaj. Din punctul de vedere al utilizării trusei modificate, aceasta înseamnă că pentru un interval de 20° comutatorul din secundarul lui T_φ se va mișca de la stînga la dreapta, iar pentru intervalul următor de 20°, comutatorul se va mișca de la dreapta la stînga, urmînd ca această alternare să se producă de 6 ori pentru acoperirea domeniului 0°—360°.

Concluzii

— Domeniul de măsurare al defazajelor trusei [1] pentru determinarea impedanțelor esste satisfăcător numai pentru unele tipuri de relee de distanță.

— Trusa nu poate fi folosită pentru determinarea caracteristicilor de funcționare ale releelor direcționale.

— Printr-o alimentare adecvată a transformatoarelor T_T, T_C, T_φ propusă în tabelele 1, 2, se extinde domeniul de măsurare al defazajelor în întreg planul complex al impedanțelor (0°—360°).

— Prin metoda propusă se obține o extindere considerabilă a posibilităților de testare a releelor de impedanță, cu un minimum de modificări, evidențiindu-se avantajele tehnico-economice ale soluției propuse.

BIBLIOGRAFIE

1. T.V.R.— ICEMENERG, Instrucțiuni de utilizare, 1976
2. *S. Călin, S. Marcu,* Protecția prin relee a sistemelor electrice Buc. Ed. Tehnică 1975.
3. *I. Badea, Gh. Broșteanu, I. Chenzbraun, P. Columbeanu,* Protecția prin relee și automatizarea sistemelor electrice, Buc. Ed. Tehnică 1973.
4. *S. Popescu,* Contributions pour de nouvelles caractèristiques des systèmes de protection à distance, Rev. Roum. Sci. Techn. Tome 17, no 3, 1972.

Extending the Possibilities of Testing Impedance Relays

The paper presents the principle for testing complex protective relays for phase angles 0°; 60°—80°, 90° without using phasemeters [1]. It is specified that this phase angles domain is insufficient esspecially for testing directional relays and distance relays with unsymmetrical characteristics, and a method for extending measured phase angles domain to 0°—360°, is proposed.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 2

CALCULATOARE

C.Z.: 681.3.04/.06

ALGORITHMS FOR DETERMINING LEFD WHICH HAS A GIVEN DISCRETE TIME FUNCTION AS SOLUTION

MARIA ANA NECULA, CRISTIAN TĂNĂSESCU *

The set of discrete time functions which represent solutions of linear equations with finite differences (LEFD) is considered. The algorithms for obtaining the corresponding LEFD are presented.

1. Introduction

Digital simulation of systems involves the generation of certain discrete time functions. This is done usually by two methods :

— values of the function are previously stored and used when required ;

— librarian procedures based on some algorithms for function approximation are used [5].

The first method is memory consuming and the second method is time consuming. It was shown in [3] that for a class of discrete time functions better generation methods can be thought. In this paper we present some algorithms for discrete time functions generation. We shall start by defining the class of discrete time function of interest.

Let x be a continuous function and let ε_T be the sampling operator, where T is the sampling period, $T \in R^+$. We shall denote by x_T^* the discrete pulsed function obtained by sampling the function x at the instants $t = 0, T, 2T \ldots$, i.e. $x^*(t) = \varepsilon_T(x) = \{x(nT)\}_{n \in z}$. We can consider any pulsed function as a sequence of complex numbers. To each sequence $a = \{a_n\}_{n \in N}$ with positive support we associate a complex function $A(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^{-n} = Z\{a_n\}$ named the z — transform of a.

Definition 1.1 Let $V = \{F(z) \mid F(z) = \dfrac{a_m z^{m+} \ldots a_1 z}{b_n z^{n+} \ldots b_1 z + b_0}$;

F irreducible; $m, n \in N$, $m \leqslant n$, $a_i, b_j \in C$ for $1 \leqslant i \leqslant m$, $0 \leqslant j \leqslant n\}$

Manuscript received 18 January 1980

* Lecturer Computer Science Chair ; Eng. Dep. of Computer I.R.N.E. Pitești

We proved in [2] that the set of functions which are solutions of linear ordinary differential equations is :

$$S = \left\{ x : (0, \infty) \to \mathbb{C} \mid x(t) = \sum_{j=0}^{L} P_{a_i}(t) e^{s_i t}, \text{ where } P_{a_i} \text{ are polynomials in } t. \right.$$

We consider the sequence obtained by sampling $x(t)$:

$$\varepsilon_T(x) = \{x_n \mid x_n = x(n\,T),\ n \in N\}$$

Then $x_n = x(n\,T) = \sum_{i=1}^{L} P_{a_i}(n\,T)\, e^{nTs_i} = \sum_{i=1}^{L} Q_{a_i}(n) r_i^n$, where $Q_{a_i}(n)$ is a polynomial with complex coefficients of the variable n and $r_i = e^{s_i T}$.

Definition 1.2 Let R be the set of all sequences representing the values at the sampling instants of functions in S, i.e. $x^* = \{x_n\}_{n \in N} \in R$ if $x_n = \sum_{i=1}^{L} Q_{a_i}(n)\, r_i^n$

Definition 1.3 Let $x^* = \left\{ x_n \mid x_n = \sum_{i=1}^{L} Q_{a_i}(n)\, r_i^n \right\}_{n \in N}$.

We denote gend $(x^*) = \{r_1,\ r_2, \ldots, r_L\}$

Definition 1.4 We call an anticipation operator, the operator Δ^i defined as : $\Delta^0\ a_n = a_n$, $\Delta a_n = a_{n+1}$, $\Delta^{k+1} a_n = a_{n+k}$

Definition 1.5 We call a linear equation with finite differences (LEFD) an equation of the form $D_p^*\ x_n = 0$. where D_p^* is a finite differences operator :

$$D_p^* = c_0 + c_1\Delta + \ldots + c_p\Delta^p = \sum_{i=0}^{p} c_i \Delta^i,\ c_i \in C,\ 0 \leqslant i \leqslant p$$

We shall give algorithms for obtaining the LEFD given $x^* \in R$ in the following two cases of interest :

(i) x^* is given by its z-transform ;

(ii) x^* is given by its general term.

The following theorems will be given without proof which can be found in [2].

2. Algorithms for determining LEFD when the discrete time function is given by its Z-transform

Theorem 2.1 If $X(z) = \dfrac{a_m z^m + \ldots + a_1 z}{b_n z^n + \ldots + b_1 z + b_0}$, $m \leqslant n$, is the $z-$transform of a sequence x^* then there is a linear recurrent formula of the order n between values of x^* [3].

Algorithm 2.2 for determining homogeneous LEFD when the discrete time function is given by its z-transform :

Input : The $z-$transform $X(z) = \dfrac{a_m z^m + \ldots + a_1 z}{b_n z^n + \ldots + b_1 z + b_0}$, $m \leqslant n$.

for $i = n - m$ *to* $n-1$ *do* $p_i = \dfrac{a_n - i}{b_n}$;

for $i = 1$ *to* n *do* $q_i = -\dfrac{b_n - i}{b_n}$;

// Compute initial conditions of LEFD $y_0, y_1, \ldots, y_{k-1}$.

$y_0 = p_0$

for $k = 1$ *to* $n-1$ *do* $y_k = \sum_{i=1}^{k} q_i y_{k-i} + p_k$;

// Compute coefficients c_i of the finite differences operator $c_n = 1$

for $i = 0$ *to* $n-1$ *do* $c_i = -q_{n-i}$;

Output An homogeneous LEFD $D_n^* x_k = 0$, $k \in N$ and initial conditions

Example: $X(z) = \dfrac{z \sin wT}{z^2 - 2z \cos wT + 1}$ *is* the z — transform of $x^* = \{x_k \mid x_k = \sin wkT\}_{k \in N}$. One notice that: $m = 1$, $n = 2$, $p_0 = 0$, $p_1 = \sin wT$, $p_i = 0$ for $i \geqslant 2$. $q_0 = 0$, $q_1 = 2 \cos wT$, $q_2 = -1$, $q_i = 0$ for $i \geqslant 3$. One obtains the linear reccurrent formula:

$$x_k = 2 \cos wT \cdot y_{k-1} - y_{k-2}, \quad k \in N$$

with initial conditions:

$$x_0 = 0, \quad x_1 = q_1 x_0 + p_1 = \sin wT.$$

The LEFD can be written $D_2^* x_k = 0$, $k \in N$, $x_0 = 0$, $x_1 = \sin wT$ and $D_2^* = \Delta^2 - (2 \cos wT)\,\Delta + 1$ In some applications it is necessary to generate several discrete time functions which have the same polynomial in the denominator of their z—transforms. A single LEFD is required to solve this problem.

Theorem 2.3 Let $x^* = \{x_k\}_{k \in N}$, $x^* \in R$ and

$$X(z) = \frac{P_m(z)}{Q_n(z)} = \frac{a_m z^m + a_{m-1} z^{m-1} + \ldots + a_1 z}{b_n z^n + b_{n-1} z^{n-1} + \ldots + b_1 z + b_0}, \text{ where } m \leqslant n.$$

Then $x_k = a_m u_{k+m} + (a_{m-1} - a_m)\, u_{k+m-1} + \ldots + (a_1 - a_2)\, u_{k+1} - a_1 u_k$ (2.1)

where $u^* = \{u_k\}_{k \in N}$ is the solution of the equation with finite differences:

$$b_n u_{k+n} + b_{n-1} u_{k+n-1} + \ldots + b_1 u_{k+1} + b_0 u_k = h \tag{2.2}$$

with initial conditions $u_0 = u_1 = \ldots = u_{n-1} = 0$, where h is the unity discrete time function.

Algorithm 2.4 to generate the k—order term of a discrete time function given by its z—transform based on a non homogeneous LEFD.

Input: The z—transform

$$X(z) = \frac{a_m z^m + a_{m-1} z^{m-1} + \ldots + a_1 z}{b_n z^n + b_{n-1} z^{n-1} + \ldots + b_1 z + b_0}, \; m \leqslant n.$$

// Use a procedure to solve the LEFD (2.2) where $B = [b_0, b_1, \ldots, b_n]$
execute solve-eq-finite-diff $(n, B, h; u^*)$
$x_k = -a_1 u_k$;
for $i = 1$ *to* $m-1$ *do* $x_k = x_k + (a_i - a_{i+1}) u_{k+i}$;
$x_k = x_k + a_m u_{k+m}$;
Output: x_k

Example: Let $X(z) = \dfrac{z}{z^2 - 2z + 1}$. Equation (2.2) is reduced to:

$$u_{k+2} - 2u_{k+1} + u_k = h \quad , \quad \text{with} \quad u_0 = 0, \; u_1 = 0.$$

The general term of the sequence which is the solution of this equation is

$$u_k = \frac{k(k-1)}{2}.$$

Then according to the equation (2.1):

$$x_k = u_{k+1} - u_k = k$$

Indeed the sequence $x^* = \{x_k \mid x_k = k\}$ has $X(z) = \dfrac{z}{z^2 - 2z + 1}$ as the z–transform and this sequence can be obtained by sampling $x(t) = t$ (with $T = 1$).

3. Algorithms for determining LEFD when the discrete time function is given by the general term

Theorem 3.1 Let $x_n = \sum_{i=1}^{L} Q_{d_i}(n)\, r_i^n$, where $d_i = k_i - 1$. Then there exists an operator $D_p^* = c_0 + c_1\Delta + \ldots + c_p\Delta^p$ such $D_p^* x_n = 0$, $p = \sum_{i=1}^{L} k_i$ and c_i are coefficients of Δ^i in the formal expression

$$\prod_{i=1}^{L} (\Delta - r_i)^k \, i = (\Delta - r_1)^{k_1} \ldots (\Delta - r_L)^{k_L}$$

Algorithm 3.2 for determining homogeneous LEFD, when the discrete time function is given by its general term.
Input: L, r_i, k_i, polynomials $Q_{d_i}(n)$ of degrees $d_i = k_i - 1$, i.e.

$$x_n = \sum_{i=1}^{L} Q_{d_i}(n) r_i^n \text{ is given.}$$

// The procedure calpol compute coefficients c_i of w^i from the formal
// expression $(w-r_1)^{k_1} \cdot (w-r_2)^{k_2} \ldots (w-r_L)^{k_L}$

$p = \sum_{i=1}^{L} k_i$;

execute calpol $(r_1 \ldots, r_L, k_1, \ldots, k_L; c_0, c_1, \ldots, c_p)$;
// Compute initial conditions $x_0, x_1, \ldots, x_{p-1}$.

for $j = 0$ *to* $p-1$ *do* $x_j = \sum_{i=1}^{L} Q_{d_i}(n)\, r_i^j$;

Output: An homogeneous LEFD $D_p^* x_n = 0$ with corresponding initial conditions $x_0, x_1, \ldots, x_{p-1}$

Example: Consider $x_n = (2 + 3n)\, e^n + (5 + n)\left(\frac{1}{e}\right)^n$. By applying the algorithm (3.2) we obtain:

$$(\Delta - e)^2 \left(\Delta - \frac{1}{e}\right)^2 = \Delta^4 - \left(\frac{2}{e} + 2e\right)\Delta^3 + \left(\frac{1}{e^2} + 4 + e^2\right)\Delta^2 - \left(\frac{2}{e} + 2e\right)\Delta + 1$$

Hence x_n is a solution of the equation with finite differences:

$$x_{n+4} - \left(\frac{2}{e} + 2e\right) x_{n+3} + \left(\frac{1}{e^2} + 4 + e^2\right) x_{n+2} - \left(\frac{2}{e} + 2e\right) x_{n+1} + x_n = 0$$

It is often important to decide if given $x^* = \{x_n\}_{n \in N}$, $y^* = \{y_n\}_{n \in N}$, x^*, $y^* \in R$, $(\exists)\, D_p^*$ such that $D_p^* x_n = y_n$. The answer is given by the following theorem:

Theorem 3.3 Let $x^*, y^* \in R$, $x^* = \left\{x_n \mid x_n = \sum_{i=1}^{L} Q_{d_i}(n)\, r_i^n\right\}_{n \in N}$, where $d_i = k_i - 1$ and $y^* = \left\{y_n \mid y_n = \sum_{j=1}^{M} R_{g_j}(n) r_j^n\right\}_{n \in N}$, where $g_j = k_j - 1$. There exists an operator with finite differences $D_p^* = \sum_{i=0}^{p} c_i \Delta^i$ such that $D_p^* x_n = y_n$ if and only if:

(i) gend $(y^*) \subseteq$ gend (x^*)

(ii) $(\forall)\ r_v,\ r_v \in$ (gend $(x^*) \cap$ gend $(y^*)) \Rightarrow (d_v \geqslant g_v)$

Algorithm 3.4 for determining a nonhomogeneous LEFD $D_p^* x_n = y_n$ given x^*, y^* by their general term.

Input: $y^* = \left\{y_n \mid y_n = \sum_{j=1}^{M} R_{g_j}(n) r_j^n\right\}_{n \in N}$, $g_j = k_j - 1$ and

$x^* = \left\{x_n \mid x_n = \sum_{i=1}^{M} Q_{d_i}(n) r_i^n + \sum_{i=M+1}^{L} P_{d_i}(n) r_i^n\right\}_{n \in N}$, $d_i = k_i - 1$ and

x^*, y^* satisfy conditions (i), (ii) of the theorem (3.3).

// Compute polynomials $Q_{d_{v_0}} = \sum_{i=0}^{v} a_i^v v^i, \ldots, Q_{d_{v_p}} = \sum_{i=0}^{v} a_{ip}^v n^i$, for

// $r_v \in$ gend (y^*).
for $v = 1$ *to* M *do begin*

$$for\ i = 0\ to\ p\ do\ Q_{d_{v_i}}(n) = \frac{\Delta^i(Q_{d_v}(n) r_v^n)}{r_v^n};$$

end;

// One obtaines $(k_1 + k_2 + \ldots \times k_M)$ — equations fot $r_v \in$ gend (y^*) from the
// equation :

$$// \qquad c_0 a_{j0}^v + c_1 a_{j1}^v + \ldots + c_p a_{jp}^v = b_j^v,\ j = 0,1,\ldots,k_{v-1} \tag{3.5}$$

// Compute polynomials $Q_{d_{v^0}}(n) = \sum_{i=0}^{v} a_{i0}^{\prime v} n, \ldots, Q_{d_{v_p}} = \sum_{i=0}^{v} a_{ip}^{\prime v} n^i$, for

// $r_v \in$ gend $(x^*) \setminus$ gend (y^*)
for $v = M + 1$ *to* L *do begin*

$$for\ i = 0\ to\ p\ do\ Q_{d_{v_i}}(n) = \frac{\Delta^i(Q_{d_v}(n) r_v^n)}{r_v^n};$$

end;

// One obtaines $(k_{M+1} + \ldots + k_L)$ — equations for $r_v \in$ gend $(x^*) \setminus$ gend (y^*)
// from the equation :

$$// \qquad c_0 a_{j0}^{\prime v} + c_1 a_{j1}^{\prime v} + \ldots + c_p a_{jp}^{\prime v} = 0,\ j = 0,1,\ldots,k_{v-1} \tag{3.6}$$

execute solve-linear-system (A, B, C);
// Matrix $A\ [1 : p, 1 : p + 1]$ and array $B\ [1 : p]$ are of the following form :

$$A = \begin{vmatrix}
a_{00}^1 & a_{01}^1 & \ldots & a_{0p}^1 \\
a_{10}^1 & a_{11}^1 & \ldots & a_{1p}^1 \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
a_{k_1-1,0}^1 & a_{k_1-1,1}^1 & \ldots & a_{k_1-1,p}^1 \\
a_{00}^2 & a_{01}^2 & \ldots & a_{0p}^2 \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
a_{k_2-1,0}^2 & a_{k_2-1,1}^2 & \ldots & a_{k_2-1,p}^2 \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
a_{00}^M & a_{01}^M & \ldots & a_{0p}^M \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
a_{k_M-1,0}^M & a_{k_M-1,1}^M & \ldots & a_{k_M-1,p}^M \\
a_{00}^{M+1} & a_{01}^{M+1} & \ldots & a_{0p}^{M+1} \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
a_{k_{M+1}-1,0}^{M+1} & a_{k_{M+1}-1,1}^{M+1} & \ldots & a_{k_{M+1}-1,p}^{M+1} \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
a_{00}^L & a_{01}^L & \ldots & a_{0p}^L \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
a_{k_L-1,0}^L & a_{k_L-1,1}^L & \ldots & a_{k_L-1,p}^L
\end{vmatrix} \qquad B = \begin{vmatrix}
b_0^1 \\
b_1^1 \\
\ldots \\
b_{k_1-1}^1 \\
b_0^2 \\
\ldots \\
b_{k_2-1}^2 \\
\ldots \\
b_0^M \\
\ldots \\
b_{k_M-1}^M \\
b_0^{M+1} \\
\ldots \\
b_{k_{M+1}-1}^{M+1} \\
\ldots \\
b_0^L \\
\ldots \\
b_{k_L-1}^L
\end{vmatrix}$$

// Matrix C contains coefficients of the finite differences operator

// $D_p^* = \sum_{i=0}^{p} c_i \Delta^i$.

// Compute initial conditions :

$$for\ j = 0\ to\ p-1\ do\ x_j = \sum_{i=1}^{L} Q_{d_i}(j) r_i^j ;$$

Output : An nonhomogeneous LEFD $D_p^* x_n = y_n$ and corresponding initial conditions.

Example : Let $x^* = \{x_n \mid x_n = 2^n + 2n\}$, $y^* = \{y_n \mid y_n = 3 - 2^n\}$. In this case gend $(x^*) = \{0, 2\}$, gend $(y^*) = \{2\}$, $k_1 = 2$, $k_2 = 1 \Rightarrow p = 3$. Then the form of D_p^* is $D_p^* = c_0 + c_1\Delta + c_2\Delta^2 + c_3\Delta^3$ Using the same notations as in the theorem (3.3) :

$$x_n = 2^n Q_0(n) + Q_1(n), \qquad y_n = 2^n R_0(n)$$

with $Q_0(n) = 1$, $Q_1(n) = 2$, $R_0(n) = 3$.
Then for $r_v = 2$:

$$Q_{00}(n) = 1,\ Q_{01}(n) = 2,\ Q_{02}(n) = n,\ Q_{03}(n) = 8.$$

From the equation (3.5) we obtain :

$$c_0 + 2\ c_1 + 4\ c_2 + 8c_3 = 3$$

For $r = 0$ we have :

$$Q_{10}(n) = 2n,\ Q_{11}(n) = 2 + 2n,\ Q_{12}(n) = 4 + 2n,\ Q_{13}(n) = 6 + 2n.$$

Then the equation (3.6) yields :

$$2c_1 + 4c_2 + 6c_3 = 0$$

$$c_0 + c_1 + c_2 + c_3 = 0$$

The resulting system is :

$$\begin{cases} c_0 + 2c_1 + 4c_2 + 8c_3 = 3 \\ \quad 2c_1 + 4c_2 + 6c_3 = 0 \\ c_0 + \ c_1 + \ c_2 + \ c_3 = 0 \end{cases}$$

We shall arbitrarily take $c_3 = 1$ and solving the system we obtain :

$$c_0 = 1,\ c_1 = -1,\ c_2 = -1,\ c_3 = 1.$$

The linear equation with finite differences is :

$$(1 - \Delta - \Delta^2 + \Delta^3) x_n = x_{n+3} - x_{n+2} - x_{n+1} + x_n = y_n.$$

Conclusions

The algorithms presented in this paper have been implemented on a FELIX C-256 computer and they can be efficiently used for functions evaluation within the digital simulation of systems.

REFERENCES

1. *Y.T. Tou*, Digital and Sampled Data Control Systems, Mc Graw Hill, New York, 1959.
2. *M. Necula, C. Tănăsescu*, Systems Simulation. The Discrete Time Function Generation, Rev. Roum. des Sci. Techn., Serie Electronique et Elth. (to be published), 1980.
3. *M. Necula*, IEEE Transactions on Computers, vol. C-28, No. 7, July, 1979.
4. *S.K. Godunov. V.S. Reabinki*, Scheme cu diferenţe finite, Editura Tehnică, Bucureşti, 1977,
5. *D. Mc Craken, W.S. Dorn*, Numerical Analysis and FORTRAN Programming, John Willey New York, 1964.

Algoritmi pentru determinarea LEFD avînd drept soluţie o funcţie discretă de timp dată

În lucrare este considerată mulţimea funcţiilor discrete de timp care reprezintă soluţiile ecuaţiilor liniare cu diferenţe finite (LEFD). Sînt prezentaţi algoritmi pentru obţinerea LEFD corespunzătoare.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 2

C.Z.: 681.3.04/.06

NOTE ON OPTIMAL SYNTHESIS OF DEFINITELY DIAGNOSABLE SEQUENTIAL AUTOMATA

C ZERVOS, L. CIOLAC*

Any secquential automaton can be converted into a definitely diagnosable sequential automaton by means of a adequately encoded additional outputs. This paper presents a method for finding the necessary and sufficient number of additional outputs based on the concept of chromatic number of a graph.

Introduction

Any sequential automaton which is not definitely diagnosable can be converted into a definitely diagnosable sequential automaton by means of additional outputs (/1/). Two main synthesis problems occur in the process (/1, 2/):

— the necessary and sufficient number of additional outputs has to be determined, and,

— an adequate encoding of the additional outputs must be found in order to obtain a minimal order definitely diagnosable sequential automaton.

In this paper we present a method for solving the first synthesis problem stated above based on the concept of chromatic number of a graph.

1. Notations, definitions, and preliminary results

We define a sequential automaton to be a system $\varphi = (Q, I, 0, \delta, \lambda)$, where Q is a finite, nonempty set of states, I is a finite, nonempty input alphabet, 0 is a finite, nonepty output alphabet, $\delta : Q \times I \to Q$ is a function called the state transition function and $\lambda : Q \times I \to 0$ is a function called the output function. In what follows we consider only completely specified sequential automata, that is δ and λ are total functions on the domain $Q \times I$.

Also, without affecting the generality of the results developped, for notational purposes only, we assume that $Q = \{q_1, \ldots, q_r\}$ with $r > 1$, $I \subseteq \{0, 1\}^m$ and $0 \subseteq \{0, 1\}^n$, where $m > 0$ and $n > 0$ denote the number of binary input and output terminals of φ, rspectively).

The functions δ and λ can be extended to the domain $Q \times I^+$ (for any finite, nonempty alphabet Σ, Σ^+ denotes the set of nonempty, finite

Manuscript received 18 January 1980
* Lecturer Computer Science Chair; Eng. I.C.E.

length strings over Σ) as follows. Thus, let $\hat{\delta} : Q \times I^+ \to Q$ be the following recursively defined function :

$$-\hat{\delta}(q, i) = \delta(q, i) \text{ for any } q \in Q,\ i \in I,$$

$$-\hat{\delta}(q, \alpha i) = \delta(\hat{\delta}(q, \alpha), i) \text{ for any } q \in Q,\ \alpha \in I^+,\ i \in I$$

(for any finite, nonempty alphabet Σ and any $\alpha, \beta \in \Sigma^+$, $\alpha\beta$ denotes the concatenation of the strings α and β). Similary, let $\hat{\lambda} : Q \times I^+ \to 0^+$ be the following recursively defined function :

$$-\hat{\lambda}(q, i) = \lambda(q, i) \text{ for any } q \in Q,\ i \in I,$$

$$-\hat{\lambda}(q, \alpha i) = \hat{\lambda}(q, \alpha)\ \lambda(\hat{\delta}(q, \alpha), i) \text{ for any } q \in Q,\ i \in I^+.$$

We say that $\alpha \in I^+$ is a distinguishing sequence of the automaton φ if and only if $\hat{\lambda}(q, \alpha) \neq \hat{\lambda}(q', \alpha)$ for any $q, q' \in Q$, $q \neq q'$. The sequential automaton φ is said to be definitely diagnosable if and only if there exists a positive integer μ such that :

$(\forall \alpha)\ (\alpha \in I^+ \wedge |\alpha| = \mu \Rightarrow \alpha$ is a distinguishing sequence of $\varphi)$. (for any finite, nonempty alphabet Σ and any $\alpha \in \Sigma^+$, $|\alpha|$ denotes the lenght of the string α).

Let now $V = \{\tilde{q} = (q_i, q_j) \mid q_i, q_j \in Q,\ i = 1, \ldots, r,\ j = i+1, \ldots, r\}$ be the set of unordered pairs of distinct states and let $E = \{\tilde{q} = (q_i, q_i) \mid q_i \in Q\}$ be the set of pairs of repeated states ; evidently $V \cap E = \emptyset$. We introduce the following notation. For (any $\tilde{p}, \tilde{q} \in V \cup E$, let $\tilde{p} = (p', p'')$, $\tilde{q} = (q', q'')$, and for any $i \in I$,

$$\tilde{p} \xrightarrow[\delta,\ \lambda]{i} \tilde{q} \Leftrightarrow (q' = \delta(p', i) \wedge q'' = \delta(p'', i) \vee q' = \delta(p'', i) \wedge q'' = \delta(p', i)) \wedge \lambda(p', i) = \lambda(p'', i).$$

We define next the function $f_\varphi : (V \cup E) \times (V \cup E) \to \mathfrak{P}(I)$ (for any finite set T, $\mathfrak{P}(T)$ denotes the power set of T), called the characteristic function of the automaton φ, as follows :

$$f_\varphi(\tilde{p}, \tilde{q}) = \begin{cases} \{i \mid \tilde{p} \xrightarrow[\delta,\ \lambda]{i} \tilde{q}\} & \text{if } (\tilde{p}, \tilde{q}) \in V \times (V \cup E) \\ \emptyset & \text{if } (\tilde{p}, \tilde{q}) \in E \times (V \cup E). \end{cases}$$

Let then $\Gamma_\varphi = (X, h, \tilde{\varphi})$ be the directed graph, called the characteristic graph of the automaton φ, defined as follows :

— X is a set of nodes,

— $h : X \to V \cup E$ is a bijection, called the labelling function of the nodes,

— $\tilde{\varphi}$ is a relation on the set X where for any $x, x' \in X$, $x \tilde{\varphi} x' \Leftrightarrow f_\varphi(h(x), h(x')) \neq \emptyset$. The graph contains an arc directed from x to x' if and only if $x \tilde{\varphi} x'$.

Example Let us consider the sample sequential automaton φ of figure 1a. The restriction of the characteristic function f_φ to the domain $V \times (V \cup E)$ and the charactersitic graph Γ_φ are presented in figures 1b and 1c, respectively.

We say that $\gamma \in X^+$, $\gamma = x_{\gamma_0} x_{\gamma_1} \ldots x_{\gamma_u} x_{\gamma_{u+1}}$ with $u \geqslant 0$, is a path in Γ_φ if and only if $x_{\gamma_s} \tilde{\varphi} x_{\gamma_{s+1}}$, for $s = 0, \ldots, u$. The path γ is called en elementary cycle (e.c.) in Γ_φ if and only if $x_{\gamma_s} \neq x_{\gamma_t}$, for $s, t = 0, \ldots, u$, $s \neq t$, and $x_{\gamma_0} = x_{\gamma_{u+1}}$. Let then $\langle \gamma \rangle = \{(x_{\gamma_s}, x_{\gamma_{s+1}}) \mid s = 0, \ldots, u\}$.

We can now define the sets :

$$RS_\varphi = \{(x, x') \in \tilde{\varphi} \mid (h(x), h(x')) \in V \times E\},$$

$$EC_\varphi = \{\langle \gamma \rangle \mid \gamma \text{ is an e.c. in } \Gamma_\varphi\}.$$

Example For the sequential automaton φ of figura 1a, we have :

$$RS_\varphi = \{(x_6, x_7)\},$$

$$EC_\varphi = \{\{(x_1, x_1)\}, \{(x_1, x_2), (x_2, x_3), (x_3, x_1)\}, \{(x_4, x_5), (x_5, x_6), (x_6, x_4)\}\}.$$

Using an argumentation similar to that of /1/, the following statement can be proved :

Theorem 1 The sequential automaton φ is definitely diagnosable if and only if $RS_\varphi = EC_\varphi = \emptyset$.

Let now $\varphi = (Q, I, 0, \delta, \lambda)$ be a sequential automaton and let $\varphi' = (Q, I, 0', \delta, \lambda')$ be another sequential automaton, where :

— $0' = 0 \times 0''$ with $0'' \subseteq \{0, 1\}^z$, $z > 0$,

— $\lambda' : Q \times I \to 0'$ such that for any $q \in Q$, $i \in I$, $\lambda'(q, i) = (\lambda(q, i), \lambda''(q, i))$ with $\lambda'' : Q \times I \to 0''$; λ'' and λ' are total functions on the domain $Q \times I$. The automaton φ' is obtained by attaching z additional outputs to the original automaton φ (see figure 2). Hence, φ' is called an extension of the automaton φ. In order to simplify notations, let $\Gamma_{\varphi'} = (X, h, \tilde{\varphi})$, be the characteristic graph of φ'.

Theorem 2 $\Gamma_{\varphi'}$ is a subgraph of Γ_φ.

Proof : We note that

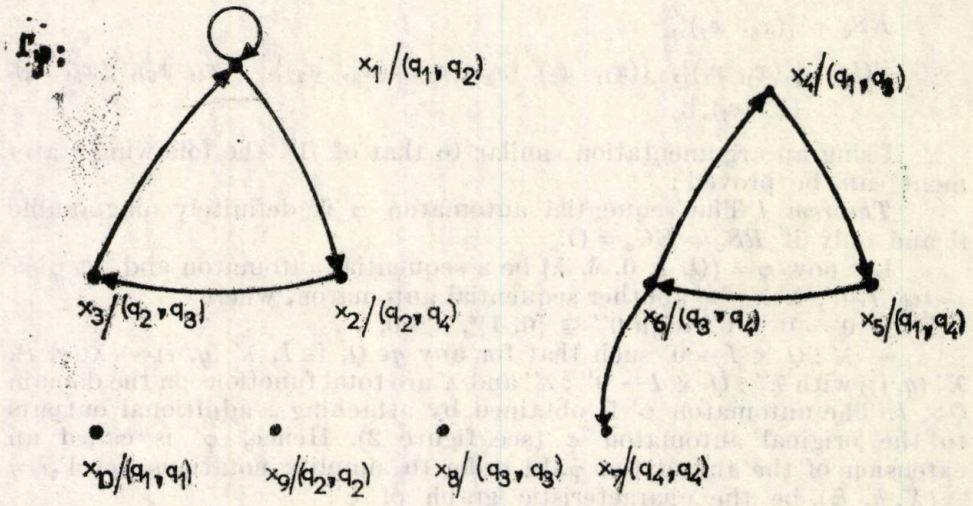
φ	0	1
q_1	q_2,0	q_4,0
q_2	q_1,0	q_2,0
q_3	q_4,1	q_1,0
q_4	q_4,1	q_3,0

(a)

$f_\varphi/V\times(V\cup E)$	q_1, q_2	q_1, q_3	q_1, q_4	q_2, q_3	q_2, q_4	q_3, q_4	q_1, q_1	q_2, q_2	q_3, q_3	q_4, q_4
q_1, q_2	{0}				{1}					
q_1, q_3			{1}							
q_1, q_4						{1}				
q_2, q_3	{1}									
q_2, q_4				{1}						
q_3, q_4		{1}								{0}

Note: Unmarked entries are **Ø**.

(b)



Note: The labelling $h(x)$ is marked adjacent to each node x.

(c)

Fig. 1— Sample sequential automaton

$(\forall q)\ (\forall q')\ (\forall i)\ (\lambda'(q,\ i = \lambda'(q',\ i) \Leftrightarrow \lambda(q,\ i) = \lambda(q',\ i) \wedge \lambda''(q,i) = \lambda''(q',\ i))$.
Therefore

$$(\forall \tilde{p})\,(\forall \tilde{q})\,(\forall i)\,(\tilde{p} \xrightarrow[\delta,\ \lambda']{i} \tilde{q} \Rightarrow \tilde{p} \xrightarrow[\delta,\ \lambda]{i} \tilde{q})$$

or

$$(\forall \tilde{p})\,(\forall \tilde{q})\,(f_{\varphi'},\ (\tilde{p},\ \tilde{q}) \subseteq f_\varphi(\tilde{p},\ \tilde{q}))$$

We obtain immediately:

Corollary 2.1. $RS_{\varphi'} \subseteq RS_{\varphi}$ and $EC_{\varphi'} \subseteq EC_{\varphi}$.

As shown in /1/, for any sequential automaton φ which is not definitely diagnosable there exists an extension φ' of φ such that φ' is a definitely diagnosable sequential automaton. Indeed, let s be the smallest positive integer such that $2^s \geqslant r$, where $r = |Q|$ (fot any finite set T, $|T|$ denotes the cardinality of T). For $z \geqslant s$ we can always define a function $\lambda'' : Q \times I \to 0''$, $0'' \subseteq \{0, 1\}^z$ such that

$$(\forall q)\ (\forall q')\ (\forall i)\ (q \neq q' \Rightarrow \lambda''(q, i) \neq \lambda''(q', i))$$

and therefore

$$(\forall q)\ (\forall q')\ (\forall i)\ (q \neq q' \Rightarrow \lambda'(q, i) \neq \lambda'(q', i)).$$

In conjunction with Theorem 2, it follows that in this case $\tilde{\varphi}' = \emptyset$ and therefore $RS_{\varphi'} = EC_{\varphi'} = \emptyset$. By Theorem 1 φ' is a definitely diagnosable sequential automaton.

The construction given above, using a sufficient number of adequately "encoded" additional outputs, eliminates all the arcs from the graph Γ_{φ}. Actually, based on Theorem 1, it is necessary and sufficient to eliminate from Γ_{φ} only those arcs whose target node corresponds to a pair of repeated states and to "cut" each e.c. in Γ_{φ}, by eliminating an appropiate arc from each e.c. The problem which naturally arises is to determine the minimum number z of additional outputs required in order to accomplish this task. This problem remained unsolved in /1/. It was also approached in /2/ by means of an itterrative technique. Basically, the method presente in /2/ checks for $z = 1, 2, \ldots$ whether z additional outputs are sufficient in order to obtain a definitely diagnosable extension. In the following section we shall show that the problem stated above can be solved mainly by finding the chromatic number for a finite number of graphs. The method presented here determines directly from the characteristic graph Γ_{φ} of the original sequential automaton φ the minimum number of additional outputs required in order to obtain a definitely diagnosable extension φ' of φ; there by eliminating the need for an iterrative technique such as that of /2/.

2. A method for finding the necessary and sufficient number of additional outputs

Let φ be a sequential automaton and let φ' be an extension thereof. Let $\Gamma_{\varphi} = (X, h, \tilde{\varphi})$ and $\Gamma_{\varphi'} = (X, h, \tilde{\varphi}')$ be the characteristic graphs of φ and φ', respectively and let $x, x' \in X$ be a pair of nodes such that $x\ \tilde{\varphi}\ x'$. We have $x\ \tilde{\varphi}\ x' \Leftrightarrow f_{\varphi}(h(x), h(x')) \neq \emptyset$. Suppose $h(x) = (p', p'')$. Based on Theorem 2, the necessary and sufficient condition on the function λ''

for the elimination of the arc in Γ_φ directed from x to x' can be written as follows :

$$x \underset{\varphi}{\sim} x' \Leftrightarrow f_{\varphi'}(h(x),\ h(x')) = \emptyset \Leftrightarrow \bigwedge_{i \in f_\varphi(h(x),\ h(x'))} \lambda''(p',\ i) \neq \lambda''(p'',\ i)$$

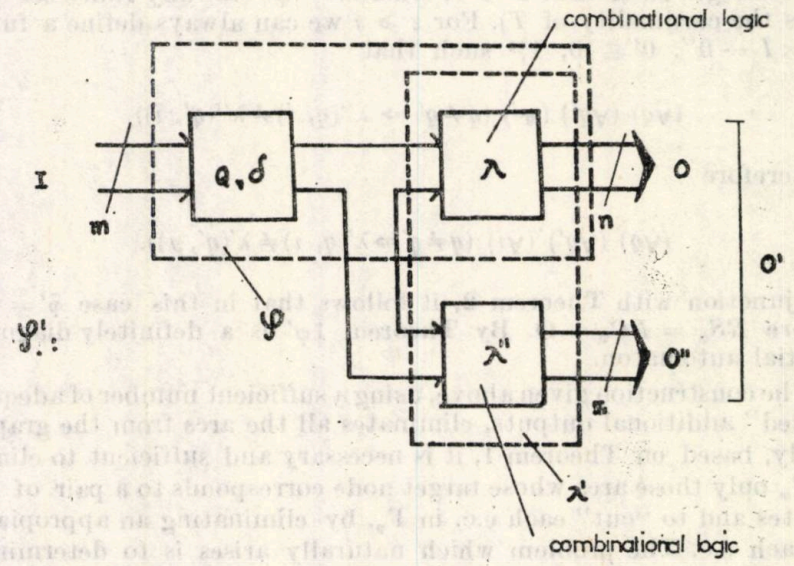
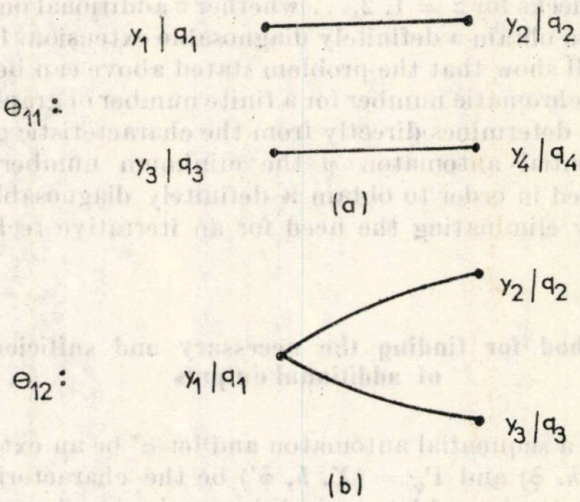


Fig. 2 — φ' — Extension of the sequential automaton φ.



Note : The labelling $g_{jt}(y)$ is marked adjacent to each node y.

Fig. 3 — Characteristic graphs of the conditions ω_{11} and ω_{12}.

For the sake of brevity let us denote by $\nu(h(x), i)$ the condition $\lambda''(p', i) \neq \lambda''(p'', i)$ and by $\varepsilon(h(x), h(x'))$ the condition

$$\bigwedge_{i \in f_\varphi(h(x),\, h(x'))} \nu(h(x), i), \text{ i.e. } x \underset{\varphi}{\sim} x' \Leftrightarrow \varepsilon(h(x), h(x')).$$

According to Theorem 1 φ' is definitely diagnosable if and only if $RS_{\varphi'} = EC_{\varphi'} = \emptyset$. But,

$$RS_{\varphi'} = EC_{\varphi'} = \emptyset \Leftrightarrow \bigwedge_{(x, x') \in RS_\varphi} \varepsilon(h(x), h(x')) \wedge \bigwedge_{\langle \gamma \rangle \in EC_\varphi}$$

$$\left(\bigvee_{(x, \gamma_s, x_{s+1}) \in \langle \gamma \rangle} \varepsilon(h(x_{\gamma_s}), h(x_{\gamma_{s+1}})) \right)$$

Let C_φ denote the condition on the right hand side of the above formula and let $\tilde{C}_\varphi$ denote the equivalent sum-of-products condition obtained by opening the parantheses in C_φ, by reducing within the individual products identical ε-terms and by reducing identical products. Then, $RS_{\varphi'} = EC_{\varphi'} = \emptyset \Leftrightarrow \tilde{C}_\varphi$, where $\tilde{C}_\varphi$ has the general form :

$$\tilde{C}_\varphi = \bigvee_{j=1}^{a} \left(\bigwedge_{k=1}^{bj} \varepsilon(h(x_{jk}), h(x'_{jk})) \right) = \bigvee_{j=1}^{a} \Omega_j.$$

Each product $\Omega_j = \bigwedge_{k=1}^{bj} \varepsilon(h(x_{jk}), h(x'_{jk}))$, for $j = 1, \ldots, a$, represents a condition on the function λ'' which if satisfied guarantees that φ' is definitely diagnosable.

Example For the sample sequential automaton of figure 1 a, we have :

$$C_\varphi = \varepsilon((q_3, q_4), (q_4, q_4)) \wedge \varepsilon((q_1, q_2), (q_1, q_2)) \wedge (\varepsilon(q_1, q_2), (q_2, q_4)) \vee \varepsilon((q_2, q_4),$$
$$(q_2, q_3)) \vee \varepsilon((q_2, q_3), (q_1, q_2))) \wedge (\varepsilon(q_1, q_3), (q_1, q_4)) \vee \varepsilon((q_1, q_4),$$
$$(q_3, q_4)) \vee \varepsilon((q_3, q_4), (q_1, q_3)))$$

and hence $\tilde{C}_\varphi = \bigvee_{j=1}^{9} \Omega_j$, where

$\Omega_1 = \varepsilon((q_3, q_4), (q_4, q_4)) \wedge \varepsilon((q_1, q_2), (q_1, q_2)) \wedge \varepsilon((q_1, q_2), (q_2, q_4)) \wedge$
$\wedge \varepsilon((q_1, q_3), (q_1, q_4))$,

$\Omega_2 = \varepsilon((q_3, q_4), (q_4, q_4)) \wedge \varepsilon((q_1, q_2), (q_1, q_2)) \wedge \varepsilon((q_1, q_2), (q_2, q_4)) \wedge$
$\wedge \varepsilon((q_1, q_4), (q_3, q_4))$,

$\Omega_3 = \varepsilon((q_3, q_4), (q_4, q_4)) \wedge \varepsilon((q_1, q_2), (q_1, q_2)) \wedge \varepsilon((q_1, q_2), (q_2, q_4)) \wedge$
$\wedge \varepsilon((q_3, q_4), (q_1, q_3))$,

etc.

Based on the condition $\tilde{C}_\varphi$ we can now determine z, the necessary and sufficient number of additional outputs. Let us first consider an arbitrary product Ω_j contained in the condition $\tilde{C}_\varphi$, $\Omega_j = \bigwedge_{k=1}^{b_j} \varepsilon(h(x_{jk}), h(x'_{jk}))$. It can be rewritten as:

$$\Omega_j = \bigwedge_{t=1}^{b'_j} \left(\bigwedge_{s=1}^{c_{jt}} \nu(h(x_{jts}), i_{jt}) \right) = \bigwedge_{t=1}^{b'_j} \omega_{jt}$$

where the ε—terms' have been replaced by the corresponding products of ν—terms and the ν—terms have been regroupped according to the corresponding input symbol. Note that two distinct ε-terms cannit generate identical ν—terms. Moreover, note that the products ω_{jt}, for $t = 1, \ldots b'_j$ represent independent conditions on the function λ'', as for as z is concerned, since they refer to distinct input symbols.

Example Let us consider the product Ω_1, for example:

$$\Omega_1 = \varepsilon((q_3, q_4), (q_4, q_4)) \wedge \varepsilon((q_1, q_2), (q_1, q_2)) \wedge \varepsilon((q_1, q_2), (q_2, q_4)) \wedge \varepsilon((q_1, q_3), ((q_1, q_4)) = \nu((q_3, q_4), 0) \wedge \nu((q_1, q_2), 0) \wedge \nu((q_1, q_2), 1) \wedge \nu((q_1, q_3), 1).$$

Hence, $\Omega_1 = \omega_{11} \wedge \omega_{12}$ where $\omega_{11} = \nu((q_3, q_4), 0) \wedge \nu((q_1, q_2), 0)$ and $\omega_{12} = \nu((q_1, q_2), 1) \wedge \nu((q_1, q_3), 1)$.

Let now z_j and z_{jt} denote the minimum number of additional outputs required in order to satisfy the conditions Ω_j and ω_{jt}, respectively. Evidently, $z_j = \max \{z_{jt} \mid t = 1, \ldots, b'_j\}$ and $z = \min \{z_j \mid j = 1, \ldots, a\}$.

It follows that in order to determine z we have to determine the values z_{jt}, for $t = 1, \ldots, b'_j$, $j = 1, \ldots, a$. To this end let us consider an arbitrary product $\omega_{jt} = \bigwedge_{s=1}^{c_{jt}} \nu(h(x_{jts}), i_{jt})$ and let

$$R_{jt} = \{h(x_{jts}) \mid s = 1, \ldots, c_{jt}\}.$$

R_{jt} is a binary asymmetric relation on the set of states Q. Moreover, $R_{jt} \cap E = \emptyset$. Let d_{jt} and r_{jt} denote the domain and the range, respectively of the relation R_{jt} and let $D_{jt} = d_{jt} \cup r_{jt}$;

$D_{jt} \subseteq Q$ represents the set of states which occur in the condition ω_{jt}. We can now define the graph $\theta_{jt} = (Y_{jt}, g_{jt}, \xi_{jt})$, called the characteristic graph of the condition ω_{jt} as follows:

— Y_{jt} is a set of nodes,

— $g_{jt} : Y_{jt} \to D_{jt}$ is a bijection called the labelling function of the nodes,

— ξ_{jt} is a relation on the set Y_{jt}, where for any $y, y' \in Y_{jt}$, $y \xi_{jt} y' \Leftrightarrow (g_{jt}(y), g_{jt}(y')) \in R_{jt}$. The graph contains an arc between the nodes y and y' if and only if $y \xi_{jt} y'$.

Note that since ξ_{jt} is the image of the relation R_{jt} under the mapping g_{jt}^{-1}, ξ_{jt} is an asymmetric relation on the set Y_{jt} and for any $y \in Y_{jt}$ $(y, y') \notin \xi_{jt}$.

It should be obvious now that z_{ji} is the smallest positive integer such that $2^{z_{ji}} \geq \tau_{ji}$, where τ_{ji} represents the chromatic number of θ_{ji}, the characteristic graph of the condition ω_{ji}. Algorithms for finding the chromatic number of a given graph can be found in the literature (see, for example, /3/).

Example We have $\omega_{11} = \nu((q_3, q_4), 0) \wedge \nu((q_1, q_2), 0)$ and $\omega_{12} = \nu((q_1, q_2), 1) \wedge \nu((q_1, q_3), 1)$. Hence

$$R_{11} = \{(q_3, q_4), (q_1, q_2)\}, \; d_{11} = \{q_1, q_3\}, \; r_{11} = \{q_2, q_4\},$$

$$D_{11} = \{q_1, q_2, q_3, q_4\}, \; R_{12} = \{(q_1, q_2), (q_1, q_3)\}, \; d_{12} = \{q_1\},$$

$$r_{12} = \{q_2, q_3\}, \; D_{12} = \{q_1, q_2, q_3\}.$$

The characteristic graphs θ_{11} and θ_{12} of the conditions ω_{11} and ω_{12}, respectively are depicted in figures 3a and 3b, respectively. Since $\tau_{11} = \tau_{12} = 2$ it follows that $z_{11}\, z_{12} = 1$ and hence $z_1 = 1$. Similary $z_j = 1$, for $j = 2, \ldots, 9$ and therefore $z = 1$. Consequently, in this particular case, a single additional output is necessary and sufficient in order to obtain a devfinitely tional output is necessary and sufficient in order to obtain a devfinitely diagnosable extension of the given sequential automaton.

Conclusions

The method presented in the previous section enables us to determine the minimum number of additional outputs required in order to convert a given sequential automaton φ into a definitely diagnosable sequential automaton. Evidently, these additional outputs do not affect in any way the input-output and state behaviour of φ and are used for test purposes only (/1/). Finding the minimum number of such additional outputs is important especially for complex sequential automata, with a large number of input and output terminals, in a standardized test environment where the number of available terminals at the board connector is critical.

REFERENCES

1. *Kohavi, Z.* „Switching and finite automata theory" Mc Graw Hill, 1970.
2. *Robach, Ch.*, „Méthodologie de test de processeurs. Impacts sur la conception", Thése, Université Scientifique et Medicale de Grenoble, Institut National Politechnique de Grenoble, 1975.
3. *Christofides, N.* „An algorithm for the chromatic number of a graph", The Computer Journal, Vol. 14, No. 1, February 1971.

Notă asupra sintezei optimale a automatelor secvențiale definitiv diagnosticabile

Orice automat secvențial poate fi transformat într-un automat secvențial definitiv diagnosticabil prin atașarea unor ieșiri suplimentare codificate corespunzător. Articolul de față prezintă o metodă pentru determinarea numărului necesar și suficient de ieșiri suplimentare bazată pe conceptul de număr cromatic al unui graf.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI SERIA ELECTROTEHNICĂ

apare trimestrial, în continuarea vechilor periodice științifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din București" și «Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București».

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea științifică a corpului didactic din institut. În limita spațiului disponibil, se pot publica și lucrări științifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondența privind articolele, schimburile de publicații și abonamentele se fac pe adresa institutului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI РАЗДЕЛ ЕЛЕКТРОТЕХНИКИ

Выходит четыре раза в год, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din București", «Buletinul Institutului politehnic "Gheorghe Gheorghiu-Dej" București».

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского политехнического института. В пределах возможностей будут опубликоваться и научно-исследовательские работы специалистов извне.

Переписка, обмен периодическими изданиями и подписка производятся по адресу института.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI ELECTROTEHNICS SERIES

The Bulletin is issued quarterly, continuing the old scientific periodicals : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din București" and «Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București».

Organized on a new basis, it primarily reflects the scientific activity of the academic staff from Institute. Researchers from outside the institute can also publish their papers within the available space.

The correspondance regarding the articles, change of publications and subscriptions are sent to the following address.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI SÉRIE ELECTROTECHNIQUE

parait tous les trois mois, continuant les anciens périodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din București" et «Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București».

Organisé sur de nouveaux principes il reflète tout d'abord l'activité scientifique du corps enseignant de l'Instiut. Dans la limite de l'espace disponible on peut y publier aussi les travaux scientifiques des collaborateurs de l'extérieur.

L'adresse pour la correspondance concernant les articles, les échanges de publications et les abonnements est :

Adresa : **INSTITUTUL POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI ROMANIA**
Splaiul Independenței nr. 313
Căsuța Poștală nr. 2356
(pentru Buletinul Institutului)
Seria Electrotehnică

1980 DEC 19

Lei 20

F 1130/2

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

SERIA ELECTROTEHNICĂ

TOMUL XLII NUMĂRUL 3 ANUL 1980
IULIE—SEPTEMBRIE

COMITETUL DE REDACȚIE

REDACTOR RESPONSABIL : Academician *Radu Voinea*

MEMBRII : Prof. dr. ing. *Constantin Bălă* (redactor responsabil adjunct) ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin* (secretar științific) ; Prof. dr. docent ing. *Virgil Constantinescu* ; Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu* ; Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan* ; Prof. dr. ing. *Nicolae Geru* ; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* ; Prof. dr. *Ion Grădișteanu* ; Prof. dr. ing. *Gheorghe Hortopan* ; Prof. ing. *Jean Moncea* ; Academician *Ecaterina Ciorănescu Nenițescu* ; Prof. dr. ing. *Aurel Oprean* ; Prof. dr. ing. *Mircea Petrescu* ; Prof. dr. ing. *Ion Popescu* ; Prof. dr. ing. *Marin Rădoi* ; Prof. dr. ing. *Marcel Segărceanu* ; Prof. dr. *Octavian Stănășilă* ; Prof. dr. docent ing. *Ion Teoreanu* ; Prof. dr. docent *Rodica Vilcu*.

Editor : Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București
Splaiul Independenței 313, Tel. 31.40.10, România, Căsuța poștală 2356
TELEX : 10.490 PIBUH

Readers from abroad can get subscriptions for this newspaper trough ILEXIM **import-export press**, 13 Decembrie St. Nr. 3, P.O.B. 2001, telex 011226, Bucharest ROMANIA

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1883

Sumar

MATEMATICĂ

T. Constantinescu
Some Remarks in Systems Realisation 3

FIZICĂ

V.L. Fara, R. Grigorescu
Modelul matematic al unui colector solar plan cu focalizare 11

M. Stan
A Method for Computing the Fluctuation Spectrum in Weak Nonlinear Systems 19

ELECTROTEHNICĂ

M. Preda, Ioana Dorobanțu
Extindere a metodelor topologice bazate pe utilizarea unor elemente uniport cu incidențe speciale 29

Cristiana Popeea
Realizări parțiale de stare ale ecuațiilor de circuit cu parametri tranzitorii . . . 39

C. Ghiță
Calculul inductivității de dispersie la transformatoare. 47

ELECTRONICĂ

Gh. Cartianu, A. D. Preda
Sistem de transmisiune a informației de timp 53

M. Drăgulinescu, S. Ciochină, I. Marghescu, Ileana Belușica
Părțile componente ale sistemului de transmisiune a informației de timp . . . 61

AUTOMATICĂ

I. Catană
Utilizarea reacțiilor de presiune și debit în cadrul sistemelor electrohidraulice . . 71

Anca Stoica
Echivalența unor clase de probleme de conducere staționar-optimală 81

CALCULATOARE

Eugenia Kalisz
Transformarea conflictelor prim-urm din gramatici independente de context în conflicte prim-prim 89

V. Cristea
Aspecte privind studiul eficienței instrumentelor de sincronizare a proceselor de calcul paralele . . . . . .

V. Dabija
On a Method for Automated Minimization of Boolean Functions Based on IF-THEN-ELSE Trees . . . . . .

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 3

MATEMATICĂ

C.Z.: 513.882
517.948.35

SOME REMARKS IN SYSTEMS REALISATION

TIBERIU CONSTANTINESCU*

In this note an equivalence relation between systems in Hilbert spaces is presented. The main results are propositions 2, 3 which prove that any minimal system is equivalent with a system given by an operator (in the sense that their transfer functions are equal as germs to infinity).

I. Consider a system $\sum = (A, B, C)$, $A \in L(X)$, $B \in L(U, X)$, $C \in L(X, Y)$, where X, Y, U are separable Hilbert spaces and the transfer function is associated :

$$G_\Sigma : \rho(A) \longrightarrow L(U, Y)$$

$$G_\Sigma(\lambda) = CR(\lambda ; A)B$$

In connection with the transfer function the following equivalence relation between systems is introduced :

$$\sum_1 \sim \sum_2 \Leftrightarrow G_{\Sigma_1} = G_{\Sigma_2}$$

Consider also the following notion of minimality :
"the system $\sum$ is minimal if

$$\bigvee_{n=0}^{\infty} A^n BU = \bigvee_{n=0}^{\infty} A^{*n} C^* U = X"$$

Proposition 1 ([3]) If $\sum_1$ and $\sum_2$ are minimal and equivalent, there is

$$M_0 : X_2 \longrightarrow X_1$$

closed operator with domain dense, with the properties :

$$M_0 A_2 = A_1 M_0$$

(1) $$M_0 B_2 = B_1$$

$$C_1 M_0 = C_2$$

Manuscript received 2 October 1979
* Student University of Bucharest

Proof $G_{\Sigma_1} = G_{\Sigma_2}$, also, in a neighborhood of ∞,

$$C_1 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A_1^n}{\lambda^{n+1}} B_1 = C_2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A_2^n}{\lambda^{n+1}} B_2$$

also $C_1 A_1^n B_1 = C_2 A_2^n B_2$, $\quad \forall n \in N$

From this equality result that

$$C_1 (\alpha A_1)^n B_1 = C_2 (\alpha A_2)^n B_2, \ \forall n \in N, \ \alpha \in R,$$

also we may suppose $\|A_1\| < 1$, $\|A_2\| < 1$

Define the following bounded linear operators :

$$F_i : l^2(0, \infty, U) \longrightarrow X_i, \ i = 1, 2$$

$$F_i(u_0, u_1, \ldots) = \sum_{n=0}^{\infty} A_i^n B_i u_n$$

and $$H_i : l^2(0, \infty, U) \longrightarrow X_i$$

$$H_i (u_0, u_1, \ldots) = \sum_{n=1}^{\infty} A_i^{*n} C_i^* u_n$$

; let $R(F_1)$ be the range of F_1, then, from the minimality of $\sum_1$ and $\sum_2$, $\overline{R(F_1)} = X_1$ and $\overline{R(F_2)} = X_2$.

Consider : $\ker F_2 \oplus (\ker F_2)^{\perp} = l^2 (0, \infty, U)$

$$\begin{array}{ccc} & & \\ F_2 \downarrow & \nearrow & F_2^{-1} \\ R(F_2) & \longrightarrow & X_2 \\ & \text{densly} & \end{array}$$

F_2^{-1} is one-to one and construct :

$$\begin{array}{ccccc} & & X_1 & & \\ & F_1 \nearrow & \uparrow & \nwarrow & \\ & & & & M \\ \ker F_2 \oplus (\ker F_2)^{\perp} & & \nwarrow & F_2^{-1} & \\ & & & & \\ & & R(F_2) & & \end{array}$$

and M has its domain dense. Now, we observe that :

$$H_1^* x = (C_1 x, C_1 A_1 x, \ldots C_1 A_1^n x \ldots) \text{ also}$$

$$H_1^* A_1 B_1 x = (C_1 A_1 B_1 x, \ldots C_1 A_1^{n+1} B_1 x, \ldots) =$$

$$= (C_2 A_2 B_2 x, \ldots C_2 A_2^{n+1} B_2 x, \ldots) = H_2^* A_2 B_2 x$$

and similarly, $H_1^* A_1^n B_1 = H_2^* A_2^n B_2$, $\forall n \in N$;

also
$$H_1^* F_1(u_0, u_1, \ldots) = H_1^* \left(\sum_{n=0}^{\infty} A_1^n B_1 u_n \right) =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} H_1^* A_1^n B_1 u_n = \sum_{n=0}^{\infty} H_2^* A_2^n B_2 u_n =$$

$$= H_2^* F_2(u_0, u_1 \ldots)$$

and
$$H_1^* A_1^n F_1 = H_2^* A_2^n F_2 \quad , \quad \forall\, n \in N.$$

From these relations it will result that $M = F_1 F_2^{-1} = H_2^* H_1^{*-1}$ on $R(F_2)$ and

$$A_1 M = M A_2$$

$$M B_2 = B_1$$

$$C_1 M = C_2$$

; we proceed similarly with the adjoint systems, that are minimal and equivalent and we observe that :

$$\langle Mx, y \rangle = \langle F_1 F_2^{-1} x, y \rangle = \langle x, F_2^{-1*} F_1 y \rangle = \langle x, M^* y \rangle ;$$

also the operator M^* associated of the systems $\sum_1^*$ and $\sum_2^*$ similar with M is the adjoint of M ; when M^* has a domain dense result that M is preclosed and now we may take M_0 also the closure of M.

Remarks. (1) Consider the set :

$$I(\sum_1, \sum_2) = \{M : X_2 \to X_1 \text{ with the domain dense and closed, with the properties (1) and } R(F_2) \subset D(M)\}$$

and similar $I(\sum_2, \sum_1)$.

By the proposition 1, if $\sum_1$ and $\sum_2$ are minimal and equivalent then $I(\sum_1, \sum_2) \neq \emptyset$

Set $M \in I(\sum_1, \sum_2)$; we observe that $B_2U \subset R(F_2)$, also $B_2U \subset D(M)$, and

$$A_1B_1 = A_1MB_2 = MA_2B_2 \text{ and similar}$$

$$A_1^nB_1 = MA_2^nB_2, \ \forall n \in N \text{ on } R(F_2); \text{ also}$$

$$M\,A_2^nB_2 = M_0A_2^nB_2\,.$$

We obtain the following properties :

„ $M \in I\,(\sum_1, \sum_2) \Rightarrow M_0 \subset M$"

„ $M \in I\,(\sum_1, \sum_2) \Rightarrow MR(F_2) \subset R(F_1)$".

Finally, proceeding as in the proposition 1, we obtain an operator N_0 closed and with domain dense, with the properties :

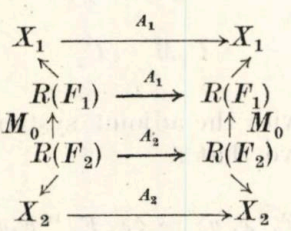
$$N_0A_2 = A_1N_0$$

$$N_0B_2 = B_1$$

$$C_1N_0 = C_2$$

and $N_0M_0 = I_{R(F_2)}$, $M_0N_0 = I_{R(F_1)}$.

2)We obtain the commutative diagram :



with M_0 : $R(F_2) \to R(F_1)$ one-to-one.

In observation 1, we try to show the connection between the proposition 1 and the notions of similarity and quasisimilarity ([3], [4]).

II. It is clear that for obtain the similarity of the operators A_1 and A_2, we are in need of a new conditions for the two systems $\sum_1$ and $\sum_2$. Consider two systems $\sum_1$ and $\sum_2$ with the same state-space and we consider the following definition :

"the pair of operators $(A, B) \in L\,(X) \times L(X)$ has the property P if :

$$\exists \beta > 0 \text{ with } \mathrm{Re}\,\langle Ax, By\rangle \geqslant \beta\,|\,Re\,\langle x, y\rangle\,| \qquad \forall x, y \in X."$$

Proposition 2 If $\sum_1$ and $\sum_2$ are minimal and equivalent and the pairs (C_1, C_2) and (B_2^*, B_1^*) are the property P, there is a familly of bounded and one-to-one operators with the properties (1).

Proof. From the theorem 2.14 ([1]) and the corolar 17VIII ([2]), the operator M_0 generate a strongly continuous group of operators $T(.)$ with $\| T(t)\| \leqslant e^{\omega|t|} \Leftrightarrow \forall\, |\lambda| > \omega \geqslant 0$,

$$\|(\lambda I - M_0)x\| \geqslant (|\lambda| - \omega)\,\|x\| \ , \quad x \in D(M_0)$$

$$\|(\lambda I - M_0^*)x\| \geqslant (|\lambda| - \omega)\|x\| \ , \quad x \in D(M_0^*)\,;$$

first relation is equivalent with

$$\langle \lambda x - M_0 x,\ \lambda x - M_0 x\rangle \geqslant (|\lambda| - \omega)^2\,\|x\|^2,\ x \in D(M_0),\ |\lambda| > \omega$$

$$\lambda^2\,\|x\|^2 - 2\lambda Re\,\langle M_0 x,\ x\rangle + \|M_0 x\|^2 \geqslant (|\lambda| - \omega)^2\|x\|^2$$

$$2(|\lambda|\omega\|x\|^2 - \lambda Re\,\langle M_0 x,\ x\rangle) + \|M_0 x\|^2 - \omega^2\,\|x\|^2 \geqslant 0.$$

Now $x \in X$, set $F_2^{-1}\,x = (u_0, u_1, \ldots)$ result $\sum\limits_{n=0}^{\infty} A_2^n B_2 u_n = x$, them :

$$|\operatorname{Re}\,\langle F_1 F_2^{-1} x,\ x\rangle| = \left|\operatorname{Re}\left\langle \sum_{n=0}^{\infty} A_1^n B_1 u_n,\ \sum_{m=0}^{\infty} A_2^m B_2 u_m \right\rangle\right| \leqslant$$

$$\leqslant \frac{1}{\beta}\operatorname{Re}\left\langle C_1 \sum_{n=0}^{\infty} A_1^n B_1 u_n,\ C_2 \sum_{m=0}^{\infty} A_2^m B_2 u_m \right\rangle =$$

$$= \frac{1}{\beta}\operatorname{Re}\left\langle \sum_{n=0}^{\infty} C_1 A_1^n B_1 u_n,\ \sum_{m=0}^{\infty} C_2 A_2^m B_2 u_m \right\rangle =$$

$$= \frac{1}{\beta}\operatorname{Re}\left\langle \sum_{n=0}^{\infty} C_2 A_2^n B_2 u_n,\ \sum_{m=0}^{\infty} C_2 A_2^m B_2 u_m \right\rangle =$$

$$= \frac{1}{\beta}\operatorname{Re}\left\langle C_2 \sum_{n=0}^{\infty} A_2^n B_2 u_n,\ C_2 \sum_{m=0}^{\infty} A_2^m B_2 u_m \right\rangle =$$

$$= \frac{1}{\beta}\operatorname{Re}\,\langle C_2 x,\ C_2 x\rangle = \frac{1}{\beta}\,\|C_2 x\|^2 \leqslant \frac{1}{\beta}\,\|C_2\|^2\,\|x\|^2$$

also $|\operatorname{Re}\,\langle M_0 x,\ x\rangle| \leqslant \beta'\,\|x\|^2,\ x \in D(M_0)$.

A similar inequality may be proved for M_0^* and observe that may be considered ω so that the following relation is fulfiled :

$$2(|\lambda|\,\omega\,\|x\|^2 - \lambda\,\mathrm{Re}\,\langle M_0x,\,x\rangle) + \|M_0x\|^2 - \omega^2\|x\|^2 \geqslant 0,\ |\lambda| > \omega$$

and similar for M_0^* also M_0 is the generator of a strongly continuous group of operators T(.).

For $t > 0$, from lemma 2.11 ([1]), for $\lambda > \omega$, $\lambda \in \rho(M_0)$ and

$$R(\lambda;\,M_0)x = \int_0^\infty e^{-\lambda t}T(t)x\mathrm{d}t$$

; but $A_1M_0 = M_0A_2$ on $D(\mathrm{M_0})$ then $A_1R(\lambda;\,M_0) = R(\lambda;\,M_0)\,A_1$

also :
$$\int_0^\infty e^{-\lambda t}A_1T(t)\ x\,dt = \int_0^\infty e^{-\lambda t}\ T(t)\,A_2\ x\,dt$$

$$\int_0^\infty e^{-\lambda t}\,(A_1T(t) - T(t)\,A_2)\,y\,dt = 0$$

and from lemma 15 VIII ([2]) result :

$A_1T(t) = T(t)A_2$ almost everywhere in $(0, \infty)$ and similar

$$T(t)B_2 = B_1 \quad \text{and} \quad C_1T(t) = C_2\,.$$

But $T(\cdot)$ is a group of operators, then every $T(t)$ is one-to-one

Remark. It may be considered the following relation :

$\sum_1 \approx \sum_2 \Leftrightarrow (\exists)M$ bounded and one-to-one with the properties (1); observe that $\approx$ is an equivalence relation and $\sum_1 \approx \sum_2 \Rightarrow \sum_1 \sim \sum_2$

Set $\sim \textcircled{H}\,(z) = G\left(\dfrac{1}{z}\right)$

Lemma 1 If $\sum_1 \sim \sum_2$ and

$\sum_1$ is minimal and $\sim \textcircled{H}_1$ is bounded on $\mathcal{D} = \{z \in C \mid |z| < 1\}$,

$\sum_2$ is continuously exactly controllable and observable (from ([3]), then $\sum_1$ is continuously exactly controllable and observable.

Proof. From the theorem 4.1 ([3]), A_2 is similar to a contraction of C_{00} and from the relations $H_1^*A_1^n\,B_1 = H_2^*A_2\,B_2$, $\forall n \in N$, result $\|F^*x\| \geqslant \varepsilon\,\|x\|$, $x \in \mathcal{D}(F^*)$ and similar, $\|H^*x\| \geqslant \varepsilon'\,\|x\|$, $x \in \mathcal{D}(H^*)$ also when $\sim \textcircled{H}_1$ is bounded on $\mathcal{D}$, from lemma 3b.1 ([3]), $\sum_1$ is continuously exactly controllable and observable.

Proposition 3. If $\sum_1$ and $\sum_2$ are minimal and equivalent, $\sigma(A_1)$, $\sigma(A_2) \subset \mathcal{D}$, then there is a bounded and one-to-one operator with the properties (1).

Proof. Consider $\sum_1 = (A_1, B_1, C_1)$ with $\sigma(A_1) \subset D$ and

$$\textcircled{H}_1 = \frac{\sim \textcircled{H}_1/D}{\sup_{z \in D} \| \sim \textcircled{H}_1(z) \|}$$

is analytic and contractive on D and $\textcircled{H}_1(0) = 0$; from the results of ([4]), it is a cnu contraction with

$$\textcircled{H}_1 = U_1 \textcircled{H}_{T_1} V_1$$

where U_1 and V_1 are unitary operators and $\textcircled{H}_{T_1}$ it the characteristic function of T_1.

The system $\sum_1' = (T_1^*/\mathfrak{D}_1, D_1/\mathfrak{D}_1 V_1, U_1 D_{1*})$, D_1, D_{1*} and $\mathfrak{D}_1$, $\mathfrak{D}_{1*}$ are the defect operators and the defect spaces of T_1, is continuously exactly controllable and onbservable and from lemma 1, $\sum_1$ is continuously exactly controllable and observable. Similarly, $\sum_2$ is continuously exactly controlable and observable, also, from the theorem 3b1 ([3]), that is a more precisely form of proposition 1,

$$\sum_1 \approx \sum_2 .$$

Remark. Consider a minimal system $\sum = (A, B, C)$; we associate for every $\varepsilon > 0$,

$$\sum_\varepsilon = \left(\frac{A}{|A|_{sp} + \varepsilon}, B, C \right)$$

$$\sigma\left(\frac{A}{|A|_{sp} + \varepsilon} \right) = \frac{\sigma(A)}{|A|_{sp} + \varepsilon} \subset D$$

also, from the first step of the proof of the proposition 3, it is a cnu contraction T and the unitary operators U and V, with

$$\sim \textcircled{H}_2(z) = \sup_{\lambda \in D} \| \sim \textcircled{H}_\varepsilon(\lambda) \| U \textcircled{H}_T V$$

aîso $$C \left(\frac{A}{|A|_{sp} + \varepsilon} \right)^n B = \sup_{\lambda \in D} \| \sim \textcircled{H}_\varepsilon(\lambda) \| U D_* T^{*n} D/\mathfrak{D} \cdot V$$

$$CA^n B = \sup_{\lambda \in D} \| \sim \textcircled{H}_\varepsilon(\lambda) \| U D_* ((|A|_{sp} + \varepsilon) T^*)^n D/\mathfrak{D} \cdot V$$

and from proposition 1, it is a closed operator M with domain dense and :

$$MA = (|A|_{sp} + \varepsilon) T^* M$$

$$C = M \sup_{\lambda \in D} \| \sim \textcircled{H}_\varepsilon(\lambda) \| U D^*$$

$$MB = D/\mathfrak{D} V$$

; let $\hat{\sigma}(A)$ be the unbounded connected component of the complement of $\sigma(A)$, the spectrum of A, then, we observe that $\hat{\sigma}(A) = \hat{\sigma}((|A|_{sp} + \varepsilon)T)$.

Thus, we obtain that every minimal system is equivalent with a system described only an operator T (in the sense that then transfer functions are equals, as germs at ∞).

REFERENCES

1 *R. F. Curtain* IA.*J. Pritchard*, Infinite Dimensional Linear System Theory, Springer Verlag 1978.
2 *N. Dunford, J. T. Schwartz* Linear Operators, part I, 1958.
3. *J.W. Helton* Discrete time systems, operator models and scattering, theory, J. functional Analysis vol 16, 15—38, 1974.
4 *B. Sz. Nagy* Unitary dilation theory of Hilbert spaces and related topics, Expository Lectures from CBMS Regional Conference held at the University of New Hampshire, 1971.

Cîteva observaţii asupra realizării sistemelor

În lucrare este introdusă o relaţie de echivalenţă între sisteme modelate în spaţii Hilbert avînd aceeaşi funcţie de transfer. Rezultatele principale sînt propoziţiile 2 şi 3, care arată că orice sistem minimal este echivalent cu un sistem dat de un operator (în sensul că funcţiile de transfer sînt egale ca germeni la infinit).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 3

C.Z. 535.2
519.283.: 513.1
620.92

MODELUL MATEMATIC AL UNUI COLECTOR SOLAR PLAN CU FOCALIZARE

V.L. FARA, R. GRIGORESCU*

Este studiat un tip special de colector cu focalizare, avînd un sistem de orientare relativ simplu și performanțe termice superioare colectorilor plani. Analiza geometrică a condus la obținerea unor rezultate privind cinematica oglinzilor și a permis calculul ariei suprafeței de colectare și a factorului de concentrare. Studiul bilanțului energetic a făcut posibilă cunoașterea principalilor parametri termici (energia utilă colectată de receptor, randamentul mediu diurn, temperatura maximă atinsă de receptor).

1. Analiza geometrică a modelului

1.1. *Ipoteză de calcul.*

Necesitatea studiului modelului unui astfel de colector a fost impusă de faptul că colectorii solari cu focalizare utilizînd structuri spațiale, pentru debite calorice mari (suprafețe de captare mari), ridică probleme deosebite de orientare. [1] — [3]. Modelul propus ar urma să elimine această deficiență conducînd la valori superioare ale randamentului față de colectorii plani. Pentru simplificarea calculelor, vom face următoarele ipoteze :

— nu vom ține cont de divergența razelor solare ;
— vom neglija efectele de dispersie ;
— vom considera valoarea reflectanței la incidență normală.

1.2. *Construcția geometrică*

Vom studia un șir de oglinzi plane cu centrele de rotație dispuse pe axa $O\ X$ (fig. 1), ce urmează să concentreze razele reflectate pe o linie focală

Manuscris predat redacției la data de 14 martie 1980
* Șef lucrări ; Student, Catedra Fizică

AB, situată la distanța y_0 față de axa OX. Din fig. 1, obținem :

$$\begin{cases} \beta_i = \alpha_i - \omega_i \\ \beta_i = \gamma_i + \omega_i \\ \gamma_i = \operatorname{arctg} \dfrac{y_0}{x} \end{cases} \tag{1}$$

unde : β_i reprezintă unghiul format de normala la oglindă cu axa OX, γ_i unghiul format de razele reflectate cu OX, iar x_i — distanța centrului oglinzii i față de originea O.

Impunînd condiția de focalizare, $\gamma_i = \text{const}$, prin rezolvarea sistemului (1), rezultă :

$$\beta_i = \frac{\alpha + \gamma_i}{2} = \frac{\alpha + \operatorname{arctg} \dfrac{y_0}{x_i}}{2} \tag{2}$$

unde α este unghiul dintre razele incidente și axa OX.

1.3. *Legea de mișcare a oglinzilor*

Folosind relația (2) se obține viteza unghiulară a oglinzilor :

$$\dot{\beta}_i = \frac{\partial}{\partial \alpha}\left(\frac{\alpha \operatorname{arctg} \dfrac{y_0}{x_i}}{2} \right) \cdot \frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{2}\,\dot{\alpha} \tag{3}$$

Din relația (3) se remarcă că toate oglinzile au aceeași lege de mișcare, ceea ce are consecințe practice remarcabile (mecanism comun de orientare).

Din fig. (1) se constată faptul că între oglinzi există un decalaj, unghiular constant $(\gamma_i - \gamma_{i-1})$, dependent de distanța centrului oglinzii față de originea O. Pentru stabilirea acestui decalaj este suficient ca pentru o valoare particulară a lui α să reglăm oglinda i astfel încît normala la centrul oglinzii să facă cu axa OX, unghiul β_i rezultat din calcul. Din considerente practice, alegînd $\alpha = \dfrac{\pi}{2}$ rezultă : $\beta_i = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{\gamma_i}{2}$ (4)

1.4. *Inclinarea colectorului solar față de orizontală*

Vom folosi relația ce exprimă valoarea unghiului θ dintre raza incidentă și normală la o suprafață înclinată către sud și înclinată cu

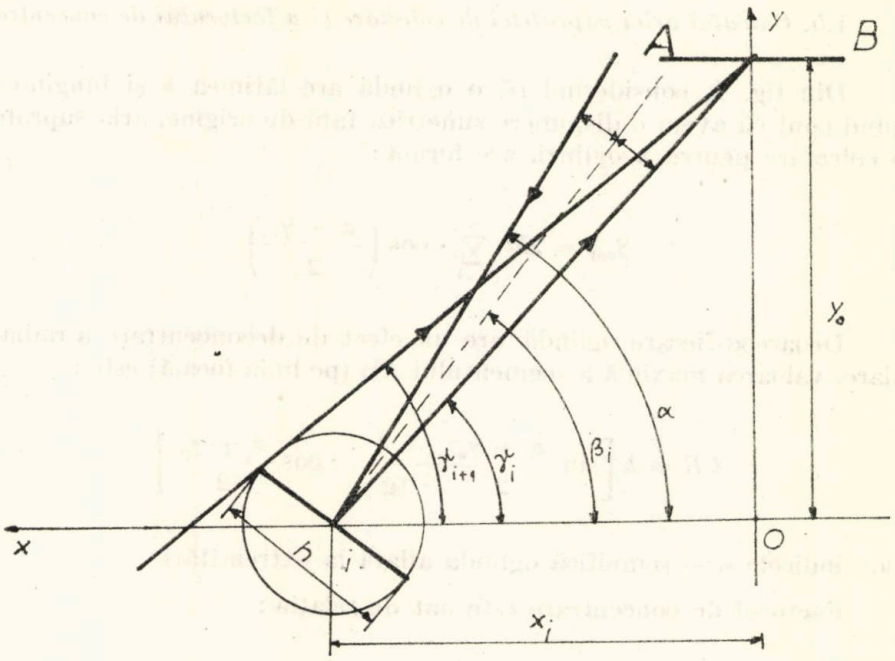


Fig. 1. Elementele geometrice ale unui element de oglindă al colectorului solar plan cu focalizare

unghiul s față de orizontală, [2]:

$$\cos\theta = \sin\delta \sin\varphi \cos s - \sin\delta \cos\varphi \sin s \cos\varepsilon + \cos\delta \cos\varphi \cos s \cos\omega + \\ + \cos\delta \sin\varphi \sin s \cos\gamma \cos\omega + \cos\delta \sin s \sin\gamma \cdot \sin\omega \qquad (5)$$

Deoarece: φ (latitudinea țării noastre) $= \frac{\pi}{4}$

$\varepsilon = 0$ (suprafața fiind orientată permanent pe direcția razelor solare)

$\omega = 0$ (unghiul orar la ora 12)

și impunînd condiția $\theta = 0$ (planul oglinzilor fiind perpendicular pe razele incidente), după prelucrări, se obține:

$$s = \frac{\pi}{4} - \delta \qquad (6)$$

δ fiind declinația „zilei", fiind dat de expresia

$$\delta = 23{,}45 \sin\left[360 \frac{284 + n}{365}\right] \qquad (7)$$

iar n — numărul zilei anului

1.5. *Calculul ariei suprafeței de colectare și a factorului de concentrare.*

Din fig. 1, considerînd că o oglindă are lățimea h și lungimea l, ținînd cont că avem o dispunere simetrică față de origine, aria suprafeței de colectare pentru n oglinzi, are forma :

$$S_{col} = 2hl \sum_{i=1}^{n} \cdot \cos\left(\frac{\alpha - \gamma_i}{2}\right) \tag{8}$$

Deoarece fiecare oglindă are un efect de deconcentrare a radiației solare, valoarea maximă a segmentului AB (pe linia focală) este :

$$AB = h\left[\sin\frac{\alpha + \gamma_n}{2} + \frac{1}{\operatorname{tg}\gamma_n} \cdot \cos\frac{\alpha + \gamma_n}{2}\right] \tag{9}$$

unde indicele n — semnifică oglinda aflată la extremități

Factorul de concentrare este dat de relația :

$$C = 2\sum_{i=1}^{n} \frac{\cos\frac{\alpha - \gamma_i}{2}}{\sin\frac{\alpha + \gamma_i}{2} + \frac{1}{\operatorname{tg}\gamma_i} \cdot \cos\frac{\alpha + \gamma_i}{2}} \tag{10}$$

E de remarcat faptul că intensitatea radiației solare H pe linia focală variază conform curbei din fig. 2

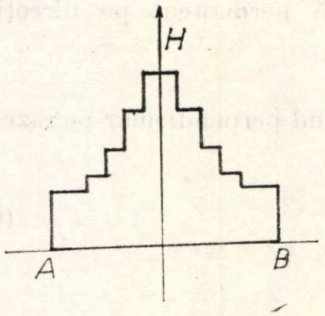


Fig. 2. Variația intensității radiației solare de-a lungul liniei focale.

1.6. *Determinarea coordonatelor centrelor oglinzilor*

Pentru poziționarea elementelor de oglindă avem două posibilități :

— așezarea la distanțe egale ;

— așezarea la distanțe variabile, care să evite umbrirea oglinzilor (fenomenul de umbrire și blocaj).

În primul caz, avem avantaje constructive, dar o utilizare relativ neeconomică fie a spațiului alocat (C_{co} mic), fie a materialului reflectorizant.

În al doilea caz, apar dezavantaje constructive, dar o utilizare mai bună a spațiului alocat.

Dacă dorim ca oglinda $i + 1$ să nu fie mascată de oglinda i vom avea (fig. 1):

$$x_{i+1} = \frac{y_0}{\operatorname{tg}\left[\gamma_i - \operatorname{arc\,tg}\dfrac{h \sin \gamma_i}{2\, y_0}\right]} \tag{11}$$

Impunînd o valoare minimă lui c^*_{co}, obținem

$$\operatorname{tg} \gamma_n = \frac{y_0}{h} \frac{2}{\dfrac{n}{c^*_{co}} - 1} \tag{12}$$

Orele între care este asigurată neumbrirea corespund unghiurilor

$$\alpha \in \left[-\left(\frac{\pi}{2} - \gamma_{n-1}\right);\ \left(\frac{\pi}{2} - \gamma_{n-1}\right)\right].$$

2. Orientarea colectorului solar

Tipul de colector studiat este avantajos pentru orientarea după o singură coordonată, fiind indicat sistemul Est-Vest.

Deoarece vitezele de rotație ale oglinzilor $\left(\dfrac{d\beta}{dt}\right)$ sînt foarte mici și variabile în timp (cu minimul la ora 12,00) sistemul de orientare continuă nu este rentabil. De aceea este indicată orientarea discretă a oglinzilor (fig. 3). În acest caz, unei deplasări maxime admise $d_{\varepsilon\,max}$ a petei focale la nivelul focarului, îi corespunde o eroare unghiulară maximă $\varepsilon_{max} = \operatorname{arctg}\,[d_{\varepsilon\,max}/(y_0/\sin \gamma_n)]$. Intervalul de timp la care este necesară repoziționarea oglinzilor va fi

$$t_R = \frac{\varepsilon_{max}}{\dot{\alpha}} = \frac{1}{\dot{\alpha}} \operatorname{arc\,tg} \frac{d_{\varepsilon\,max} \cdot \sin \gamma_n}{y_0} \tag{13}$$

Din motive constructive, timpul de acționare va fi $t_A = (0,1 \ldots 0,5)\ t_R$. Raportul de reducere a turației la arborele motorului va fi

$$i = 60 \frac{n_A}{\varepsilon_{max}} = \frac{120\, n_A}{\dot{\alpha}^*} \cdot \frac{t_A}{t_R} \tag{14}$$

unde $\dot{\alpha}^*$ este viteza maximă de variație [°/s] a razelor incidente.

3. Bilanțul energetic

Ecuația de bilanț energetic este de forma [2]:

$$\dot{Q}_{col} = \dot{Q}_{rec} - \dot{Q}_p \tag{15}$$

unde: $\dot{Q}_{col}$ reprezintă căldura utilă, $\dot{Q}_{rec}$ — energia radiației solare (primite de tubul receptor), iar $\dot{Q}_p$ — căldura pierdută (mărimile au semnificație de energie în unitatea de timp).

$\dot{Q}_p$ — este căldura pierdută prin convecție și prin conducție, fiind dată de expresia:

$$\dot{Q}_p = U(t_m - t_a) \tag{16}$$

unde: U — este coeficientul global de transfer al tubului receptor cu aerul și cu izolația termică a colectorului, t_m este temperatura medie a sistemului, iar t_a — temperatura aerului ambiant.

Pentru dimensionarea ariei captorului considerat trebuie ținut cont de doi coeficienți specifici modelului:

c_s — coeficientul suprafeței efective medii,

$$c_s = \frac{1}{m \cdot n} \cdot \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \cos \frac{\alpha_j - \gamma_i}{2} \tag{17}$$

exprimînd variația unghiului de incidență al razelor solare în cursul zilei;

— coeficientul de utilizare a suprafeței alocate oglinzilor

$$c_{co} = \frac{nh}{x_n + \frac{h}{2}} \tag{18}$$

rezultat din condiția de neumbrire între anumite ore ale zilei.

Pentru o suprafață receptoare plană, intensitatea radiației solare concentrată pe ea are forma:

$$H_r = C \frac{H}{n} \sum_{i=1}^{n} \sin \gamma_i \tag{19}$$

În aceste condiții, pentru o suprafață de captare, avînd aria S_0, energia utilă colectată de receptor în unitatea de timp va fi:

$$\dot{Q}_{col} = S_0 \cdot \eta_{geom} \cdot \eta_{optic} H_r - \dot{Q}_p \tag{20}$$

unde $\eta_{geom} = C_s \cdot C_o \cdot R$ reprezintă eficiența geometriei modelului, R este un factor ce ține cont de variația unghiului de înălțare a soarelui, iar :

$$\eta_{optic} = \alpha_s \cdot r \cdot \tau$$

unde :

α_s — absorbanța suprafeței receptoare ;

r — reflectanța oglinzilor

τ — transmitanța sticlei (în cazul în care este necesară o izolare termică bună a receptorului).

Energia totală primită de suprafața S_0 ocupată de colector, în unitatea de timp, va fi :

$$\dot{Q} = S_0 H \qquad (21)$$

Randamentul mediu al colectorului, pentru o zi este dat de expresia :

$$\eta_{col} = \frac{\dot{Q}_{col}}{\dot{Q}} \qquad (22)$$

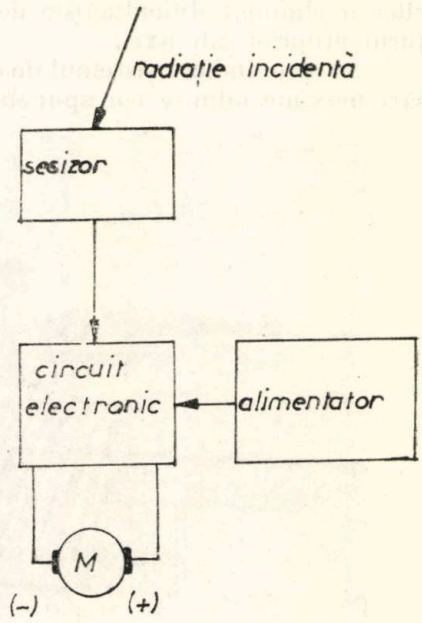


Fig 3. Schema bloc a sistemului de orientare electronică a colectorului solar plan cu focalizare

sau

$$\eta_{col} = \eta_{geom} \cdot \eta_{optic} \cdot \frac{C}{n} \cdot \sin \gamma_i - \sum_{i=1}^{n} \frac{\dot{Q}_p}{S_0 H} = C_s \cdot C \cdot R \cdot \alpha_s \cdot r \cdot \tau \frac{C}{n} \sum_{i=1}^{n} \sin \gamma_i -$$

$$- \frac{U(t_m - t_a)}{S_0 H} \qquad (23)$$

Temperatura maximă atinsă de receptor va fi :

$$T_{max} = \sqrt[4]{\frac{H_r}{\varepsilon T}} = \sqrt[4]{\frac{H \cdot \frac{C}{n} \sum_{i=1}^{n} \sin \gamma_i}{\varepsilon \sigma}} \qquad (24)$$

unde : ε este emisivitatea suprafeței receptoare, iar σ — constanța lui Ștefan Boltzmann.

Concluzii

Principalele rezultate obținute în lucrarea de față privind modelul matematic al unui colector plan cu focalizare sînt :

a) analiza geometrică a colectorului a arătat că toate oglinzile au aceeași lege de mișcare, între oglinzi existînd un decalaj unghiular constant ;

b) din punct de vedere constructiv așezarea în același plan a oglinzilor a eliminat dificultățile de orientare, fiecare oglindă rotindu-se în jurul propriei sale axe;

c) este indicat sistemul de orientare discretă a oglinzilor, unei deplasări maxime admise corespunzîndu-i o eroare unghiulară maximă; sînt

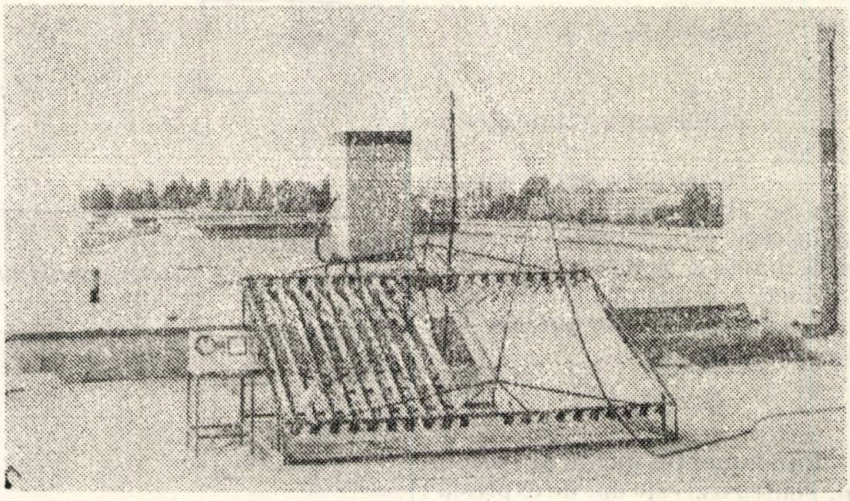


Fig. 4

calculate timpul de repoziționare a oglinzilor, timpul de acționare și raportul de reducere a turației la arborele motorului;

d) eficiența colectorului propus este mai mare decît a colectoarelor plane, dînd și posibilitatea atingerii unor temperaturi superioare;

e) studiul bilanțului energetic al modelului a permis obținerea randamentului global al captorului, evidențiindu-se pierderile geometrice, optice și termice.

Studiul teoretic efectuat a condus la proiectarea și realizarea unui model experimental de colector solar plan cu focalizare, [1], (fig. 4), rezultatele experimentale obținute urmînd a face obiectul unei alte lucrări.

BIBLIOGRAFIE

1 *V. Fara, R. Grigorescu, C. Cecan, A. Savin* „Cercetări privind economisirea combustibililor convenționali prin înlocuirea parțială a acestora, folosind energia solară la uscătoriile de tutun tip Virginia", I.P.B., 1979

2 *J. Duffie, W. Beckman*, „Solar energy thermal processes", John Wiley § Sons, New-York, 1974.

3 *P. Duwez*, „Concentration of solar energy— Introduction to the utilization of solar energy", MC— Graw Hill Book, New-York, 1963.

Mathematical Model of a Solar Focusing Flat Collector

It was studied a special focusing collector with a tracking system relatively simple and thermal performances better than those of flat collectors. The geometrical analysis led to obtaining of some results concerning mirrors kinematics and allowed calculation of collection surface area and concentration ratio. The study of the energy balance equations made possible knowledge of principal thermal parameters (useful energy gain collected by receiver, daily average efficiency, maximum temperature attainable by receiver).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 3

C.Z.: 535.33

A METHOD FOR COMPUTING THE FLUCTUATION SPECTRUM IN WEAK NONLINEAR SYSTEMS

MIRCEA STAN*

A general computing method of fluctuation spectrum for nonlinear convrgent and stable systems is done. The method is based on the expansion in ortonormed polynomials of the probability distribution that characterises the corresponding stationary stochastic process. In several particular cases we shall find results in agreement with those established by other authors.

Introduction

One of the main problems in the study of irreversible process is the computing of the correlation function and the spectral density of fluctuations that characterize the given system. This problem is already solved for linear systems, but so far there isn't still a satisfactory general method for nonlinear processes. The older attempts in this regard are given in [1] — [7] and they are mainly using two equivalent points of view: a) generalizations of the evolution equation for the probability distribution (master equations or Fokker — Planck generalized equations [8, 9]) and b) generalizations of the Langevin equation in nonlinear systems [8]. The obtained results are not free of objections, both principal and particular, and very often they are not compatible among themselves. Various physical models that can be exactly solved (and that constitute in the majority of situations the starting point for various generalization) could not have been ranked in a satisfactory unitary theory. This is due to the fact that no mathematical general theory has been developed for nonstationary stochastic processes and the experimental testing of the results meet great difficulties in nonlinear systems. In fact, a more general theory of such systems can be given only in the restrictive conditions of convergence and continuity, which must be satisfied by the evolution of macroscopic systems. These conditions are implicitly satisfied in linear systems, but for nonlinear systems there is a further hypothesis which must be in conformity with the existent fixed conditions. We shall further present this hypothesis that determine the valability of the obtained results. After this, we shall propose a general method for treating the correlation function and the spectral density of fluctuation in a physical system with slight nonlinearity and we shall analyse our results in some physical particular cases.

Manuscript received 17 March 1980
* Lecturer Physics Dept.

1. Polynomial Expansion

One considers that a certain variable $A(t)$ of the nonlinear system can be obtained by a statistical average of a fluctuating corresponding macrovariable* $\alpha(t)$ whose evolution equation is

$$\dot{\alpha}(t) = f[\alpha(t)] \tag{1}$$

and which describes a convergent process, stable in the Leapunoff-Poincaré sense [10, 11, 12, 13]. We also suppose that the system is near the equilibrium or stationary state implying a slight nonlinearity.

Under these assumptions we propose to compute the correlation function

$$\rho(t_1, t_2) = \langle \dot{\alpha}(t_1)\dot{\alpha}(t_2)\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(\alpha_1)f(\alpha_2)\, P(\alpha_1, \alpha_2, t_1, t_2)\, \mathrm{d}\alpha_1\, \mathrm{d}\alpha_2, \tag{2}$$

where $P(\alpha_1, \alpha_2, t_1, t_2)$ is the distribution function of the stochastic proces $\alpha(t)$ and $\alpha_1 = \alpha(t_1)$, $\alpha_2 = \alpha(t_2)$. If the process is stationary, the correlation function depends only on the difference $\tau = t_2 - t_1$ and (2) becomes

$$\rho(\tau) = \langle \dot{\alpha}_1(t)\, \dot{\alpha}_2(t+\tau)\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(\alpha_1)f(\alpha_2)P(\alpha_1, \alpha_2, \tau)\, \mathrm{d}\alpha_1\, \mathrm{d}\alpha_2. \tag{3}$$

We shall expand $P(\alpha_1, \alpha_2, t_1, t_2)$ in ortonormed polynomials $Q_m(\alpha_1, t_1)$ $Q_n(\alpha_2, t_2)$ choosing as ponderation function the unidimensional distribution function $P_1(\alpha, t)$

$$P(\alpha_1, \alpha_2, t_1, t_2) = P_1(\alpha_1, t_1)P_1(\alpha_2, t_2) \sum_{m,n=0}^{\infty} a_{mn}(t_1, t_2)Q_m(\alpha_1, t_1)Q_n(\alpha_2, t_2). \tag{4}$$

The coefficients a_{mn} are obtained by multiplying relation (4) with $Q_i(\alpha_1, t_1)\, Q_j(\alpha_2, t_2)$ and integrating over α_1 and α_2. Taking into account the ortonormation condition

$$\int_{-\infty}^{+\infty} P_1(\alpha, t)\, Q_i(\alpha, t)Q_j(\alpha, t)\, \mathrm{d}\alpha = \delta_{ij} \tag{5}$$

we obtain

$$a_{mn}(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} P(\alpha_1, \alpha_2, t_1, t_2)Q_m(\alpha_1, t_1)Q_n(\alpha_2, t_2)\, \mathrm{d}\alpha_1\, \mathrm{d}\alpha_2. \tag{6}$$

Often $a_{mn} = 0$ for $m \neq n$, so that (4) and (6) becomes

$$P(\alpha_1, \alpha_2, t_1, t_2) = P_1(\alpha_1, t_1)P_1(\alpha_2, t_2) \sum_{n=0}^{\infty} a_n(t_1, t_2)Q_n(\alpha_1, t_1)Q_n(\alpha_2, t_2) \tag{7}$$

---

* We deal generally with a vector $\{A(t)\} \equiv (A_2, A_2, \ldots A_n)$ to which corresponds a set of fluctuating macrovan'ables $\alpha_2, \alpha_2, \ldots \alpha_n$, but for simplicity we shall refer to only one variable $\alpha(t)$.

and respectively

$$a_n(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} P(\alpha_1, \alpha_2, t_1, t_2) Q_n(\alpha_1, t_1) Q_n(\alpha_2, t_2)\, \mathrm{d}\alpha_1\, \mathrm{d}\alpha_2. \tag{8}$$

Inserting (7) in (2), the variables are separated and we get

$$\rho(t_1, t_2) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(t_1, t_2)\, \beta_n(t_1) \beta_n(t_2), \tag{9}$$

with

$$\beta_n(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\alpha) Q_n(\alpha, t)\, P_1(\alpha, t)\, \mathrm{d}\alpha. \tag{10}$$

From stationary processes, P_1 is time independent, so that using (3) we obtain

$$\rho(\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} \beta_n^2\, a_n(\tau), \tag{11}$$

where

$$a_n(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} P(\alpha_1, \alpha_2, \tau) Q_n(\alpha_1) Q_n(\alpha_2)\, \mathrm{d}\alpha_1\, \mathrm{d}\alpha_2 \tag{12}$$

and

$$\beta_n = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\alpha) Q_n(\alpha)\, P_1(\alpha)\, \mathrm{d}\alpha. \tag{13}$$

In the case of weak nonlinear systems, we shall consider that the system approaches towards equilibrium are stable so that [15]

$$P(\alpha_1, \alpha_2, \tau) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{\rho_\alpha^2(0) - \rho_\alpha^2(\tau)}}$$

$$\exp\left[- \frac{\rho_\alpha(0)[(\alpha_1 - \langle\alpha_1\rangle)^2 + (\alpha_2 - \langle\alpha_2\rangle)^2] - 2\rho_\alpha(\tau)(\alpha_1 - \langle\alpha_1\rangle)(\alpha_2 - \langle\alpha_2\rangle)]}{2(\rho_\alpha^2(0) - \rho_\alpha^2(\tau))} \right], \tag{14}$$

where $\rho_\alpha(\tau) = \langle\alpha(t)\, \alpha(t+\tau)\rangle$ is the autocorrelation function for α.

Considering that the system is markoffian, we can use the approximation

$$\rho_\alpha(\tau) = \rho_\alpha(0) e^{-\lambda|\tau|}, \tag{15}$$

where $\lambda \equiv \left(\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}\alpha}\right)_{\alpha=0}$ is the coefficient for the linear term in the expansion of $f(\alpha)$ in power series in α.

From (15) and (14) it follows that

$$P(\alpha_1, \alpha_2, \tau) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\rho_\alpha(0)\sqrt{1 - e^{-\lambda|\tau|}}} \cdot$$

$$\cdot \exp\left[- \frac{(\alpha_1 - \langle\alpha_1\rangle)^2 + (\alpha_2 - \langle\alpha_2\rangle)^2 - 2e^{-\lambda|\tau|}(\alpha_1 - \langle\alpha_1\rangle)(\alpha_2 - \langle\alpha_2\rangle)}{2\rho_\alpha(0)\,(1 - e^{-2\lambda|\tau 1|}} \right]. \tag{16}$$

Inserting (16) in (3) we obtain

$$\rho(\tau, t) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\rho_\alpha(0)\sqrt{1 - e^{-\lambda|\tau|}}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\alpha_1)\, f(\alpha_2) \cdot$$

$$\cdot \exp\left[\frac{(\alpha_1 - \langle\alpha_1\rangle)^2 + (\alpha_2 - \langle\alpha_2\rangle)^2 - 2e^{-\lambda|\tau|}(\alpha_1 - \langle\alpha_2\rangle)(\alpha_2 - \langle\alpha_2\rangle)}{2\rho_\alpha(0)\,(1 - e^{-2\lambda|\tau|})} \right], \tag{17}$$

in which ρ can generally depend on time by $\langle\alpha_1\rangle$ and $\langle\alpha_2\rangle$.

Introducing the new variables

$$x_1 = \frac{\alpha_1}{\sqrt{\rho_\alpha(0)}}, \qquad x_2 = \frac{\alpha_2}{\sqrt{\rho_\alpha(0)}}$$

and the notations

$$a_1 = \frac{\langle\alpha_1\rangle}{\sqrt{\rho_\alpha(0)}}, \qquad a_2 = \frac{\langle\alpha_2\rangle}{\sqrt{\rho_\alpha(0)}} \tag{18}$$

the expansion (17) becomes

$$\rho(\tau, t) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{1 - e^{-2\lambda|\tau|}}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\sqrt{\rho_\alpha(0)}\, x_1) f\sqrt{\rho_\alpha(0)}\, x_2) \cdot$$

$$\cdot \exp\left[- \frac{(x_1 - a_1)^2 + (x_2 - a_2)^2 - 2e^{-\lambda|\tau|}(x_1 - a_1)(x_2 - a_2)}{1 - e^{-2\lambda|\lambda|}} \right] \mathrm{d}x_1\, \mathrm{d}x_2. \tag{19}$$

We chose as a ponderation function the unidimensional density function which is a gaussian function

$$P_1(x_1, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{(x_1 - a_1)^2}{2}}. \tag{20}$$

In this case

$$\frac{1}{2\pi\sqrt{1 - e^{-2\lambda|\tau|}}} \exp\left[- \frac{(x_1 - a_1)^2 + (x_2 - a_2)^2 - 2e^{-\lambda|\tau|}(x_1 - a_1)\,(x - (a_2)}{2(1 - e^{-2\lambda|\tau|})} \right] =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \exp\left\{ - \frac{1}{2} \left[(x_1 - a_1)^2 + (x_2 - a_2)^2 \right] \right\} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}\, e^{-n\lambda|\tau|} H_n(x_1 - a_1) H_n(x_2 - a_2), \tag{21}$$

where

$$H_n(x) = (-1)^n e^{\frac{x^2}{2}} \frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}x^n} (e^{-\frac{x^2}{2}}) \tag{22}$$

is the n Hermite polynomial.

Substituting (21) in (19) we get

$$\rho(\tau, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} e^{-n\lambda|\tau|} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\sqrt{\rho_\alpha(0)} x_1) H_{x_2}(x_1 - a_1) e^{\frac{(x_1 - a_1)^2}{2}} \mathrm{d}x_1 \cdot$$

$$\cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\sqrt{\rho_\alpha(0)} x_2) H_n(x_2 - a_2) e^{-\frac{(x_2 - a_2)^2}{2}} \mathrm{d}x_2 \tag{23}$$

and introducing the notation

$$C_n = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\sqrt{\rho_\alpha(0)}\, x) H_n(x - a) e^{\frac{(x-a)^2}{2}} \mathrm{d}x, \tag{24}$$

we find

$$\rho(\tau, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} C_n(t) C_n(t + \tau) e^{-n\lambda|\tau|}. \tag{25}$$

In the last formula C_n are generally time dependent through a_1 and a_2 given by (18).

We can thus define an average correlation function

$$\rho^*(\tau) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \rho(\tau, t)\, \mathrm{d}t \tag{26}$$

and inserting (25) in (26) we obtain

$$\rho^*(\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} C_n^*(\tau) e^{-n\lambda|\tau|}, \tag{27}$$

where

$$C_n^*(\tau) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T C_n(t) C_n(t + \tau)\, \mathrm{d}t \tag{28}$$

is a „temporal correlation function".

The fluctuation spectrum is, according to the theorem of Wiener-Khintchine, equal to the Fourier transform of the correlation function [7,4]

$$F(\omega) = 4\int_0^\infty \rho^*(\tau)\cos\omega\tau\,\mathrm{d}\tau = 4\sum_{n=0}^{\infty}\int_0^\infty \frac{1}{n!}\,\mathrm{e}^{-n\lambda|\tau|}C_n^*(\tau)\cos\omega\tau\,\mathrm{d}\tau. \tag{29}$$

A quite simple method for determining C_n can be based on the expansion of $f(\alpha)$ in a power series in α

$$f(\alpha) = \sum_{k=0}^{\infty}\eta_k\alpha^k, \tag{30}$$

where $\eta_k \equiv \frac{1}{k!}f^{(k)}(0)$. If the system is near the stationary state, $f(\alpha)$ can be approximated by a polynomial. From (30) and (24) we find

$$C_n(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\sum_{k=0}^{\infty}\rho_\alpha^{k/2}(0)\eta_k\int_{-\infty}^{+\infty}x^k H_n(x-a)\,e^{-\frac{(x-a)^2}{2}}\,\mathrm{d}x \tag{31}$$

and taking into account (22) one has

$$C_n(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\sum_{k=0}^{\infty}\rho_\alpha^{k/2}(0)\,\eta_k\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}a^n}\int_{-\infty}^{+\infty}x^k\,e^{-\frac{(x-a)^2}{2}}\,\mathrm{d}x. \tag{32}$$

The last integral can be calculated if we use the relation

$$\Gamma\left(n+\frac{1}{2}\right) = \frac{(2n-1)!!}{2^n}\sqrt{\pi}. \tag{33}$$

It follows that

$$C_n(t) = \sum_{k=0}^{\infty}\sum_{r=0}^{\infty}\eta_{2p+r}\rho_\alpha^{k/2}(0)\,C_k^r\frac{r!}{(r-n)!}\,a^{r-n}(2p-1)!!\quad(k-r=2p) \tag{34}$$

or

$$C_n(t) = \sum_{p=0}^{\infty}\sum_{r=0}^{\infty}\rho_\alpha^{p+\frac{1}{2}}(0)\eta_{2p+r}\,C_{2p+r}^r\frac{r!}{(r-n)!}\,a^{r-n}(2p-1)!!, \tag{35}$$

namely

$$C_n(t) = \sum_{p=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\rho_\alpha^{p+\frac{1}{2}(l+n)}(0)\,\eta_{2p+l+n}C_{2p+l+n}^{l+n}\frac{(n+l)!(2p-1)!!}{l!}\,a^l.(r-n=l) \tag{36}$$

Substituting (36) into (28) and the obtained result into (27), one has

$$\rho^*(\tau) = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{p_1=0}^{\infty}\sum_{p_2=0}^{\infty}\sum_{l_1=0}^{\infty}\sum_{l_2=0}^{\infty}\rho_\alpha^*(0)\,e^{-n\lambda|\tau|}\eta_{2p_1+n+l_1}\,\eta_{2p_2+n+l_2}\,\rho_\alpha^{p_1+p_2+n+\frac{1}{2}(l_1+l_2)}(0)\cdot$$

$$\cdot\,C_{2p_1+l_1+n}^{l_1+n}\,C_{2p_2+l_2+n}^{l_2+n}\frac{(n+l_1)!(n+l_2)!(2p_1-1)!!(2p_2-1)!!}{l_1!\,l_2!\,n!} \tag{37}$$

where

$$\rho_\alpha^*(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T a^{l_1}(t)\, a^{l_2}(t+\tau)\, \mathrm{d}t. \tag{38}$$

If the temporal average of the macrovariable α cancel, (37) gets a simpler form

$$\rho^*(\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p_1=0}^{\infty} \sum_{p_2=0}^{\infty} \eta_{2p_1+n}\, \eta_{2p_2+n}\, \rho_\alpha^{p_1+p_2+n}(0)\, C_{2p_1+n} C_{2p_2+n} \cdot n! \cdot (2p_1-1)!!(2p_2-1)!!e^{-n\lambda|\tau|}, \tag{39}$$

or

$$\rho^*(\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-n\lambda|\tau|}\, n! \left[\sum_{p=0}^{\infty} \eta_{2p+n}\, \rho_\alpha^{p+\frac{n}{2}}(0)\, C_{2p+n}^n (2p-1)!! \right]^2. \tag{40}$$

This appears whenever the nonlinear characteristic $f(\alpha)$ has such a form that the asymptotic behaviour of the function $\int_0^T \alpha(t)\, \mathrm{d}t$ is of the form T^{-n} with $n \geqslant 0$, which is fulfield by many physical situations.

Finaly, the fluctuation spectrum $F(\omega)$ is according to (29)

$$F(\omega) = \sum_{n=1}^{\infty} (n-1)!\, \frac{\omega^2/\lambda}{1+(\omega/n\lambda)^2} \left[\sum_{p=0}^{\infty} \eta_{2p+n}\, \rho_\alpha^{p+\frac{n}{2}} C_{2p+n}^n (2p-1)!! \right]^2. \tag{41}$$

Generally, the sum contains a small number of terms, corresponding to the number of terms retained in the expansion (30) of nonlinear characteristic.

We also notice that in (41) all the „harmonics" ω/λ, $\omega/2\lambda$, ... $\omega/n\lambda$ generally appear. Our main formula (41) generalizes some relations established by other authors and has the advantage of a somehow simple calculation in comparison with the methods that start from kinetic equations, principally, more rigorous, but more difficult from practical purposes.

2. Examples

As a first example, let us consider the D.K.C. Mac Donald's circuit consisting of a condenser C, and a dissipative element R, whose phenomenological law is

$$\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t} = \eta_1 \alpha + \eta_2 \alpha^3, \tag{42}$$

α being the electric charge. From stability and convergence, it follows that $\eta_1 < 0$, so that putting $\lambda = -\eta_1$, by integrating (42) we get

$$\alpha(t) = \frac{\alpha(0)\, e^{-\lambda t}}{1 + \frac{\eta_2}{\lambda}(1 - e^{-2\lambda t})}. \tag{43}$$

One can observe that the temporal average of $\alpha(t)$ is zero, so that we may use (41) that leads to

$$F(\omega) = \frac{\omega^2/\lambda}{1 + (\omega/\lambda)^2}(-\lambda\rho_\alpha^{1/2}(0) + 3\,\eta_2\rho_\alpha^{3/2}(0))^2 + \frac{\omega^2/\lambda}{1 + (\omega/3\lambda)^2}\,\eta_2^2\,\rho_\alpha^2(0), \tag{44}$$

where $\rho_\alpha(0) = \langle\alpha^2(0)\rangle = kTC$ as it results from thermodynamics. The obtained formula emphasises a further term corresponding to a frequency $\omega/3\lambda$, in disagreement with Mac Donald's result, but in agreement with other papers [3]. It is obvious that for $\eta_2 = 0$ we find the well-known result from the linear case.

Let us also consider an idealised rectifier described by the phenomenological law [1,4]

$$\frac{d\alpha}{dt} = \begin{cases} \eta_1\alpha & \text{for} \quad \alpha \geqslant 0 \\ \eta_2\alpha & \text{for} \quad \alpha < 0 \end{cases}.$$

From (41) we have

$$F(\omega) = \eta_1\rho_\alpha^{1/2}(0)\frac{(\omega/\eta_1)^2}{1 + (\omega/\eta_1)^2} + \eta_2\rho_\alpha^{1/2}(0)\frac{(\omega/\eta_2)^2}{1 + (\omega/\eta_2)^2}, \tag{45}$$

that is the same with Mac Donald's result [1,2].

If we consider Van Kampen's example [3]

$$\frac{d\alpha}{dt} = \eta_1\alpha + \eta_2\alpha^2,$$

from (41) we obtain

$$F(\omega) = \eta_2^2\rho_\alpha^2(0) + \eta_1^2\rho_\alpha(0)\frac{\omega^2/\eta_1}{1 + (\omega/\eta_1)^2} + 2\eta_2^2\rho_\alpha^4(0)\frac{\omega^2/\eta_1}{1 + (\omega/2\eta_1)^2}, \tag{46}$$

that emphasises the appearance of an extra term in the spectrum, corresponding to a frequency $\omega/2\eta_1$, like in [4] and [16].

At last we shall consider the phenomenological law

$$\frac{d\alpha}{dt} = \alpha_0(1 - e^{k\alpha}), \tag{47}$$

which appears in the study of a nonlinear rectifier considered by N. F. Nott and R. W. Gurney [17]. If this is expanded in α

$$\frac{d\alpha}{dt} = \eta_1\alpha + \eta_2\alpha^2 + \eta_3\alpha^3,$$

from (41) one has

$$F(\omega) = \eta_2^2\rho_\alpha^2(0) + \frac{\omega^2/\eta_1}{1 + (\omega/\eta_1)^2}[\eta_1\rho_\alpha^{1/2}(0) + 3\eta_3\rho_\alpha^{3/2}(0)]^2 + \tag{48}$$

$$+ 2\eta_2^2\rho_\alpha^2(0)\frac{\omega^2/\eta_1}{1 + (\omega/\eta_1)^2} + 6\eta_3^2\rho_\alpha^2(0)\frac{\omega^2/\eta_1}{1 + (\omega/3\eta_1)^2}.$$

The result indicates the appearance of a further term, corresponding to a frequency $\omega/3\eta_1$, in disagreement with C.T.J. Alkemade [18] who

had studied the same problem. This can be explained taking into account the fact that the expression given in [18] is obtained in second order, although the nonlinear phenomenological law is done in third order of approximation.

Conclusions

The suggested method gives the possibility of computing the correlation function (40) for weak nonlinear systems as well as the coresponding fluctuation spectrum (41), using only the information given by the expansion of the nonlinear phenomenological law. The weak nonlinearity justifies the utilisation of the distribution function (17) and implies the possibility of expanding this distribution function in ortonormal polynomials, choosing as ponderation function the equilibrium distribution function. The main result (41) requires the knowledge of the equilibrium correlation function, which results from the analysis of the corresponding linear process or from thermodynamics.

REFERENCES

1. *D. K. C. Mac Donald*, Phil. Mag., 45, 63, 345 (1954).
2. D.K.C. *Mac Donald*, Phys. Rev., 108, 541 (1957).
3. *N. G. van Kampen*, Phys. Rev., 110, 319 (1958).
4. *N. G. van Kampen*, Fluctuations in Nonlinear Systems, in Fluctuation Phenomena in Solids, edited by R. E. Burgess, New York, 1965.
3. *N. G. van Kampen*, Phys. Rev., 110, 319 (1958).
4. *N. G. van Kampen*, Fluctuations in Nonlinear Systems, in Fluctuation Phenomena in Solids, edited by R. E. Burgess, New York, 1965.
5. *D. Polder*, Phil. Mag. , 45, 63, 345 (1964).
6. *M. Lax*, Phys. Rev., 129, 5, 1 (1963).
7. *M. Lax*, Rev. Mod. Phys., 32, 1, 25 (1960).
8. *A. T. Fuller*, Analysis of Nonlinear Stochastic System by means of the Fokker — Planck Equation, 1968.
9. *H. Kramers*, Physica, 7, 284 (1940).
10. R. *Bellman*, Mathematics modernes pour l'ingenieur, tome I, Dunod, Paris, 1965.
11. *R. Bellman*, Trans. Amer. Math. Soc., 64, 21 (1948).
12. *J. Wei*, J. Chem. Phys., 36, 6, 1578 (1962).
13. *R. Bellman*, Stability Theory of Differential Equations, Mc Graw — Hill Book Company, Inc. New York, 1953.
14. *H. Cremer, F. H. Effertz*, Math. Ann., 137, 328 (1959).
15. *B. Levine*, Fondements théoriques de la ratiotechnique statistique, Editions Mir, Moscou, tome I, 1973.
16. *N. G. van Kampen*, J. Math. Phys., 4, 2 (1963).
17. *N. F. Mott., K. W. Gurney*, Electronic Processes in Ionic Crystals, Clarendon Oxford, 1940.
18. *C. T. J. Alkemade*, Physica, 24, 1029 (1958).

Metoda de calcul a densităţii spectrale în sisteme cu neliniaritate slabă

Se dă o metodă generală de calcul a densităţii spectrale a fluctuaţiilor pentru sisteme neliniare convergente şi stabile. Metoda se bazează pe dezvoltarea în serie de polinoame ortonomate a densităţii de probabilitate bidimensională ce caracterizează procesul stochastic staţionar corespunzător. În diferite cazuri particulare se regăsesc expresii concordante cu cele date de către alţi autori.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 3

ELECTROTEHNICA

C.Z.: 621.4.012.8
538.551.23

EXTINDERE A METODELOR TOPOLOGICE BAZATE PE UTILIZAREA UNOR ELEMENTE UNIPORT CU INCIDENȚE SPECIALE

M. PREDA, IOANA DOROBANȚU*

În lucrare se arată posibilitatea de definire a noi elemente de circuit uniport cu incidențe speciale în afară de cele cunoscute din literatură.

Printr-o demonstrație aplicabilă la oricare dintre metodele topologice bazate pe grafele unor scheme echivalente cu elemente uniport speciale se deduce o formulă topologică ce exprimă impedanța de transfer la circuite cu surse de curent comandate de tensiune.

Introducere

Utilizarea matricelor de incidență (completă) a laturilor la noduri, respectiv a laturilor la bucle, a permis elaborarea unor metode topologice de analiză bazate pe formule topologice în care intervin perechile de arbori, respectiv perechile de coarbori din graful circuitului electric cu surse comandate. Dificultatea determinării factorului de semn al termenilor asociați unor perechi de arbori, respectiv perechi de coarbori în aceste formule, a făcut pe numeroși cercetători să încerce elaborarea unor noi metode topologice valabile pentru circuite active, în care să se elimine factorul de semn [1], [2], sau cel puțin să se ajungă la factori de semn mai ușor de determinat [3]. Astfel, s-au elaborat noi metode topologice în care pentru elementele diport cu ecuații în admitanțe (surse de curent comandate de tensiune, giratoare etc.) se alcătuiesc scheme echivalente cu elemente uniport idealizate, fictive, care se deosebesc de elementele uniport pasive reciproce cunoscute (R, L, C) prin aceea că au incidențe parțiale în curent și/sau în tensiune.

Aceste elemente de circuit uniport idealizate, vor fi denumite în cele ce urmează elemente uniport active cu incidențe speciale, sau, pe scurt, elemente uniport speciale.

Ecuațiile circuitului echivalent (scheme echivalente) conținînd astfel de elemente uniport speciale și în rest elemente uniport pasive reciproce (R, L, C) se exprimă cu ajutorul unor matrice de incidență parțială (pozitivă sau negativă) a laturilor la noduri.

Manuscris predat redacției la data de 27 martie 1980
* Prof. dr. ing.; Șef lucrări dr. ing., Catedra Electrotehnică

În cele ce urmează se evidențiază esența comună a celor trei metode cunoscute, bazate pe utilizarea unor matrice de incidență parțială și se arată posibilitatea de definire a încă trei noi elemente uniport speciale de circuit în afară de cele devenite clasice: unistorul introdus de Samuel Mason [1], distorul introdus de Way Kay Chen [2] și tristorul definit de Amos Nathan [3]. Utilizarea acestor noi elemente conduce la metode similare cu cele ale autorilor menționați.

În lucrare se elaborează o demonstrație aplicabilă la oricare din metodele topologice bazate pe utilizarea unor matrice de incidență parțială pozitivă sau negativă, respectiv pe grafele unor scheme echivalente cu elemente uniport speciale. Demonstrația conduce la o formulă topologică care exprimă impedanța de transfer la circuite active cu surse de curent comandate în tensiune.

În cele ce urmează, incidențele speciale se indică în simbolul elementului uniport special, pentru curent, îngroșind partea dreptunghiului alăturată nodului la care latura nu este incidentă din punct de vedere al curentului, iar pentru tensiune, punînd cîte o steluță de partea fiecărui nod (lîngă litera cu care este notat nodul) la care latura nu este incidentă din punct de vedere al tensiunii. Aceleași relații de incidență se indică în simbolurile curentului și tensiunii elementului uniport activ, prin cîte o liniuță îngroșată, respectiv prin cîte un asterisc, alăturat literii nodului la care latura nu este incidentă în curent, respectiv în tensiune.

2. Elemente uniport active cu incidențe speciale

a) Elementul ($I_{ei}U_{ei*}$) (unistorul) este elementul de circuit ideal, uniport, liniar și nereciproc din figura 1 a, avînd incidență totală din punct de vedere al curentului și incidență parțială pozitivă din punct de vedere al tensiunii.

Relația de definiție în formă operațională a acestuia este:

$$I_{ei} = Y \cdot U_{ei*} = YV_e, \tag{1}$$

unde:

I_{ei} este imaginea Laplace a intensității curentului prin unistor;
Y — admitanță operațională de comandă a unistorului;
$U_{ei*} = V_e$ — imaginea Laplace a tensiunii elementului, egală, conform definiției elementului, cu potențialul bornei de ieșire „e" (aflată la începutul săgeții sensului de referință al curentului) a unistorului.

b) Elementul ($I_{ei*}U_{ei}$) (distorul) (fig. 1 b) este un element de circuit ideal, uniport, liniar și nereciproc care ia curent electric din borna sa de ieșire „e", (fără a injecta curent în borna „i" de intrare, aflată la sfîrșitul (vîrful) săgeții sensului de referință a curentului), intensitatea curentului său fiind comandată de tensiunea dintre borna de ieșire și borna de intrare (incidența parțială pozitivă în curent, incidență totală în tensiune).

Ecuația operațională a distorului este prin definiție:

$$I_{ei*} = YU_{ei} = Y(V_e - V_i) = Y(V_e - V_i), \tag{2}$$

cu :

I_{ei_*} — imaginea intensității curentului luat din borna de ieșire a distorului ;

$U_{ei} = V_e - V_i$ — imaginea tensiunii la bornele distorului, egală cu diferența dintre potențialele celor două borne

Y — admitanța operațională de comandă a distorului.

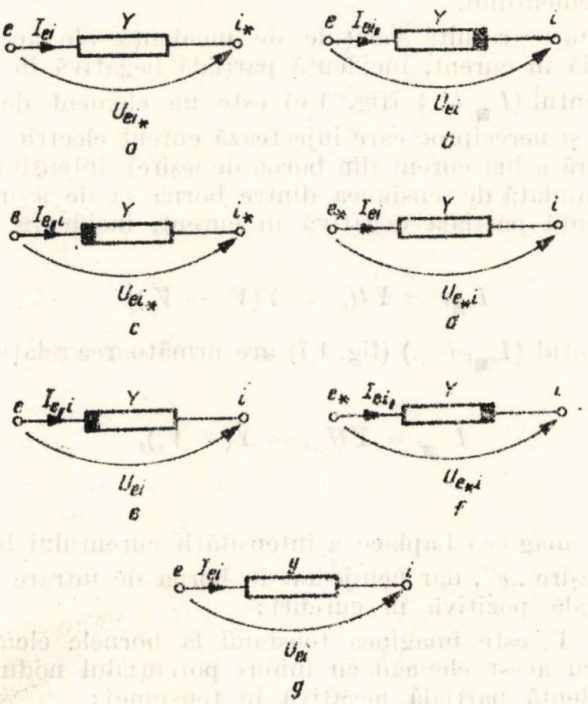


Fig. 1

c) Elementul ($I_{e_*i}U_{ei_*}$) (tristorul) (fig. 1 c) este un element de circuit ideal, uniport, liniar și nereciproc care injectează curent numai în borna sa de intrare „i" (fără a lua curent din borna „e" și intensitatea acestui curent este determinată numai de potențialul bornei sale de ieșire „e" (incidență parțială negativă în curent și pozitivă în tensiune).

Relația de definiție, în formă operațională, a tristorului, se exprimă astfel :

$$I_{e_*i} = YU_{ei_*} = YV_e \tag{3}$$

unde :

I_{e_*i} — imaginea intensității curentului injectat în borna de intrare

Y — admitanța operațională de comandă a elementului ;

$U_{ei_*} = V_e$ — imaginea tensiunii elementului egală, pentru acest element, cu potențialul bornei de ieșire a elementului.

În afară de aceste trei elemente uniport speciale cunoscute în literatură, se mai pot defini următoarele :

d) Elementul ($I_{ei}U_{e_*i}$) (fig. 1 d) este un element de circuit ideal, uniport, liniar și nereciproc definit prin relația :

$$I_{ei} = Y \cdot U_{e_*i} = Y(-V_i), \tag{4}$$

unde :

I_{ei} — imaginea Laplace a intensității curentului prin element;

Y — admitanța operațională de comandă a elementului;

$U_{e,i} = -V_i$ — imaginea Laplace a tensiunii elementului egală, conform definiției, cu minus potențialul bornei de intrare „i" a elementului.

Din definiție rezultă relațiile de incidență ale acestui element: incidență totală în curent, incidență parțială negativă în tensiune.

e) Elementul ($I_{e\blacksquare i}U_{ei}$) (fig. 1 e) este un element de circuit ideal, uniport, liniar și nereciproc care injectează curent electric în borna sa de intrare „i" (fără a lua curent din borna de ieșire), intensitatea curentului său fiind comandată de tensiunea dintre borna sa de ieșire și borna de intrare (incidență parțială negativă în curent, incidență totală în tensiune):

$$I_{e\blacksquare i} = YU_{ei} = Y(V_e - V_i), \tag{5}$$

f) Elementul ($I_{e\blacksquare i}\, U_{e,i}$) (fig. 1 f) are următoarea relație de definiție:

$$I_{ei\blacksquare} = YU_{e,i} = Y(-V_i), \tag{6}$$

unde :

$I_{ei\blacksquare}$ este imaginea Laplace a intensității curentului luat din borna de ieșire „e", dar neinjectat în borna de intrare „i" (incidență parțială pozitivă în curent);

$U_{e,i} = -V_i$ este imaginea tensiunii la bornele elementului egală pentru acest element cu minus potențialul nodului de intrare (incidență parțială negativă în tensiune);

Y — admitanța operațională de comandă a elementului.

Se observă că în cazul particular al incidențelor totale (normale) atît în tensiune cît și în curent, regula de alcătuire a simbolurilor elementelor prezentate conduce la simbolul din figura 1 g, al unui element pasiv, reciproc (R, L, C) a cărui admitanță operațională se notează în cele ce urmează cu y.

Pentru elementele diport cu ecuații în admitanțe se pot alcătui direct scheme echivalente cu fiecare dintre elementele uniport speciale definite mai sus.

Astfel, pentru sursa de curent comandată de tensiune $J = YU$ din fig. 2 a, se obțin, respectiv, schemele echivalente (de calcul) cu elemente uniport speciale ($I_{ei}U_{ei}$), ($I_{ei\blacksquare}U_{ei}$), ($I_{e\blacksquare i}U_{ei}$), ($I_{ei}U_{e,i}$), ($I_{e\blacksquare i}\, U_{ei}$), ($I_{ei\blacksquare}U_{e,i}$) din figurile 2 b—g, ușor de justificat pe baza relațiilor de definiție (1)—(6).

În aceste scheme echivalente incidențele parțiale în tensiune și/sau în curent al laturilor (elementelor uniport speciale) sînt indicate așa cum s-a precizat în paragraful 1.

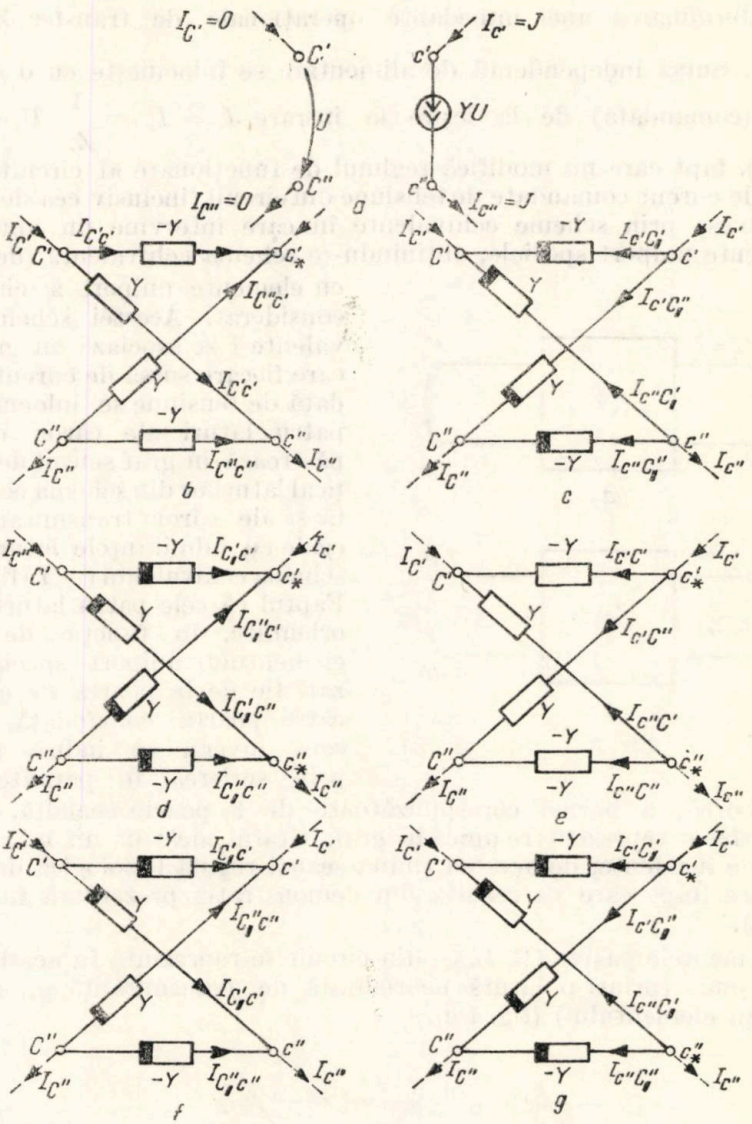


Fig. 2

3. Deducerea formulei topologice pentru impedanța de transfer în metodele topologice bazate pe grafele unor scheme echivalente cu elemente uniport speciale

Pentru început se consideră un circuit electric conex (C) alcătuit exclusiv din elemente pasive, reciproce, cu admitanțe operaționale y și surse de curent comandate de tensiune $J = YU$, pentru care se urmă-

reşte determinarea unei impedanţe operaţionale de transfer $Z_{ei} = \frac{U_e}{I_i}$ (fig. 3 a). Sursa independentă de alimentare se înlocuieşte cu o sursă de reacţie (comandată) de la ieşire la intrare $J_i = I_i = \frac{1}{Z_{ei}} U_e = Y_{ei} U_e$ (fig. 3 b), fapt care nu modifică regimul de funcţionare al circuitului [4]. Sursele de curent comandate de tensiune din circuit (inclusiv cea de rea ţie) se înlocuiesc prin scheme echivalente în care intervine un anumit tip de elemente uniport speciale, obţinîndu-se schema echivalentă (de calcul) cu elemente uniport a circuitului considerat. Acestei scheme echivalente i se asociază un graf G în care fiecare sursă de curent comandată de tensiune se înlocuieşte cu patru laturi ale căror orientări păstrează în graf sensul de referinţă al laturilor din schema echivalentă şi ale căror transmitanţe sînt egale cu admitanţele laturilor din schema echivalentă ($\pm Y$) fig. 4 a, b. Faptul că cele patru laturi pot fi orientate, în funcţie de natura elementului uniport special utilizat, fie de la poarta de comandă către poarta comandată, fie în sens invers, se indică în graf prin scrierea în paranteză sub fiecare bornă, a bornei corespunzătoare de la poarta cealaltă, obţinîndu-se astfel o reprezentare unică în graf. Graful alcătuit nu mai conţine şi tipul de incidenţe, de acestea ţinînd seamă regula topologică dedusă în continuare (fapt care va rezulta din demonstraţia prezentată în cele ce urmează).

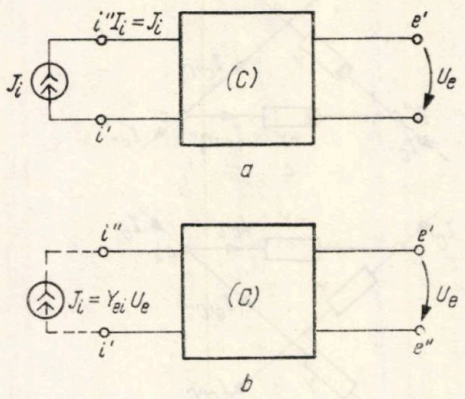


Fig. 3

Elementele pasive (R, L, C) din circuit se reprezintă în acest graf în mod obişnuit (printr-o latură neorientată de transmitanţă y, egală cu admitanţa elementului) (fig. 4 c).

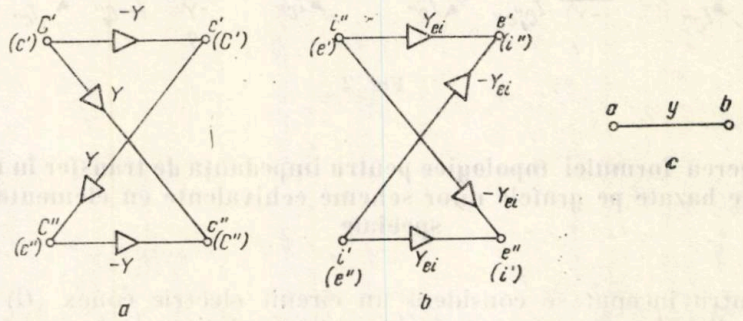


Fig. 4

Laturile orientate din graf corespunzătoare elementelor uniport speciale vor fi denumite în continuare laturi active, în timp ce laturile neorientate corespunzătoare elementelor uniport pasive (R, L, C) vor fi denumite laturi pasive.

Se observă că intensităţile curenţilor elementelor din schema echivalentă alcătuită din elemente uniport pasive şi elemente uniport speciale se pot exprima în funcţie de potenţiale prin relaţia matriceală :

$$I_L] = [Y_{LL}]\, U_L]; \quad U_L] = [C_{NL_u}]_t\, V_N], \tag{7}$$

cu

$I_L]$ — matricea coloană a imaginilor intensităţilor curenţilor elementelor (laturilor) schemei echivalente cu elemente uniport speciale ;

$[Y_{LL}]$ — matricea diagonală a admitanţelor elementelor uniport ale schemei echivalente ;

$U_L]$ — matricea coloană a tensiunilor elementelor (laturilor) din schema echivalentă ;

$V_N]$ — matricea coloană a potenţialelor nodurilor N_1, $N_2 \ldots N_N$;

$[C_{NL_u}]$ — este o matrice de incidenţă specială în tensiune a laturilor (din schema echivalentă) la noduri, a cărei semnificaţie diferă în funcţie de natura elementului uniport special utilizat la alcătuirea schemei echivalente, aşa cum se arată în tabelul 1.

Tabelul nr. 1

Tipul elementului uniport special	Semnificaţia matricei $[C_{NL_u}]$	Semnificaţia matricei $[C_{NL_i}]$	Semnificaţia subgrafelor ($\mathcal{G}_{iu}$)
$(I_{ei}\ U_{ei*})$	$[C_{NL_{u+}}]$	$[C_{NL_{i+-}}]$	$\mathcal{G}_{iu+}$ = arbore orientat convergent ($\mathcal{A}_{oc}$)
$(I_{ei},\ U_{ei})$	$[C_{NL_{u+-}}]$	$[C_{NL_{i+}}]$	$\mathcal{G}_{i+u}$ = arbore orientat convergent ($\mathcal{A}_{oc}$)
$(I_{e*i}\ U_{ei*})$	$[C_{NL_{u+}}]$	$[C_{NL_{i-}}]$	$\mathcal{G}_{i-u+}$ = pădure neutră cu bucle ($\mathcal{P}_n$)
$(I_{ei}\ U_{e*i})$	$[C_{NL_{u-}}]$	$[C_{NL_{i+-}}]$	$\mathcal{G}_{iu-}$ = arbore orientat divergent ($\mathcal{A}_{od}$)
$(I_{e*i}\ U_{ei})$	$[C_{NL_{u+-}}]$	$[C_{NL_{i-}}]$	$\mathcal{G}_{i-u}$ = arbore orientat divergent ($\mathcal{A}_{od}$)
$(I_{ei},\ U_{e*i})$	$[C_{NL_{u-}}]$	$[C_{NL_{i+}}]$	$\mathcal{G}_{i+u}$ = pădure neutră cu bucle ($\mathcal{P}_n$)

În acest tabel cu $[C_{NL_{u+-}}]$ s-a notat matricea de incidenţă totală (normală) în tensiune a laturilor la noduri, iar cu $[C_{NL_{u+}}]$ respectiv cu $[C_{NL_{u-}}]$ s-a notat matricea de incidenţă parţială pozitivă, respectiv negativă, în tensiune, a laturilor la noduri, avînd ca laturi de incidenţă parţială laturile orientate din schema echivalentă corespunzătoare elementelor uniport speciale.

Prima teoremă a lui Kirchhoff se exprimă în formă matriceală după cum urmează

$$[C_{NL_i}]\, I_L] = O_L], \tag{8}$$

unde $[C_{NLi}]$ este o matrice de incidență specială în curent a laturilor din schema echivalentă la noduri, în care intervin incidențele parțiale sau totale (în curent) ale laturilor din schema echivalentă, în funcție de elementele uniport speciale utilizate în această schemă (tabelul 1).

În tabelul 1 cu $[C_{NLi\,+\,-}]$ s-a notat matricea de incidență normală (totală) în curent a laturilor la noduri, iar cu $[C_{NLi\,+}]$, respectiv $[C_{NLi\,-}]$ s-a notat matricea de incidență pozitivă, respectiv matricea de incidență negativă, în curent, a laturilor la noduri, laturile cu incidență parțială fiind cele corespunzătoare elementelor uniport speciale.

Ecuația matriceală a potențialelor nodurilor pentru circuitul (schema echivalentă) completat cu sursa comandată de reacție este o ecuație omogenă obținută din ecuațiile (7) și (8):

$$[C_{NLi}]\cdot[Y_{LL}]\cdot[C_{NLu}]_t\cdot V_N] = O_N] \tag{9}$$

Ecuația matriceală omogenă (9) are și soluția $V_N]$ a circuitului alimentat la intrare de o sursă independentă cu același curent ca și cea de reacție.

Se știe că dacă o ecuație matriceală omogenă are o soluție nenulă, atunci determinantul ei este nul:

$$\Delta = \det\left([C_{NLi}]\,[Y_{LL}][C_{NLu}]_t\right) = 0 \tag{10}$$

Ecuația (10) permite calculul impedanței de transfer Z_t în funcție de admitanțele elementelor circuitului dat.

Dezvoltînd determinantul Δ după formula Binet — Cauchy și ținînd seama de proprietățile majorilor din dezvoltarea matricelor $[C_{NLi}]$ și $[C_{NLu}]$ [3], [5], se obține:

$$\Delta = \sum_{(\$iu)} V_{\$iu} \tag{11}$$

unde $\Sigma V_{\$iu}$ este suma valorilor subgrafelor $(\$_{iu})$ din graful G al schemei echivalente cu elemente uniport speciale, a circuitului completat cu sursa comandată de reacție. Semnificația subgrafelor $(\$_{iu})$ diferă în funcție de natura incidențelor elementelor uniport speciale utilizate în schema echivalentă a circuitului cu surse comandate, putînd fi: arbori orientați convergent față de un nod de referință $(\mathfrak{A}_{oc}) = (\$_{i\,+u}, \$_{iu\,+})$, arbori orientați divergent față de un nod de referință $(\mathfrak{A}_{od}) = (\$_{iu\,-}, \$_{i\,-u})$ sau păduri neutre de bucle $(\mathfrak{A}_n) = (\$_{i\_u+}, \$_{i+,u-})$ (Tabelul 1).

Înlocuind transmitanța Y_{ei} a elementelor uniport speciale corespunzătoare sursei de reacție, al cărui graf este reprezentat în fig. 4 b, cu o transmitanță adimensională egală cu unitatea, se obține graful G_1 (fig. 5) iar determinantul Δ se poate descompune în două componente aditive:

$$\Delta = Y_{ei} \sum_{(\$iu)_c} V_{\$iu} + \sum_{(\$iu)_f} V_{\$iu}, \tag{12}$$

în care Σ_c este suma efectuată pentru subgrafele $(\$_{iu})$ care conțin cîte una și numai una din laturile unitate orientate ale sursei de reacție în

graful G_1; Σ_f este suma efectuată prin subgrafele ($\$_{iu}$) care nu conţin nici una din laturile unitate orientate ale sursei de rea ţie.

Din (10) şi (12) se obţine formula topologică pentru calculul impedanţei de transfer la circuite cu ecuaţii în admitanţe:

$$Z_{ei} = -\frac{S_{c1}}{S_{f1}}, \tag{13}$$

în care s-a notat cu S_{c1} suma valorilor subgrafelor ($\$_{iv}$) din G_1 care conţin cîte una din laturile orientate unitate ale elementelor uniport speciale corespunzătoare sursei de reacţie şi cu S_{f1} suma valorilor subgrafelor ($\$_{iu}$) din G_1 care nu conţin nici o latură unitate a sursei de reacţie.

Din examinarea figurii 4 rezultă proprietatea că subgrafele ($\$_{iu}$) care conţin cîte două laturi orientate ale aceleiaşi surse de curent comandate de tensiune au suma valorilor nulă (subgrafe ($\$_{iu}$) cu mai mult de două laturi ale aceleiaşi surse comandate nu pot exista).

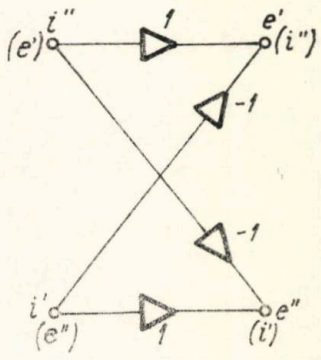


Fig. 5

Concluzii

Studiul unitar, comparativ, al metodelor topologice elaborate în literatură a permis punerea în evidenţă şi a altor elemente idealizate cu incidenţe speciale ce stau la baza unor noi metode topologice, omoloage celor cunoscute.

Demonstraţia elaborată pentru deducerea formulei topologice (13) ce exprimă impedanţa de transfer la circuite cu surse de curent comandate de tensiune este generală, în sensul că nu ţine seama de natura particulară a elementelor uniport speciale utilizate în schemele echivalente ale surselor comandate.

Într-o lucrare următoare se deduce o formulă topologică generală, valabilă pentru exprimarea oricărei funcţii de reţea (printre care şi impedanţa de transfer) la circuite cu surse comandate de orice tip şi se exemplifică această formulă.

BIBLIOGRAFIE

[1] *J. S. Mason*, Proc. Inst. Radio. Engrs., nr. 45, iunie, 1957.

[2] *W. K. Chen*, IEEE Trans. Circuit Theory, vol. C T—12, martie, 1965.

[3] *A. Nathan*, IEEE Trans. Circuit Theory, vol. CT—12, nr. 3, sept. 1965.

[4] *M. Preda, I. Dorobanţu*, Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotechn. et Energ. 23, 1, Bucarest, 1978.

[5] *Ioana Dorobanțu*, „Contribuții la studiul topologic al circuitelor electrice", teză de doctorat, București, 1975.
[6] *M. Preda, I. Dorobanțu*, Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotechn. et Energ., 19, 4, 1974.

General Topological Formula in the Topological Methods Based on the Graphs of Equivalent Circuits with Special Uniport Elements

The possibility of the definition of new special uniport elements of circuits with special incidences, that are different from those already known, is stated.

A proof is given that may be applied to any topological methods based on the graphs of equivalent circuits with special uniport elements and a topological formula of the transfer impedance of circuits with voltage-controlled current sources is derived.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 3

C.Z. 621.3.012.8
538.551.23

REALIZĂRI PARȚIALE DE STARE ALE ECUAȚIILOR DE CIRCUIT CU PARAMETRI TRANZITORII

CRISTIANA POPEEA*

În lucrare se tratează problema construcției unor realizări parțiale de stare (finit — dimensionale) pentru circuitele electrice nefiliforme cu pierderi suplimentare, caracterizate prin ecuații integrale Volterra cu nucleu de tip exponențial.

Metodologia unitară de descriere a comportării la borne a circuitelor electrice nefiliforme, la care efectele de cîmp intern joacă un rol important, a fost elaborată și dezvoltată în [1]—[5]. În particular, în [2] și [5]—[8] se prezintă schemele echivalente cu parametrii concentrați ale circuitelor de tip inductiv, obținute fie direct pe baza expresiilor parametrilor tranzitorii, fie printr-o sinteză de tip Foster sau Cauer a funcțiilor de circuit corespunzătoare.

În această lucrare vom adopta punctul de vedere din [2] în scopul construcției unor realizări parțiale de stare (finit-dimensionale) ale circuitelor nefiliforme cu pierderi suplimentare. Mai precis, vom avea în vedere nu atît obținerea unor scheme echivalente cu parametri „fizici", cît elaborarea unor modele matematice comode și suficient de precise ale elementelor de circuit în scopul utilizării lor la rezolvarea numerică a problemelor corespunzătoare de analiză și sinteză. Pentru concizie, vom considera numai cazul elementelor dipolare (cu o singură poartă), deși metodologia propusă este aplicabilă și în cazul circuitelor multiport.

1. Formularea problemei.

Utilizînd notațiile din [9], considerăm elementul de circuit nefiliform definit în condiții inițiale de cîmp nule prin ecuațiile

$$v_0(t) = y(t) + q\int_0^t r(t-\tau)\, y(\tau)\, \mathrm{d}\tau \tag{1}$$

$$v_0(t) = q\int_0^t v(\tau)\, \mathrm{d}\tau \tag{2}$$

Manuscris predat redacției la data de 16 aprilie 1980
* Asistent inginer Catedra Electrotehnică I.

unde $y(t)$ este curentul normat adus la borna de intrare, $v(t)$ este potențialul normat al acesteia față de borna de referință [1], q este un parametru adimensional iar $r(t)$ este rezistența tranzitorie normată, reprezentată în condiții uzuale printr-o serie (infinită) de funcții exponențiale [2].

În cele ce urmează vom considera că nucleul $p(t) = qr(t)$ al ecuației integrale Volterra (1) poate fi aproximat printr-o serie trunchiată de forma

$$p(t) = qr(t) = \sum_{i=0}^{N} c_i e^{-a_i t} \tag{3}$$

unde întregul $N > 0$ precum și numerele reale c_i și a_i, $i = 1, 2, \ldots, N$ se aleg din considerente de precizie și complexitate a calculului. În general avem

$$c_0 = q, \; a_0 = 0 \text{ și } c_i, \; a_i > 0, \; i = 1, 2, \ldots, N. \tag{4}$$

Problema de analiză a elementului de circuit considerat constă în determinarea curentului $y(t)$ corespunzător unei anumite tensiuni de intrare date $v(t)$, $t \geqslant 0$, în ipoteza că nucleul ecuației integrale (1) poate fi aproximat prin (3).

Unele metode de rezolvare numerică a acestei probleme prin discretizarea directă a ecuației (1) au fost prezentate în [9]. În această lucrare vom aborda problema construcției unei realizări (descrieri) de stare a elementului de circuit descris prin (1)—(4), avînd în vedere importantele facilități de tratare numerică a problemei de analiză reformulate în termenii acestei descrieri.

2. Construcția unei realizări minimale de bază.

Considerăm pentru început ecuația integrală (1) pe care o interpretăm ca relație intrare-ieșire a unui sistem dinamic Σ_0 aflat în stare inițială nulă la momentul inițial $t = 0$. Presupunem că variabilele de intrare și ieșire $v_0(t)$ și respectiv $y(t)$ ale lui Σ_0 sînt definite și continue pe intervalul $t \geqslant 0$.

Pentru a obține o realizare (de stare) constantă a lui Σ_0 notăm

$$u(t) = \int_0^t p(t - \tau)\, y(\tau)\, \mathrm{d}\tau \tag{5}$$

Ținînd seama că nucleul $p(t)$ are expresia (3), considerăm sistemul liniar constant de ordin $N + 1$ definit prin

$$\dot{x}(t) = A_0 x(t) + b_0 y(t) \tag{6}$$

$$u(t) = c^T x(t)$$

unde matricile A_0, b_0 și c^T au structura

$$A_0 = \begin{bmatrix} -a_0 & & & \\ & -a_1 & & \\ & & \ddots & \\ & & & -a_N \end{bmatrix} \qquad b_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \tag{6'}$$

$$c^T = [c_0\, c_1 \ldots c_N]$$

Din relațiile (1), (5) și (6) rezultă

$$y(t) = -c^T x(t) + v_0(t) \tag{7}$$

astfel încît prima ecuație (6) devine

$$\dot{x}(t) = (A_0 - b_0 c^T)\, x(t) + b_0 v_0(t)$$

Propoziția 1. Relația intrare-ieșire (1) cu nucleu exponențial de forma (3) admite realizarea constantă Σ_0 de ordin $N+1$ definită prin

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + b_0 v_0(t) \tag{8}$$

$$y(t) = -c^T x(t) + v_0(t)$$

unde

$$A = A_0 - b_0 c^T \tag{8'}$$

iar matricile A_0, b_0 și c^T sînt definite prin (6').

Demonstrația este o consecință directă a construcției de mai sus. În particular, funcția pondere a sistemului (6) coincide cu nucleul relației integrale (5),

$$p(t) = c^T e^{tA_0} b_0.$$

Trebuie însă să observăm că, în general, relația intrare-ieșire ((1) admite pe lîngă o realizare (constantă) de forma (8) o infinitate de realizări de dimensiune strict mai mare, obținute atașînd realizării inițiale (8) părți necontrolabile sau/și neobservabile de dimensiune arbitrară. Prin urmare, pentru a asigura unicitatea realizării (pînă la o transformare nesingulară de stare) dar mai ales pentru a obține realizarea cea mai simplă (minimală, adică de dimensiunea cea mai mică posibilă) se impune în mod natural condiția ca realizarea obținută să fie controlabilă și observabilă, [10].

Propoziția 2. Dacă valorile proprii $-a_i$, $i = 0, 1, \ldots, N$ ale matricii A_0 din (6') sînt distincte două cîte două, iar toți $c_i \neq 0$, $i = 0, 1, \ldots, N$ atunci (8) constituie o realizare controlabilă și observabilă (deci minimală) a relației intrare-ieșire (1), (3).

Demonstrația afirmației de mai sus rezultă fie construind explicit matricile de controlabilitate și observabilitate ale tripletului (A, b_0, c^T) și arătînd că ele sînt nesingulare, fie direct din (6) și (7). În primul rînd observăm că printr-o eventuală rearanjare a termenilor din (3) condițiile din enunțul propoziției 2 pot fi întotdeauna îndeplinite și garantează controlabilitatea și observabilitatea tripletului (A_0, b_0, c^T) din (6′). Într-adevăr, matricea de controlabilitate

$$V_0 = [b_0 \; A_0 b_0 \; \ldots \; A_0^N b_0]$$

a perechii (A_0, b_0) coincide cu matricea Vandermonde

$$V_0 = \begin{bmatrix} 1 & -a_0 & a_0^2 \ldots & (-1)^N a_0^N \\ 1 & -a_1 & a_1^2 \ldots & (-1)^N a_1^N \\ . & . & . \ldots & . \\ 1 & -a_N & a_N^2 \ldots & (-1)^N a_N^N \end{bmatrix}$$

deci perechea (A_0, b_0) este controlabilă, adică $\det V_0 \neq 0$ dacă și numai dacă numerele a_i, $i = 0, 1, \ldots, N$ sînt distincte. Analog se arată că perechea (c^T, A_0) este observabilă dacă și numai dacă, în plus, $c_i \neq 0$, $i = 0, 1, \ldots, N$. Pe de altă parte, este evident că (8) rezultă din (6) prin reacția după ieșire (7) care, după cum se știe [10], nu modifică proprietățile de controlabilitate și observabilitate ale tripletului inițial (A_0, b_0, c^T). Prin urmare, tripletele (A_0, b_0, c^T) și (A, b_0, c^T) sînt simultan controlabile și observabile. Propoziția este demonstrată.

Pentru precizare, vom spune că (8) este realizarea de bază asociată elementului de circuit (1)—(3). Subliniem că matricile A, b_0, c^T ale realizării (8) rezultă din (3) practic prin inspecție, vezi relațiile (6′) și (8′).

3. Construcția unei realizări minimale a ecuațiilor unui element de circuit nefiliform.

Considerăm acum elementul de circuit descris de ecuațiile (1), (2) pe care le interpretăm ca relații intrare-ieșire ale unui sistem dinamic Σ avînd intrarea $v(t)$ și ieșirea $y(t)$.

Ținînd seama de cele stabilite în paragraful anterior, o realizare a lui Σ se poate obține imediat, alăturînd pur și simplu realizării de bază (8) ecuațiile de stare ale integratorului (2), scrise de exemplu sub forma

$$\dot{y}_0(t) = v(t) \tag{9}$$
$$v_0(t) = q y_0(t)$$

Rezultă

$$\dot{y}_0(t) = v(t)$$
$$\dot{x}(t) = Ax(t) + b_0 q y_0(t)$$
$$y(t) = -c^T x(t) + q y_0(t)$$

sau sub fomă compactă

$$\dot{x}_a(t) = A_a x_a(t) + b_a v(t) \tag{10}$$

$$y(t) = c_a^T x_a(t)$$

unde $x_a(t) = \text{col}\,(y_0(t), x(t))$ este vectorul de stare $(N+2)$ — dimensional, avînd componentele $y_0(t)$ și $x(t)$ iar A_a, b_a, c_a^T sînt matricile constante

$$A_a = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ qb_0 & A \end{bmatrix} \qquad b_a = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{10'}$$

$$c_a^T = [q \quad -c^T]$$

Vom arăta că (10) nu este o realizare minimală a ecuațiilor (1), (2) în condițiile (3), (4).

Matricea de observabilitate W_a a perechii (c_a^T, A_a) are structura

$$W_a = \begin{bmatrix} c_a^T \\ c_a^T A_a \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ c_a^T A_a^{N+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -W_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q & -c^T \\ qb_0 & A \end{bmatrix}$$

unde W_0 este matricea de observabilitate (nesingulară) a perechii (c^T, A). Prin urmare, W_a este nesingulară, deci realizarea (10) este observabilă dacă și numai dacă matricea

$$\begin{bmatrix} q & -c^T \\ qb_0 & A \end{bmatrix}$$

este nesingulară, adică ecuațiile liniare omogene

$$Ax + qb_0 y_0 = 0$$

$$-c^T x + q y_0 = 0$$

admit numai soluția banală $x = 0$, $y_0 = 0$. Ținînd seama de (8'), aceste ecuații se pot scrie sub forma echivalentă

$$A_0 x = 0$$

$$-c^T x + q y_0 = 0$$

care are soluție unică dacă și numai dacă matricea A_0 este nesingulară. În concluzie, realizarea (10) este observabilă dacă și numai dacă A_0 este nesingulară, adică toți $a_i \neq 0$, $i = 0, 1, \ldots, N$. Deoarece prin (4) avem $a_0 = 0$, este clar că (10) nu este observabilă și deci nici minimală.

Pentru a obține o realizare minimală a ecuațiilor elementului de circuit (1)—(4), considerăm ecuațiile (6) scrise pe componente

$$\dot{x}_0(t) = y(t) \tag{6 a}$$

$$\dot{x}_k(t) = -a_k x_k(t) + y(t),\ k = 1, \ldots, N$$

$$u(t) = qx_0(t) + \sum_{k=1}^{N} c_k x_k(t)$$

precum și reacția după ieșire (7)

$$y(t) = -qx_0(t) - \sum_{k=1}^{N} c_k x_k(t) + v_0(t) \tag{7 a}$$

Definim

$$z_0(t) = x_0(t) - y_0(t) \tag{11}$$

și ținînd seama de prima ecuație (6 a) precum și de ecuațiile integratorului (8) avem

$$\dot{z}_0(t) = y(t) - v(t) \tag{12}$$

A doua ecuație (6 a) rămîne nemodificată

$$\dot{x}_k(t) = -a_k x_k(t) + y(t),\ k = 1, \ldots, N \tag{13}$$

În sfîrșit, utilizînd (8) și (11), relația (7 a) devine

$$y(t) = -qz_0(t) - \sum_{k=1}^{N} c_k x_k(t) \tag{14}$$

Introducînd vectorul de stare $(N+1)$-dimensional

$$x(t) = \text{col}\,(z_0(t), x_1(t), \ldots, x_N(t))$$

ecuațiile (12)—(14) se scriu compact sub forma

$$\dot{x}(t) = A_0 x(t) + b_0 y(t) - bv(t) \tag{15}$$

$$y(t) = -c^T x(t)$$

unde tripletul (A_0, b_0, c^T) este definit prin (6′) cu $a_0 = 0$ și $c_0 = q$ (vezi (4)), iar

$$b = \text{col}\,(1, 0, \ldots, 0)$$

Eliminînd $y(t)$ din prima ecuație (15) și schimbînd semnul vectorului de stare $x(t)$, obținem în final

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + bv(t) \tag{16}$$
$$y(t) = c^T x(t)$$

Concluzia analizei de mai sus poate fi formulată astfel.

Propoziția 3. Ecuațiile de stare (16) definesc un sistem liniar constant Σ care constituie o realizare minimală a elementului de circuit (1)—(2) în condițiile (3)—(4).

Observăm că realizarea (16) diferă de realizarea de bază (8) în mod neesențial și ,la fel ca aceasta, poate fi scrisă practic prin inspecție, pe baza aproximației (3)—(4) adoptate pentru rezistența tranzitorie a elementului de circuit considerat. Este clar că, prin însăși definiția realizării, funcția de transfer a sistemului (16) coincide cu admitanța operațională $Y(s)$ a elementului de circuit

$$\frac{y(s)}{v(s)} = Y(s) = c^T(sI - A)^{-1} b$$

Prin urmare, legării în paralel a două elemente descrise prin ecuații de tip (1)—(2) îi corespunde cuplarea în paralel a sistemelor (16) corespunzătoare.

Pentru a obține descrierea de stare corespunzătoare legării în serie a două elemente de circuit, trebuie să dispunem de o realizare a impedanței sale operaționale $Z(s) = Y^{-1}(s)$. Aceasta corespunde sistemului Σ^{-1}, invers al lui Σ descris prin (16).

Sistemul invers Σ^{-1} se obține ușor derivînd a doua ecuație (16)

$$\dot{y}(t) = c^T Ax(t) + c^T bv(t)$$

și observînd că $c^T b = q \neq 0$, deci relația de mai sus poate fi explicitată în raport cu $v(t)$. Ducînd rezultatul astfel obținut în prima ecuație ((16), obținînd ecuațiile de stare ale lui Σ^{-1} sub forma

$$\dot{x}(t) = (I - bq^{-1}c^T)\, Ax(t) + bq^{-1}\dot{y}(t) \tag{17}$$
$$v(t) = -q^{-1}c^T Ax(t) + q^{-1}\dot{y}(t)$$

Evident, Σ^{-1} definit prin (17) este impropriu datorită caracterului prin ipoteză inductiv al elementului de circuit (1)—(2).

Concluzii

În lucrare s-au stabilit ecuațiile de stare ale circuitelor electrice nefiliforme cu pierderi suplimentare caracterizate prin ecuații integrale Volterra cu nucleu exponențial de tip (1)—(4). Mai precis, sistemele liniare constante Σ și Σ^{-1}, definite prin (16) și (17) constituie realizări parțiale (de dimensiune $N + 1$) ale admitanței și respectiv impedanței operațio-

nale a unui element dipolar inductiv la care rezistența sa tranzitorie poate fi aproximată conform relațiilor (3) și (4). Legării în serie sau paralel a unor elemente de acest tip îi corespunde cuplarea în paralel a sistemelor corespunzătoare Σ^{-1} sau Σ. Cazul elementelor dipolare capacitive rezultă imediat prin dualitate. De asemenea, construcțiile de mai sus pot fi extinse cu ușurință pentru elementele de circuit multipolare (multiport) ale căror realizări de stare sînt sisteme de același tip cu (16) și (17) dar evident multivariabile. În toate aceste cazuri, realizările de stare astfel obținute oferă facilități binecunoscute în legătură cu rezolvarea numerică eficientă a problemelor de analiză a circuitelor electrice cu parametri tranzitorii.

BIBLIOGRAFIE

1. *R. Răduleț, Al. Timotin, A. Tugulea.* St. cerc. Energ. Electrotehn. Vol. 16, Nr. 4, 1966
2. *Al. Timotin.* Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotehn. Energ. Vol. 14, Nr. 4, 1969
3. *Al. Timotin, A. Tugulea.* St. cerc. Energ. Electrotehn. Vol. 19, Nr. 4, 1969
4. *Al. Timotin.* St. cec. Energ. Electrotehn. Vol. 21, Nr. 2, 1971
5. *C. Mocanu.* Rev. Roum. Sdi. Tehn. Electrotehn. Energ. Vol. 16, Nr. 3, 1971
6. *C. Mocanu.* St. cerc. Energ. Electrotehn. Vol. 21, Nr. 4, 1971
7. *C. Mocanu.* St. cerc. Energ. Electrotehn. Vol. 22, Nr. 2, 1972
8. *C. Mocanu.* St. cerc. Energ. Electrotehn. Vol. 23, Nr. 1, 1973
9. *Ch. Popeea.* Bul. I. P. B., Seria Electrotehnică, Vol. XL, Nr. 2, 1978.
10. *L. A. Zadeh, E. Polak.* Teoria sistemelor. ET București f. a.

State Realizations for Linear Networks with Tranzient Parameters.

In this paper a new method is proposed for constructing partial state realizations of dipolar inductive circuits with relaxation effects and eddy curent losses.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 3

CZ: 621.314.22

CALCULUL INDUCTIVITĂȚII DE DISPERSIE LA TRANSFORMATOARE

CONSTANTIN GHIȚĂ *

În această notă se indică un mod de calcul analitic al inductivității de dispersie globală a unui transformator electric în ipoteze considerării configurației plan paralelă a cîmpului magnetic de dispersie din fereastra transformatorului.

Se consideră un transformator electric monofazat ale cărui înfășurări au dimensiunile notate ca în figura 1. Suprafața ferestrei transformatorului este împărțită în 5 regiuni I, II, III, IV, V, avînd suprafețele Σ_1, Σ_2, Σ_3, Σ_4, Σ_5.

Inductivitatea de dispersie a transformatorului se poate calcula cu relația :

$$L_\sigma = \frac{2W_m}{I_1^2} = \frac{\pi D}{\mu_0 I_1^2} \iint\limits_{\Sigma} B^2(x, y)\, \mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{1}$$

în care W_m reprezintă energia magnetică înmagazinată în cîmpul magnetic de dispersie al transformatorului, I_1 este curentul prin înfășurarea primară, μ_0 este permeabilitatea magnetică a vidului, D este diametrul mediu al canalului de scăpări al transformatorului iar $B(x, y)$ este inducția magnetică de dispersie în punctul de coordonate (x, y) al ferestrei Σ a transformatorului. S-a considerat înfășurarea secundară a transformatorului notată cu indicele 2, raportată la înfășurarea primară, notată cu indicele 1. Inducția magnetică $B(x, y)$ se poate scrie în funcție de componentele sale $B_x(x, y)$ și $B_y(x, y)$, în raport cu sistemul de coordonate din figura 1, astfel $B^2(x, y) = B_x^2(x, y) + B_y^2(x, y)$.

Pornind de la rezultatele obținute în lucrările [1] și [2] se va calcula inducția magnetică în cele cinci regiuni în care s-a împărțit fereastra transformatorului, folosind funcția lui Green descompusă pe subdomenii. Cu notațiile din figura 1 expresia (1) a inductivității L_σ devine :

$$L_\sigma = \frac{\pi D w_1^2}{\mu_0 (J_1 \alpha_1 \beta_1)^2} \left[\iint\limits_{\Sigma_1} B_{\mathrm{I}}^2(x, y)\, \mathrm{d}x\mathrm{d}y + \iint\limits_{\Sigma_2} B_{\mathrm{II}}^2(x, y)\, \mathrm{d}x\mathrm{d}y + \ldots + \iint\limits_{\Sigma_5} B_{\mathrm{V}}^2(x, y)\, \mathrm{d}x\mathrm{d}y \right] \tag{2}$$

Manuscris predat redacției la data de 27 ianuarie 1979
* Șef lucrări dr. ing. Catedra Mașini electrice

în care J_1 este densitatea medie echivalentă de curent, a înfășurării primare definită de relația $J_1 = (I_1 w_1)/(\alpha_1 \beta_1)$, unde w_1 este numărul de spire al înfășurării primare a transformatorului.

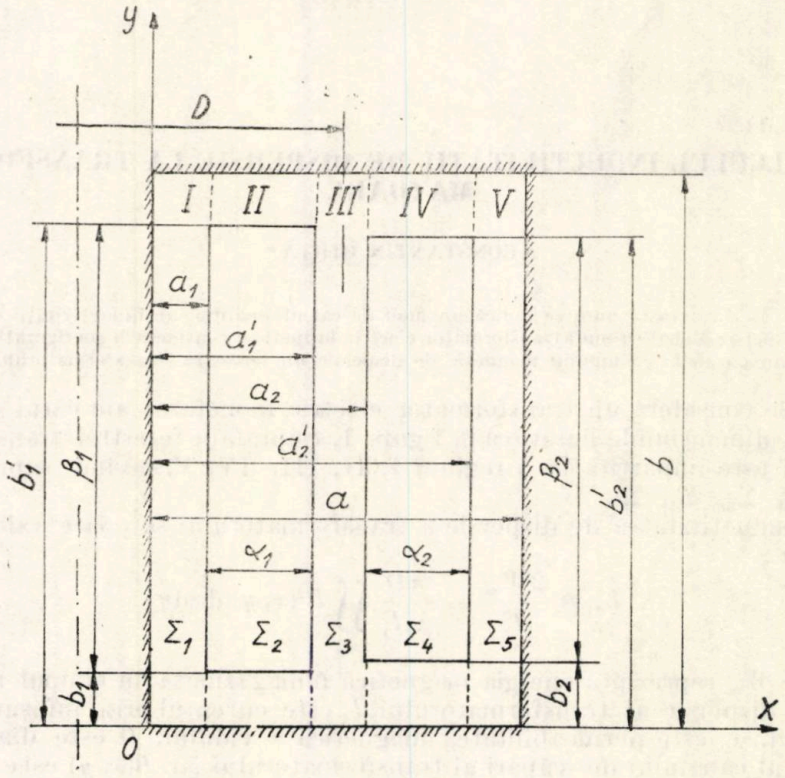


Fig. 1 Schița secțiunii transversale a unui transformator monofazat.

Inducțiile magnetice din cele cinci regiuni ale ferestrei care apar în relația (2) se determină cunoscînd expresiile analitice ale potențialelor magnetice vectoare $A_k(x, y)$ din cele cinci regiuni.

Potențialele magnetice vectoare se calculează folosind rezultatele obținute în lucrarea [1], după aceea inducțiile magnetice, pe componente, se calculează cu relațiile:

$$B_{kx}(x, y) = \frac{\partial A_k(x, y)}{\partial y}\,; \quad B_{ky}(x, y) = -\frac{\partial A_k(x, y)}{\partial x} \tag{3}$$

$$k = \mathrm{I}, \mathrm{II}, \ldots, \mathrm{V}$$

În mod curent, inductivitatea de dispersie a transformatorului se calculează în ipoteza în care liniile cîmpului magnetic de dispersie sînt

segmente de dreaptă paralele cu coloana transformatorului [3], [4] și are expresia :

$$L_{\sigma 0} = \mu_0 w_1^2 k_{R\,\mathrm{med}} \frac{\pi D}{\beta_{\mathrm{med}}} \left(a_2 - a_1' + \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{3} \right) \tag{4}$$

în care $\beta_{\mathrm{med}} = (\beta_1 + \beta_2)/2$, iar $k_{R\,\mathrm{med}}$ este valoarea medie a coeficientului lui Rogowski, corespunzător înfășurărilor transformatorului.

Pentru a simplifica calculele, este mai ușor de calculat raportul k_L dintre inductivitățile L_σ și $L_{\sigma 0}$, calculate respectiv cu relațiile (2) și (4). Acest raport se scrie sub forma :

$$k_L = \frac{L_\sigma}{L_{\sigma 0}} = \frac{b^2 \beta_{\mathrm{med}}}{(\alpha_1 \beta_1)^2 k_{R\,\mathrm{med}} \left(a_2 - a_1' + \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{3} \right)} \left[\int_0^{a_1} \int_0^{b} B_{\mathrm{I}}^*(x, y)\, \mathrm{d}x\mathrm{d}y + \right.$$

$$+ \int_{a_1}^{a_1'} \int_0^{b} B_{\mathrm{II}}^*(x, y)\, \mathrm{d}x\mathrm{d}y + \int_{a_1'}^{a_2} \int_0^{b} B_{\mathrm{III}}^*(x, y)\, \mathrm{d}x\mathrm{d}y + \int_{a_2}^{a_2'} \int_0^{b} B_{\mathrm{IV}}^*(x, y)\, \mathrm{d}x\mathrm{d}y +$$

$$\left. + \int_{a_2'}^{a} \int_0^{b} B_{\mathrm{V}}^*(x, y)\, \mathrm{d}x\mathrm{d}y \right] \tag{5}$$

În relația (5) mărimile adimensionale B_{I}^*, $B_{\mathrm{II}}^*, \ldots, B_{\mathrm{V}}^*$ nu depind de curenții prin înfășurările transformatorului și de numerele de spire ale acestuia, ci depind numai de geometria secțiunii transversale a transformatorului. Acestea se calculează cu relațiile $B_k^{*2}(x, y) = B_{kx}^{*2}(x, y) + B_{ky}^{*2}(x, y)$, $k = \mathrm{I}, \mathrm{II}, \ldots, \mathrm{V}$, în care mărimile adimensionale $B_{kx}^*(x, y)$ și $B_{ky}^*(x, y)$ se determină cu relațiile :

$$\begin{cases} B_{\mathrm{I}x}^*(x, y) = P\left(1 - \dfrac{2y}{b}\right) - \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (E_1 + E_2) \sin \frac{n\pi y}{b} \operatorname{ch} \frac{n\pi x}{b}, \\ B_{\mathrm{II}x}^*(x, y) = P\left(1 - \dfrac{2y}{b}\right) + \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n\pi y}{b} \left[B_1 - C_1 \operatorname{ch} \frac{n\pi(a - x)}{b} - \right. \\ \left. - (D_1 + E_2) \operatorname{ch} \dfrac{n\pi x}{b} \right] \\ B_{\mathrm{III}x}^*(x, y) = P\left(1 - \dfrac{2y}{b}\right) + \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n\pi y}{b} \left[F_1 \operatorname{ch} \frac{n\pi(a - x)}{b} - E_2 \operatorname{ch} \frac{n\pi x}{b} \right] \\ B_{\mathrm{IV}x}^*(x, y) = P\left(1 - \dfrac{2y}{b}\right) + \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n\pi y}{b} \left[B_2 + (F_1 - C_2) \operatorname{ch} \frac{n\pi(a - x)}{b} - \right. \\ \left. - D_2 \operatorname{ch} \dfrac{n\pi x}{b} \right] \end{cases}$$

$$
\begin{cases}
B^*_{V x}(x,y) = P\left(1-\dfrac{2y}{b}\right)+\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(F_1+F_2)\sin\frac{n\pi y}{b}\operatorname{ch}\frac{n\pi(a-x)}{b} \\
B^*_{I y}(x,y) = -P\left(1+\dfrac{2x}{b}\right)-\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(E_1+E_2)\cos\frac{n\pi y}{b}\operatorname{sh}\frac{n\pi x}{b} \\
B^*_{II y}(x,y) = -P\left(1+\dfrac{2x}{b}\right)+G_1\left(\frac{x}{b}-\frac{a_1}{b}\right)+ \\
+\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\cos\frac{n\pi y}{b}\left[C_1\operatorname{sh}\frac{n\pi(a-x)}{b}-(D_1+E_2)\operatorname{sh}\frac{n\pi x}{b}\right] \\
B^*_{III y}(x,y) = -P\left(1+\dfrac{2x}{b}\right)+H_1-\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\cos\frac{n\pi y}{b}\left[F_1\operatorname{sh}\frac{n\pi(a-x)}{b}+E_2\operatorname{sh}\frac{n\pi x}{b}\right] \\
B^*_{IV y}(x,y) = -P\left(1+\dfrac{2x}{b}\right)+H_1+G_2\left(\frac{x}{b}-\frac{a_2}{b}\right)- \\
-\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\cos\frac{n\pi y}{b}\left[(F_1-C_2)\operatorname{sh}\frac{n\pi(a-x)}{b}+D_2\operatorname{sh}\frac{n\pi x}{b}\right] \\
B^*_{V y}(x,y) = -P\left(1+\dfrac{2x}{b}\right)+H_1+H_2-\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(F_1+F_2)\cos\frac{n\pi y}{b}\operatorname{sh}\frac{n\pi(a-x)}{b}
\end{cases}
\tag{6}
$$

În relațiile (12) intervin mai multe mărimi adimensionale care se definesc în felul următor :

$$
\begin{cases}
P=\dfrac{\alpha_1\beta_1}{b(a+b)};\quad Q_1=\dfrac{2\left(\sin\dfrac{n\pi b_1}{b}-\sin\dfrac{n\pi b_1'}{b}\right)}{n^2\pi^2\operatorname{sh}\dfrac{n\pi a}{b}}; \\
Q_2=\dfrac{2\alpha_1\beta_1\left(\sin\dfrac{n\pi b_2}{b}-\sin\dfrac{n\pi b_2'}{b}\right)}{\alpha_2\beta_2 n^2\pi^2\operatorname{sh}\dfrac{n\pi a}{b}};\quad B_i=Q_i\operatorname{sh}\frac{n\pi a}{b};\quad C_i=Q_i\operatorname{sh}\frac{n\pi a_i}{b}; \\
D_i=Q_i\operatorname{sh}\dfrac{n\pi(a-a_i')}{b}; \\
E_i=Q_i\left[\operatorname{sh}\dfrac{n\pi(a-a_i')}{b}-\operatorname{sh}\dfrac{n\pi(a-a_i)}{b}\right];\quad F_i=Q_i\left(\operatorname{sh}\dfrac{n\pi a_i'}{b}-\operatorname{sh}\dfrac{n\pi a_i}{b}\right) \\
H_1=H_2=\dfrac{\alpha_1\beta_1}{b^2};\quad G_1=\dfrac{\beta_1}{b};\quad G_2=\dfrac{\alpha_1\beta_1}{\alpha_2 b};\quad i=1;2
\end{cases}
\tag{7}
$$

S-a efectuat o aplicație numerică pe un transformator monofazat caracterizat de următoarele dimensiuni geometrice : $a = 0{,}2$m ; $b = 0{,}2$ m ; $a_1 = 0{,}01$ m ; $a_1' = 0{,}09$ m ; $a_2 = 0{,}11$ m ; $a_2' = 0{,}19$ m ; $\alpha_1 = 0{,}08$ m ; $\alpha_2 = 0{,}08$ m ; $b_1 = 0{,}01$ m ; $b_1' = 0{,}19$ m ; $b_2 = 0{,}015$ m ; $b_2' = 0{,}185$ m ; $\beta_1 = 0{,}18$ m ; $\beta_2 = 0{,}17$ m. Integralele duble care apar în relația (10) s-au calculat pentru indicele de sumare $n = 20$, de asemenea, suprafețele Σ_1, Σ_3, Σ_5 s-au împărțit în $2 \times 12 = 24$ dreptunghiuri elementare iar suprafețele Σ_2 și Σ_4 în $4 \times 12 = 48$ dreptunghiuri elementare fiecare. Pentru coeficientul de corecție s-a obținut valoarea $k_L = 1{,}25143$. Timpul de calcul al acestui coeficient, calculat cu calculatorul FELIX C—256, a fost de un minut și 8 secunde.

Pentru cazurile transformatorului cu înfășurări dispuse asimetric pe înălțimea coloanei, relația (4) conduce la erori mari și de aceea în aceste cazuri o valoare mai corectă a inductivității de dispersie a transformatorului trebuie calculată folosind coeficientul de corecție k_L dat de relația (5).

BIBLIOGRAFIE

1 *Ghiță , C.*, St. Cer., Energ., și Electr., 24, 2, 1974.
2 *Ciric, I.*, Rev., Roum., Sci., Techn., Electr., et Energ., 20, 3, 1970.
3 *Bălă, C.*, Proiectarea mașinilor electrice, București, Ed. Did. și Ped.
4 *Gheorghiu, I. S., Fransua, A.*, Tratat de mașini electrice, Vol. II, Transformatorul, București, Ed. Academiei, 1971.

Le calcul de l'inductance de dispersion pour les transformateurs

On présente une méthode pour calculer à l'aide des ordinateurs l'inductance globale de dispersion d'un transformateur monophasé.

En adoptant les mêmes hypothèses de E. Roth, on parvient à des formules comportant des séries fortement convérgentes, par lesquelles on réduit sensiblement (presque 40 fois) la durée d'utilisation de l'ordinateur.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 3

ELECTRONICĂ

C.Z. 621.385

SISTEM DE TRANSMISIUNE A INFORMAȚIEI DE TIMP

GH. CARTIANU, A. D. PREDA, M. IVANCIOVICI*

Se descrie sistemul de transmisiune și afișare digitală a orei exacte pentru asigurarea bunei funcționări a metroului din București. Se prezintă funcționarea pe schema bloc și concepția ce a stat la baza elaborării sistemului. Se arată avantajele acestui sistem față de alte sisteme și se descrie generatorul etalon de semnale de timp de la emisie. Sînt prezentate contribuțiile cu caracter de inventivitate și noutate în realizarea sistemului.

În foarte multe domenii de activitate este necesar să se cunoască cu mare precizie ora e actă, în toate compartimentele de serviciu. În acest scop se preconizează a fi folosite sistemele de transmisiune a informației de timp. Plecînd de la aceste elemente, pentru asigurarea unei bune funcționări a întregului ansamblu de servicii de siguranță ale Metroului București, s-a studiat, proiectat și realizat sistemul de generare, transmisiune și afișare a informației de timp. În sistemul de transmisiune elaborat se afișează la ceasurile din stațiile metroului ora exactă și intervalul de timp scurs între două trenuri succesive prin aceeași stație.

Sistemul elaborat este de largă aplicabilitate pentru metrou, și are unele particularități cu caracter tehnologic. Trebuie remarcat că sistemul putea fi realizat cu transmisiune analogică sau digitală combinată cu afișarea analogică sau digitală. S-a preferat sistemul cu transmisiune digitală și cu afișare digitală, pe bază de cod de impulsuri deoarece prezintă următoarele avantaje :

a) Siguranța de funcționare este îmbunătățită prin transmiterea succesivă de mai multe ori pe minut a informației în cod, deoarece dă posibilitatea unei interpretări corecte chiar în cazul unor perturbații de scurtă durată. La intervale de un minut se reface complet semnalul pentru transmisiunea informației de timp, ceea ce face ca ora să fie corect afișată, chiar dacă între timp a existat o întrerupere pe linia de transmisiune a impulsurilor de formare a orei exacte sau dacă alimentarea afișării luminoase a fost temporar întreruptă, după ce transmisiunea a fost restabilită.

b) Afișarea digitală este mai sugestivă.

c) Pentru transmisiunea la distanțe mari, reconstituirea secvenței de impulsuri se face în mod simplu.

d) Lipsa oricărei părți mecanice mobile.

Manuscris predat redacției la data de 11 ianuarie 1980

* Prof. dr. doc. memb. coresp. Acad ; Conf. dr. ing. ; Șef lucrări Catedra Radiocomunicații

Sistemul are și dezavantaje :

a) Instalația la emisie și la recepție are o complexitate mai mare.

b) În cazul în care afișarea se face prin lămpi cu incandescență (becuri), este necesară o întreținere permanentă pentru înlocuirea celor defectate. Această problemă nu se pune atunci cînd afișarea se face prin LED-uri ca în cazul unor ceasuri de birou, care au dimensiuni relativ mici.

1. Descrierea sistemului cu afișare digitală.

În figura 1 este arătată schema bloc a întregii instalații de transmisiune a informației de timp.

În fiecare stație s-au prevăzut patru ceasuri de peron (ceasuri de oră exactă) și cîteva ceasuri de birou. care arată ora exactă din minut în minut. Ceasurile de peron afișează ora exactă prin patru cifre constituite prin schema de șapte segmente. În afară de ceasurile de peron în fiecare stație sînt prevăzute și cîte două cronometre (ceas de interval) care arată pentru fiecare direcție de mers, din 5 în 5 secunde, intervalul de timp de la plecarea ultimului tren din stație. Comanda de pornire și oprire a cronometrului se face automat la trecerea trenului prin stație. După zece minute cronometrul afișează continuu 10.00 (zece minute). Intervalul de timp maxim precedent rămîne afișat atîta timp cît trenul rămîne în stație. La plecarea lui se șterge vechiul afișaj și începe o nouă cronometrare, care poate continua cel mult timp de zece minute, în cazul de neintrare în stație a altui tren, după care afișarea rămîne fixată la intervalul maxim măsurabil, ceea ce indică o defecțiune sau o oprire a circulației metroului. Cronometrul are ca bază de timp, frecvența de 50 Hz a rețelei de alimentare, deoarece în acest caz eventualele erori datorite bazei de timp nu au importanță, necumulîndu-se.

2. Rețeaua radială de comandă a ceasurilor.

Pentru comanda prin impulsuri a ceasurilor s-a prevăzut o rețea radială cu centrul în stația de comandă. Fiecare ramură alimentează 7—8 stații, fiecare stație avînd derivații pentru șapte ceasuri.

Impedanța de intrare pentru fiecare ceas este de 15 kΩ. Amplitudinea impulsurilor de comandă este de 12 ÷ 24 V.

Impulsurile de comandă sînt transmise prin cablu dublu ecranat pentru a se evita perturbarea codului de impulsuri de către impulsurile perturbatoare datorite fenomenelor tranzitorii care apar pe liniile de înaltă tensiune de alimentare a locomotivelor electrice ale metroului.

Deoarece principalele perturbații sînt datorite cuplajelor electrostatice dintre rețeaua de înaltă tensiune și cablul utilizat pentru transmisiunea comenzilor, s-a redus cît mai mult posibil impedanța de intrare a decodorului fiecărui ceas. Cu o impedanță de intrare a decodorului de 15 kΩ și cu șapte ceasuri într-o stație, rezultă la fiecare stație impedanța de 2140 Ω, iar impedanța pe un tronson cu opt stații este de circa 300 Ω, neglijînd

impedanța liniei. Aceste valori sînt apreciate ca suficient de mici pentru a reduce perturbațiile datorite cuplajului electrostatic cu rețeaua de alimentare.

3. Sistemul de alimentare a afișajului

Pentru afișarea informației de timp s-a utilizat metoda de afișaj cu șapte elemente, comandate prin intermediul unităților de comandă, UC, (fig. 1), de către decod rul cu circuite integrate pentru șapte segmente, D. Fiecare segment a fost constituit din cîte două becuri de 2,6 Waţi și 26 V, montate în paralel. Montarea a două becuri în paralel pe fiecare segment a afișajului a avut în vedere scăderea probabilității de defecțiune pe segment, deci creșterea fiabilității afișajului. Pentru a se mări durata de viață a becurilor, ele au fost alimentate la circa 70% din puterea nominală.

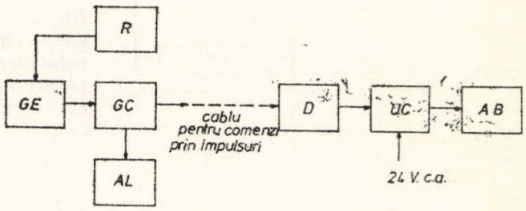


Fig. 1. — Schema bloc a instalației de transmisiune a informației de timp.
GE — generatorul etalon de semnale de timp (ceas etalon) pentru zeci de ore, ore, zeci de minute și minute. GC — generatorul de cod, care generează codul de impulsuri. R — reglajul orei exacte. AL — afișaj de control cu leduri. D — decodor la sistemul de recepție al fiecărui ceas. UC — unitate de comandă. AB — afișaj cu becuri.

Numeroasele încercări făcute au arătat că în aceste condiții segmentele luminoase, acoperite cu ecrane albe sau portocalii, erau perfect vizibile, permițînd o bună definiție a cifrelor reprezentate pînă la o distanță de 100 m, cu o iluminare medie generală de circa 200 lucși.

Afișajul este alimentat de la o sursă de c.a., proprie fiecărei stații a metroului, cu tensiunea mai mică de 24 V. Puterea luată de afișaj variază cu numărul de segmente luminate, diferit de la un minut la altul.

Tensiunea de comandă a aprinderii becurilor este dată de circuitele de decodare ale fiecărui ceas. În cazul folosirii tiristoarelor tensiunea dată de decodor este aplicată la grila de comandă a tiristorului. În cazul folosirii tranzistoarelor tensiunea de comandă este aplicată la baza tranzistorului. Numeroasele încercări făcute au arătat că soluția comenzii cu ajutorul tranzistoarelor oferă o siguranță de funcționare mai mare decît cu ajutorul tiristoarelor.

4. Părțile componente ale instalației

Generatorul de oră exactă conține două părți esențiale : generatorul etalon de semnale de timp (ceas etalon) și generatorul de cod (fig. 1).

Ceasul etalon utilizează ca element principal un oscilator pilot cu cuarț termocompensat de mare stabilitate, care generează frecvența de bază $f_0 = 4$ MHz cu o stabilitate minimă de 10^{-7}. Frecvența acestui semnal este divizată cu ajutorul divizoarelor, realizate cu circuite integrate, astfel încît se obțin perioadele de 1 sec., 1 min, 10 min, 1 h și 24 h.

Generatorul de cod conține circuitele de codare în secvențe de impulsuri și circuitele de poziționare la ora exactă. De asemenea, generatorul de

oră exactă conține afișajul cu leduri AL și un sistem de reglare a orei exacte, R.

Partea de recepție a sistemului de transmisiune a informației de timp o constituie ceasurile de peron și acelea de birou, în principiu asemănătoare. Deosebirea dintre ceasul de peron și ceasul de birou, constă în afișajul cu becuri la primul și cu leduri la al doilea.

Ceasul de peron prelucrează semnalul primit de la linia de transmisiune și afișează ora exactă cu ajutorul dispozitivelor din figura 2.

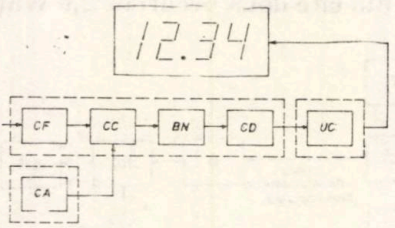


Fig. 2 — Schema de principiu a ceasului de peron. CF — circuitul de formare. CC — circuitul de coincidență. BN — blocul de măsurare. CD — circuitul de decodificare. UC — unitatea de comandă. CA — circuitul de alimentare.

Instalațiile ceasului de peron sînt montate în casete ermetice de aluminiu cu dimensiunile 725/250/170 (fig. 3). Afișajul cu becuri este realizat din patru blocuri, corespunzătoare fiecărei cifre a ansamblului ce indică ora exactă.

La proiectarea casetelor ceasului de peron s-a ținut seama de faptul că temperatura echipamentului electronic trebuie să rămînă sub o anumită valoare nepericuloasă în condițiile de temperatură ale mediului exterior, ținînd în special seama că temperatura circuitelor integrate folosite să nu întreacă temperatura de +70°C. În urma numeroaselor experimentări s-a ajuns la realizarea unei răciri satisfăcătoare prin ventilație naturală. În aceste condiții conform legilor fizice cunoscute diferența de temperatură dintre interiorul casetei și mediul exterior depinde numai de sursele de căldură din interiorul casetei și de un coeficient ce depinde de parametrii de transmisiune calorică. În încercările făcute la o temperatură a mediului exteri de circa +27°C, în interiorul casetei ceasurilor de peron, lîngă echipamentele electronice, temperatura a fost de circa +30°C.

De asemenea pentru a crește durata de viață a becurilor care constituie afișajul ceasului de peron s-a stabilit următorul mod de funcționare :

a) în pauză, cînd segmentul este neluminat, becurile sînt alimentate cu un curent de preîncălzire de circa 10÷15 % din I_n, care este curentul nominal de încălzire al unui bec ($I_n \simeq 0,1$A).

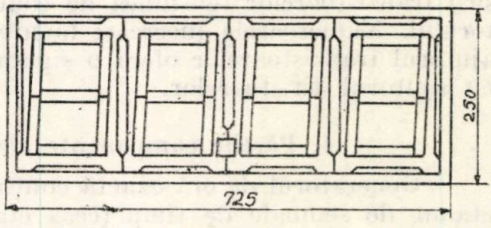


Fig. 3 — Ceasul de peron, casete.

b) în lucru, cînd segmentul este iluminat, becurile lucrează la o tensiune inferioară celei normale, așa cum s-a arătat.

În acest fel se reduce simțitor diferența dintre curentul de repaus și cel de lucru, diferența care în cazul unei alimentări normale este foarte

mare dacă se ține seama că în repaus rezistența filamentului becului este mult mai mică decît $R = \frac{U_n}{I_n} = \frac{26\ V}{0{,}1\ A} = 260\ \Omega$. Trecerea bruscă a filamentului de la temperatura mediului ($T = 15 \div 20°C$) la temperatura corespunzătoare curentului nominal este cauza obișnuită a întreruperii filamentelor lămpilor cu incandescență. Această trecere este mult atenuată în cazul condițiilor realizate. Acest lucru este foarte important datorită numărului mare de comutări pe zi la care sînt supuse becurile afișajului, așa cum se vede din tabelul 1.

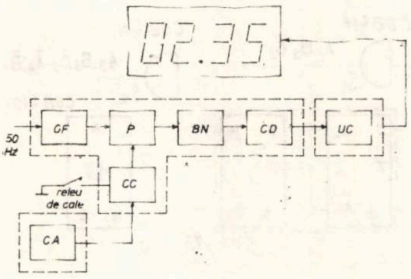


Fig. 4 — Schema de principiu a cronometrului (ceas de interval).
CF — circuitul de formare a secundei. P — poarta. BN — blocul de numerare. CD — circuitul de decodificare. UC — unitatea de comandă. CC — circuitul de comandă. CA — circuitul de alimentare.

Ceasul de birou conține aceleași circuite ca ceasul de peron, însă prin faptul că afișajul este realizat cu leduri, dimensiunile casetelor sînt mai mici.

Cronometrul sau ceasul de interval, care în stația metroului se montează lîngă ceasul de peron, are schema bloc din figura 4.

Ceasurile de peron și conometrele sînt așezate la capetele peroanelor, (fig. 10). Ec anele de culoare albă sau portocalie, care acoperă afișajul face ca cifrele constituente ale orei exacte să fie perfect vizibile de la 100 metri, practic pe întregul peron.

5. Generatorul etalon de semnale de timp (ceasul etalon).

Una din părțile componente cele mai importante ale întregului sistem de transmisiune a informației de timp este generatorul etalon de semnale de timp, avînd schema bloc din figura 5. Elementul ce furnizează semnalul etalon de frecvență este oscilatorul termocompensat 0 cu frecvența de 4 MHZ. La ieșirea blocului D_1 se obține un semnal TTL cu perioada de 1 sec. Urmează divizoarele de frecvență D_2, D_3, D_4, D_5, și D_6, respectiv cu 10, 6, 10, 6 și 24. Acest divizoare de frecvență dau la ieșire semnale cu perioade respectiv de 10 sec., 1 min., 10 min., 1 h și 1 zi. Divizoarele cu 10 sînt realizate cu circuite integrate de tipul CDB 473 și CDB 472 în montaje cu reacție (fig. 6).

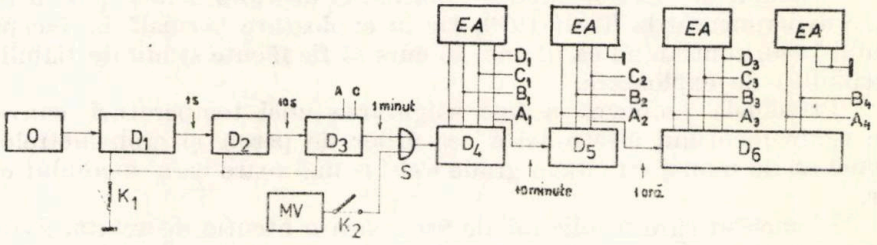


Fig. 5 — Schema bloc a ceasului etalon.

Divizorul de frecvență D_5 cu 24 (fig. 7) este obținut cu un circuit integrat CDB 490 pentru unități de ore și un circuit integrat CDB 473, două circuite „Si", S_1 și S_2 și un monostabil CDB 412 — pentru zeci de ore. Circuitele S_1 și S_2 decodează starea „23" a divizorului D_5 (după impulsul „23" la ieșirea circuitului S_2 există semnalul logic „1"). La apariție impulsul „24" (ora 24) aplicat la intrarea circuitului S_2, ieșirea lui trece de la nivelul logic „1" la nivelul logic „0", care va face ca monostabilul MS să genereze un impuls de 0,5 msec., impuls care aduce la „zero" prin ieșirile Q și $\bar{Q}$ circuitele CDB 490 și CDB 473 (fig. 7).

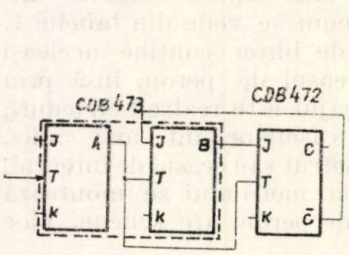


Fig. 6 — Divizoare de frecvență cu 6, realizate cu circuite integrate.

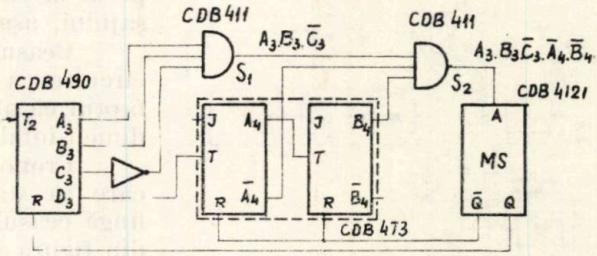


Fig. 7 — Divizoare de frecvență cu 24, realizate cu circuite integrate.

Pentru potrivirea la oră exactă a ceasului etalon în scopul sincronizării cu un semnal de oră exactă dat de observatorul astronomic se folosește circuitul „Sau" S (fig. 5), multivibratorul MV și comutatorul K_2. Circuitul S este intercalat între divizoarele de frecvență D_3 și D_4. A doua intrare a circuitului „S" este conectată la mutivibratorul MV, care are frecvența semnalului generator cuprinsă între 1 Hz ÷ 20 Hz. Cînd comutatorul K_2 este închis (comutatorul K_1 — deschis) se aplică semnal de la multivibratorul MV și se poate face potrivirea la oră exactă a ceasului etalon în funcție de semnalul orar dat de observatorul astronomic.

Stările celulelor din divizoarele D_1, D_5 și D_6 sînt decodificate și afișate pe elemente de afișare AL cu LED-uri de tipul HP—5082—7300.

Ieșirile elementelor liniare (A_1, B_1, C_1, D_1, A_2, B_2, C_2, D_2, A_3, B_3, C_3, D_3, A_4 și B_4) corespunzătoare divizoarelor de unități și zeci de minute (D_4 și D_5) și unități și zeci de ore (D_6) ,ieșiri care ne dau informație de oră exactă, vor fi folosite în schema generatorului de cod.

5. Fiabilitatea instalației.

Sistemul de transmisiune a informației de timp a fost pus în funcțiune experimental la 01-04-1979, iar în exploatare normală la începutul anului 1980, continuînd ca în anul în curs să fie făcute studii de fiabilitate în condiții de exploatare.

Principala problemă a fost asigurarea unei temperaturi convenabile echipamentului electronic a ceasurilor de peron și cronometrelor și anume să fie numai cu cîteva grade Celsius mai mare ca a mediului exterior.

Elementul care a solicitat de asemenea o atenție deosebită, avînd în vedere frecvența mare posibilă a defectărilor a fost afișajul cu becuri.

Dacă notăm segmentele unei cifre cu literele $a \div g$ (fig. 8), cifrele orei exacte cu $1 \div 4$, (fig. 9), în ordinea, zeci de ore, ore, zeci de minute și minute, se poate calcula numărul de comutări și timpul de funcționare în intervalul de 24 ore pentru fiecare segment în parte.

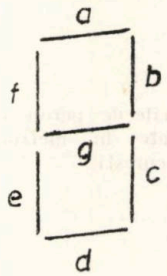


Fig. 8—Afișaj numeric cu segmente.

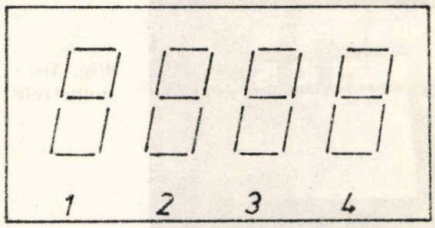


Fig. 9 — Afișarea numerică a orei exacte.

În tabelul 1 s-a notat cu N numărul de comutări, stins — aprins și aprins — stins, și cu T — timpul de funcționare în minute. De exemplu segmentul a de la zeci de ore, în intervalul de 24 ore, suferă 2 comutări, de la ora 09.59 la ora 10.00 și de la ora 19.59 la ora 20.00. Acest segment rămîne aprins în prima etapă, 600 de minute și în etapa a doua 240 de minute.

Din tabelul 1 se observă că avînd în vedere numărul de comutări, becurile cele mai solicitate sînt acelea din segmentele *d* și *e*, cifra-minute. Într-un interval de 100 zile, aceste becuri sînt comutate de 115.200 ori, ceea ce reprezintă un număr relativ mare de comutări.

Tabelul 1

	a		b		c		d		e		f		g	
	N	T	N	T	N	T	N	T	N	T	N	T	N	T
1	2	840	0	1440	2	1200	2	840	2	840	2	600	2	240
2	14	1020	4	1200	6	1260	18	900	20	600	10	780	10	960
3	96	960	48	1200	48	1200	96	960	96	486	48	720	48	960
4	864	1008	288	1152	288	1296	1152	864	1152	576	576	864	576	1008

Avînd în vedere timpul cît stau sub tensiune, becurile cele mai solicitate sînt acelea din segmentul *b* cifra zeci de ore, care stă tot timpul aprins și becurile din segmentele (în ordinea mărimii), *c* (din toate cifrele) și *a* (cifrele minute și ore).

În intervalul de 100 de zile, numărul maxim de ore de funcționare este de 2400 ore, care fără să fie foarte mare, depășește totuși media de ore de funcționare dată de fabrica de becuri.

Trebuie remarcat că într-un interval de 120 de zile nu s-a înlocuit nici un bec. Aceasta arată că soluția adoptată pentru preîncălzirea becurilor în pauză și subtensionarea lor în lucru, a dus la o creștere deosebită a fiabilității afișajului.

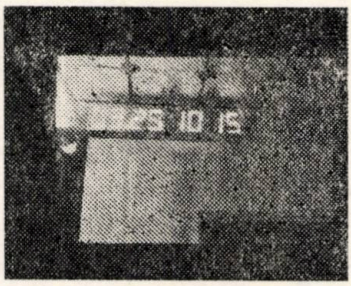


Fig. 10. — Ceasurile de peron și cronometrele instalate în metroul din București.

Concluzii

Din analiza sistemului de trasmisiune a informației de timp se pot trage o s rie de concluzii :

— Instalația a fost elaborată după o schemă electronică originală.

— Realizarea tehnologică are caracteristici corespunzătoare posibilităților de producție și realizare în țară.

— Partea constructivă este realizată avînd la bază o concepție rațională în ceea ce privește construcția și posibilitatea de verificare a bunei funcționări.

— Întreaga parte constructivă a fost concepută în ide a satisfacerii unei funcționări optimale și a unei întreținери simple.

— Sistemul a fost proiectat și realizat în concepția unei fiabilități cît mai ridicate, corespunzătoare exigenței traficului feroviar, care cere o ridicată siguranță în funcționare.

— Sistemul face parte integrantă din sistemul de siguranță în funcționare a traficului metroului.

— Toate echipamentele sistemului au fost realizate utilizînd circa 95% materiale produse de industria românească.

Colectivul condus de prof. dr. docent Gh. Cartianu, care a conceput și realizat sistemul de transmisiune a informație de timp este format din : conf. dr. ing. A. D. Preda, conf. dr.ing. M. Drăgulinescu, ș.l. M. Ivanciovici, ș.l. dr. ing. I. Marghescu, ș.l. dr. ing. S. Ciochină și ing. I. Belușică.

BIBLIOGRAFIE

[1] *Morris, R. L., Miller, I. L.*, Proiectarea cu circuite integrate TTL, Ed. Tehnică, 1974.
[2] *Oppenheim, A. V., Ronald, W. S.*, Digital Signal Processing, Prentice — Hall International, Inc., New Jersey, 1975.
[3] *Manassewitsch, V.*, Frequency Synthesizers Theory and Design, John Wiley & Sons, 1976.

Time Information Transmission System

There is described the transmission system and digital display of exact time for security of a correct work of the underground in Bucharest.

We present the block circuit work and the principle on which was based the conception of this system. We also give the advantages of this system in comparison with other systems and the standard generator of time signals from transmitter. There are also presented the new and real contribution brought about in the achievement of this system.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 3

C.z. 621.395.91
621.382

PĂRȚILE COMPONENTE ALE SISTEMULUI DE TRANSMISIUNE A INFORMAȚIEI DE TIMP

M, DRĂGULINESCU, S, CIOCHINĂ, I. MARGHESCU, ILEANA BELUȘICA *

În acest articol se descriu părțile componente ale sistemului de transmisiune a informației de timp. Sînt prezentate schemele de circuite integrate ale principalelor blocuri funcționale.

Se descriu atît ceasurile pentru ora exactă cît și ceasurile care indică intervalul de timp între două trenuri succesive. Se pun în evidență aspectele funcționale și tehnologice cu caracter de originalitate și sînt prezentate performanțele sistemului.

Pentru rețeaua metroului din București s-a conceput și realizat un sistem original pentru transmisiunea informației de timp, sistem ce a fost prezentat în articolul „Sistem de transmisiune a informației de timp" de prof. Gh. Cartianu, conf. A. D. Preda, conf. M. Drăgulinescu și ș.l. M. Ivanciovici. Acest sistem care a fost montat și funcționează la Metroul din București este constituit din următoarele părți componente: generatorul de oră exactă, ceasurile de peron, ceasurile de birou, cronometrele electronice, sistemul de afișare pentru ceasurile de peron și cronometre.

1. **Generatorul de oră exactă** — Partea cea mai importantă a întregului sistem de transmisiune a informației de timp o constituie generatorul de oră exactă. Acest generator care este amplasat la dispeceratul Metroului București, comandă întregul sistem de transmisiune a informației de timp montat în rețeaua metr ului. Generatorul de oră exactă este format din două unități și anume: a) generatorul etalon de semnale de timp și b) generatorul de cod. Generatorul etalon de semnale de timp, descris pe larg în articolul „Sistem de transmisiune a informației de timp" amintit mai sus, generează etalonul de timp (secunda) și apoi face numărarea unităților de timp într-un sistem de numărare de 24 h dînd astfel informația de oră exactă. Această informație este preluată de generatorul de cod, care o tran formă într-un cod serie de semnale pentru a putea fi transmis prin rețeaua telefonică către ceasurile de peron și birou, așa cum s-a arătat atunci cînd a fost prezentat sistemul de transmisiune a informației de timp.

Manuscris predat redacției la data de 11 ianuarie 1980
* Conf. dr. ing.; Șef lucrări dr. ing.; Șef lucrări dr. ing.; Ing., Catedra Radiocomunicații

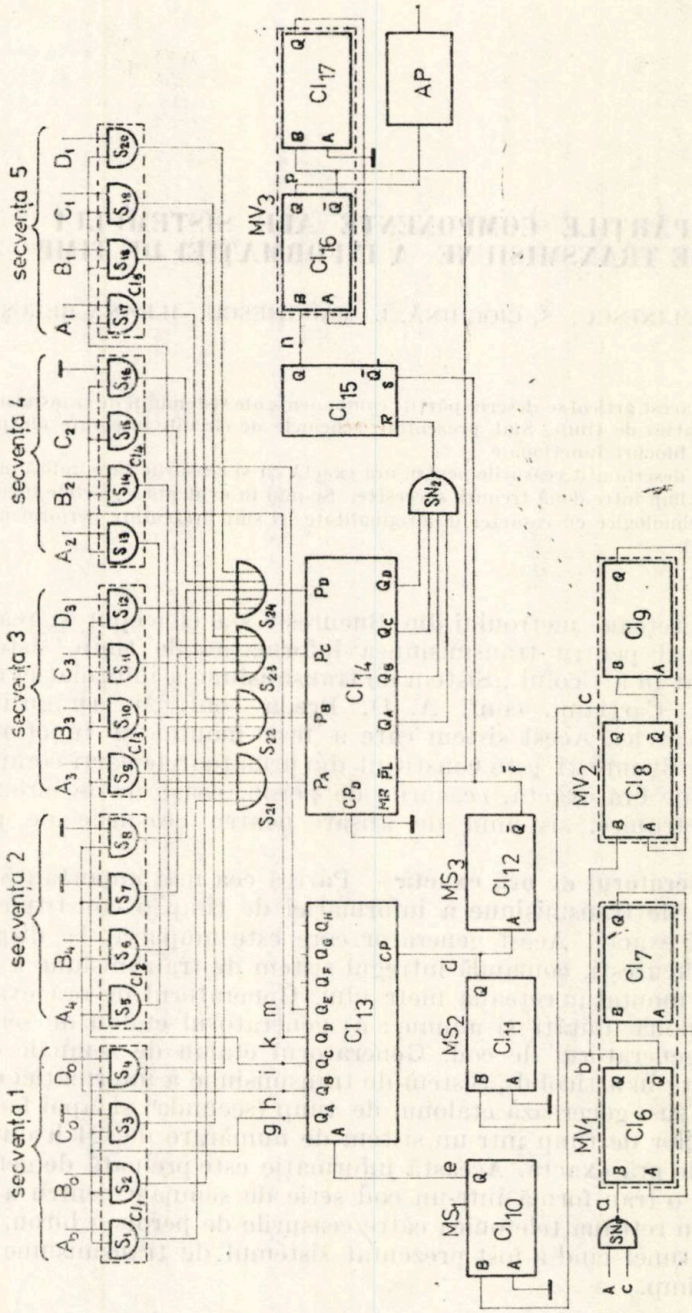


Fig. 1.1. — Schema de principiu a generatorului de cod.

Informația privind ora exactă (zeci ore, ore, zeci minute, minute) este primită în cod binar, pentru ca în generatorul de cod să fie convertită într-un cod serie. S-a ales un cod format din cinci secvențe de impulsuri egal distanțate. Prima secvență de impulsuri are totdeauna 12 impulsuri și servește pentru aducerea la zero a circuitelor ceasurilor receptoare. Următoarele patru secvențe de impulsuri cu un număr variabil de impulsuri reprezintă informația de oră exactă (zeci ore, ore, zeci minute și minute). Fiecare din aceste patru secvențe de impulsuri are n+1 impulsuri unde *n* reprezintă cifra transmisă. (Exemplu : pentru ora 14 și 26 minute, numărul impulsurilor din cele cinci secvențe este : 12, 2, 5, 3, 7).

Schema de principiu a generatorului de cod este prezentată în figura 1.1 ; funcționarea schemei poate fi urmărită pe diagramele de semnal din figura 1.2. Declanșarea generatorului se face cu semnalul din $a = \overline{AC}$, unde A și C sînt ieșirile celulelor 1 și 3 din divizorul D_3 (fig. 5) din [1]). Semnalul din a are valoarea logică „1" în primele 50 secunde ale unui minut și valoarea logică „0" în ultimele 10 secunde ale minutului (fig. 1.2a). Pe perioada cît durează $a = 1$ multivibratorul MV_1 realizat cu două circuite integrate monostabile de tipul CDB4121, funcționează și generează 11 impulsuri avînd o perioadă de 4,4 sec. cu un factor de umplere $t_i/T = \frac{3,4}{4,4}$ (fig. 1.2b)

Multivibratorul MV_1 prin ieșirea b declanșează multivibratorul MV_2 și monostabilul MS_1. Multivibratorul MV_2 este realizat cu aceleași circuite

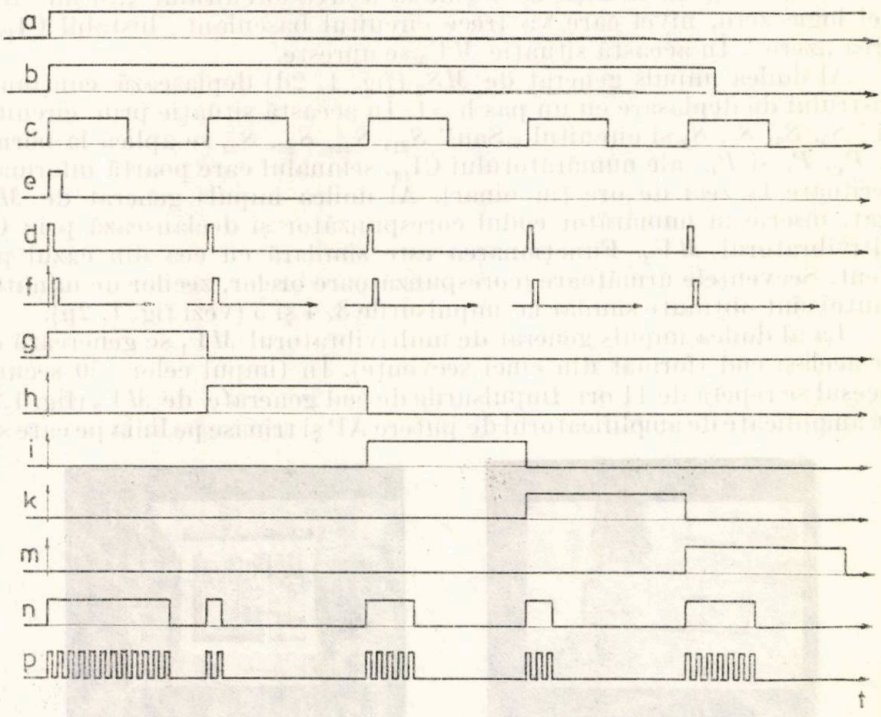


Fig. 1.2. — Diagramele de semnal pentru generatorul de cod din figura 1.1

integrate ca și multivibratorul MV_1. Acesta funcționează atît timp cît $b = 1$. Ele generează în acest interval o secvență de 5 impulsuri cu perioada $T = 0{,}7$ secunde (fig. 1.2). Monostabilul MS_1 generează un impuls de 2,5 milisecunde, impuls ce este aplicat la intrarea A a registrului de deplasare dreapta CI_{13} (fig. 1. 2c — cu scara extinsă).

Ieșirea multivibratorului MV_2 declanșează pe frontul pozitiv, monostabilul MS_2, iar acesta pe frontul negativ — monostabilul MS_3. Durata impulsurilor generate de aceste monostabile este de 1 milisecundă (fig. 1.2d și fig. 1.2f — cu scara extinsă) .Primul impuls generat de MS_2 înscrie „1" în prima celulă a registrului de deplasare $CI_{13}(Q_A = 1)$, iar următoarele deplasează această informație spre dreapta. Dacă g=1, informația existentă la intrările circuitelor „Si" S_1, S_2, S_3 și S_4 este transferată prin circuitele „Sau" S_{21}, S_{22}, S_{23}, S_{24} la intrările P_A, P_B, P_C și P_D ale numărătorului reversibil CI_{14}. Acesta este conectat la sistemul de numărare inversă ($MR=0$). Impulsul generat de MS_3, negat aplicat la intrarea $\overline{PL}$ a circuitului integrat CI_{14} înscrie stările existente la intrările P_A, P_B, P_C, P_D. Pentru prima secvență $A_0=1$, $B_0=1$, $C_0=0$, $D_0=1$ adică numărul 11 în binar. Totodată impulsul generat de MS_3, negat, se aplică pe borna S (preset) a circuitului basculant CI_{15}. Prin ieșirea Q circuitul basculant CI_{15} acționează circuitul multivibrator MV_3. Impulsurile generate de acest multivibrator sînt aplicate prin intrarea CP_D (numărare inversă) a numărătorului binar reversibil CI_{14}. După n+1 impulsuri, cele 4 celule ale numărătorului binar reversibil trec în starea 1 ($Q_A = 1$, $Q_B = 1$, $Q_C = 1$, $Q_D = 1$). În această situație se obține la ieșirea circuitului „Si nu" SN_2, nivel logic zero, nivel care va trece circuitul basculant bistabil CI_{15} în starea „zero". În această situație MV_3 se oprește.

Al doilea impuls generat de MS_2 (fig. 1. 2d) deplasează conținutul registrului de deplasare cu un pas h=1. În această situație prin circuitele „Si" S_5, S_6, S_7, S_8 și circuitul „Sau" S_{21}, S_{22}, S_{23}, S_{24} se aplică la bornele P_A, P_B, P_C și P_D ale numărătorului CI_{14}, semnalul care poartă informația referitoare la zeci de ore (în binar). Al doilea impuls generat de MS_3, negat, înscrie în numărător codul corespunzător și declanșează prin CI_{15} multivibratorul MV_3. Funcționarea este similară cu cea din cazul precedent. Secvențele următoare (corespunzătoare orelor, zecilor de minute și minute) sînt obținute similar la impulsurile 3, 4 și 5 (vezi fig. 1. 2p).

La al doilea impuls generat de multivibratorul MV_1 se generează din nou același cod (format din cinci secvențe). În timpul celor 50 secunde procesul se repetă de 11 ori. Impulsurile de cod generate de MV_3 (fig. 1.2p) sînt amplificate de amplificatorul de putere AP și trimise pe linia pe care sînt

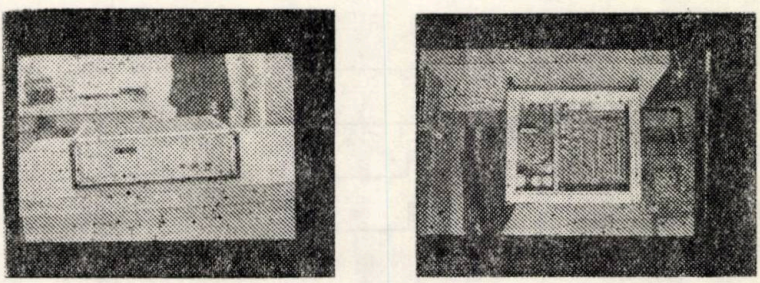


Fig. 1.3 — a) Generatorul de oră exactă; b) cablajul pe care este realizat.

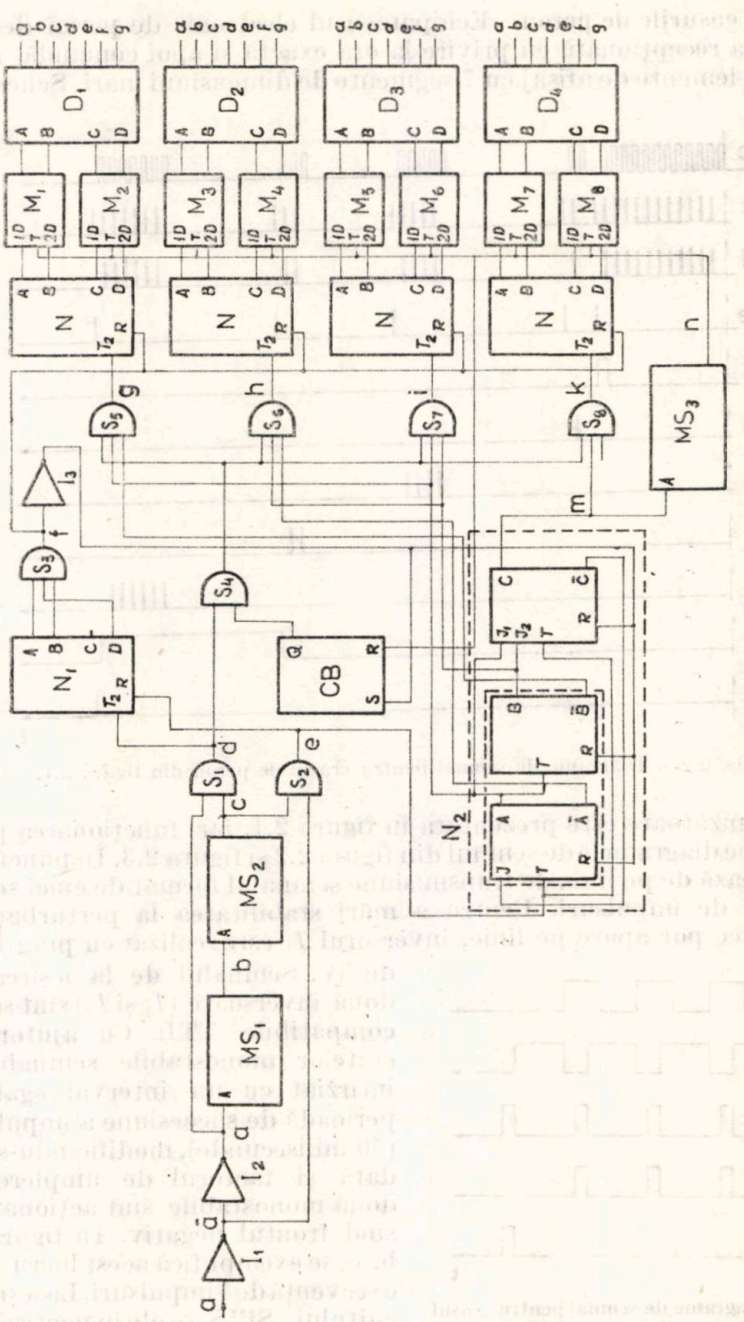


Fig. 2.1 — Schema de principiu a ceasului de peron.

cuplate toate ceasurile repetoare. Amplificatorul furnizează impulsuri de amplitudine 17 V pe o sarcină de 75 Ω. În figura 1.3 este prezentat generatorul de oră exactă și cablajul pe care este realizat.

2. **Ceasurile de peron.** Echipamentul electronic de peron decodifică informația recepționată cu privire la ora exactă și apoi comandă afișarea pe patru elemente de afișaj cu 7 segmente de dimensiuni mari. Schema logi-

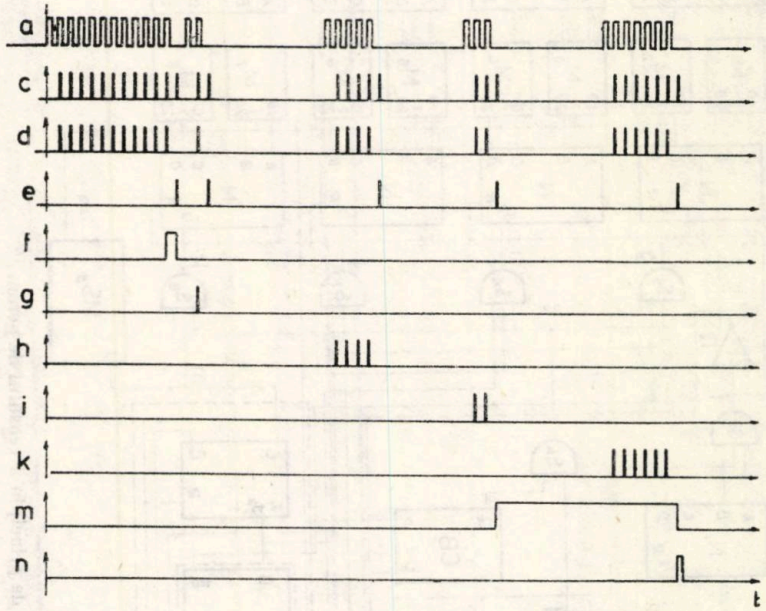


Fig. 2.2 — Diagrame de semnal pentru ceasul de peron din figura 2.1.

că corespunzătoare este prezentată în figura 2.1, iar funcționarea poate fi urmărită pe diagramele de semnul din figura 2.2 și figura 2.3. În punctul *a* se recepționează de pe linia de transmisiune semnalul format de cinci secvențe (fig. 2.2a) de impulsuri. Pentru a mări stabilitatea la perturbațiile de impulsuri ce pot apare pe linie, inversorul I_1 este realizat cu prag inferior de 5V. Semnalul de la ieșirea celor două inversoare (I_1 și I_2) sînt semnale compatibile TTL. Cu ajutorul circuitelor monostabile semnalul este întîrziat cu un interval egal cu o perioadă de succesiune a impulsurilor (50 milisecunde), modificîndu-se totodată și factorul de umplere. Cele două monostabile sînt acționate folosind frontul negativ. În figura 2.3 a, b, c, se exemplifică acest lucru pentru o secvență de 5 impulsuri. La ieșirea circuitului „Si" S_1 se obțin pentru fiecare secvență k—1 impulsuri (k fiind numărul inițial de impulsuri ale unei secvențe), iar la ieșirea circuitului „Si" S_2 se obține un singur impuls la sfîrșitul fiecărei secvențe (fig. 2.2b și fig. 2.2c). Impulsurile de la ieșirea circuitului „Si" S_1 sînt aplicate la

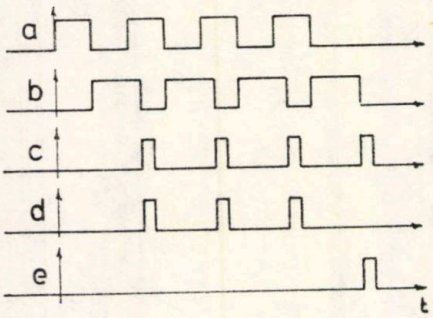


Fig. 2.3 — Diagrame de semnal pentru ceasul de peron din figura 2.1.

intrarea T_2 a numărătorului binar N_1 și la intrarea circuitului „Si" S_4. După recepționarea celor 11 impulsuri din prima secvență ($A = 1$, $B = 1$, $D = 1$) la ieșirea circuitului „Si" S_3 se obține nivel logic „zero" (fig. 2.2f). Cu acest semnal se aduc la zero numărătoarele N_3, N_4, N_5, N_6, iar după negare (cu inversorul I_3) se aduce la zero numărătorul N_2 și se trece în starea „1" circuitul basculant bistabil CB_1 ($Q = 1$).

Primul impuls obținut la ieșirea circuitului „Si" S_2 (fig. 2.2e) aduce la zero numărătorul N_1 și trece pe starea „1" numărătorul N_2. Cea de-a doua secvență de impulsuri care poartă informația pentru zeci de ore trece prin circuitul „Si" S_4 și prin circuitul „Si" S_5 pentru a fi aplicată intrarea de tact T_2 a numărătorului N_3 (fig. 2.2g) și înregistrată de acesta. Cel de-al doilea impuls de la ieșirea circuitului „Si" S_2 aduce la zero numărătorul N_1 și trece pe starea „2" numărătorul N_2. Cea de a treia (ore) secvență de impulsuri este aplicată numărătorului N_4 și înregistrată de acesta. Secvențele 4 (zeci minute) și 5(minute) sînt înregistrate similar în numărătoarele N_5 și N_6 (fig. 2.2i și fig. 2.2k). După recepția ultimei secvențe impulsul obținut la ieșirea circuitului „Si" S_2 aduce la zero numărătorul N_2. Pe frontul negativ al semnalului din C se declanșează monostabilul MS_3 (fig. 2.2n). Impulsul generat de acesta este aplicat pe intrările T ale memoriilor $M_1 \div M_8$, transferă informația întegistrată în numărătoarele N_3, N_4, N_5, N_6. Ieșirile acestor circuite memoratoare sînt cuplate la intrările A, B, C și D ale circuitelor decodificatoare D_1, D_2, D_3 și D_4.

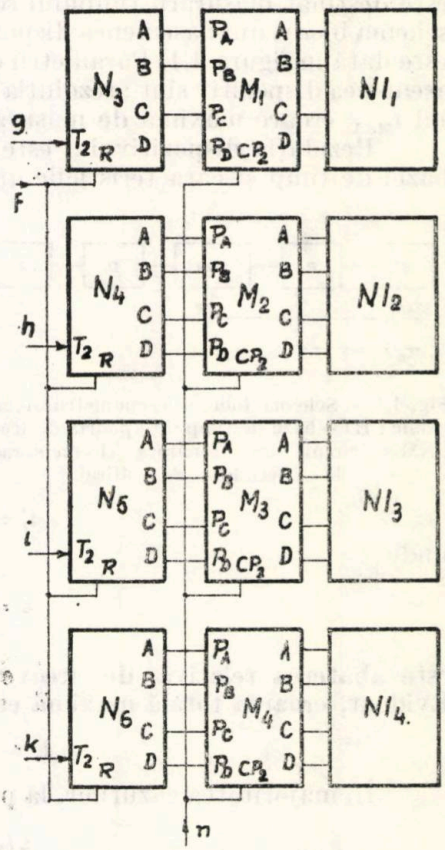


Fig. 3.1. — Circuitele de memorare și afișare pentru ceasurile de birou.

3. **Ceasurile de birou**. Aceste ceasuri sînt destinate a indica ora exactă în încăperi de dimensiuni reduse.

Schema logică de prelucrare a semnalelor recepționate este similară cu cea de la ceasul de peron. Diferențele apar numai la circuitele de memorare și de afișare (fig. 3.1). Memoriile M_1, M_2, M_3, și M_4 sînt realizate cu registrul de deplasare cu 4 celule. Ieșirile A, B, C și D ale numărătoarelor M_3, M_4, M_5 și M_6 sînt cuplate la intrările de date paralel (P_A, P_B, P_C și P_D) ale registrelor de deplasare (M_1, M_2, M_3 și M_4). Transferul informației din numărătoare în aceste memorii se face prin impulsuri generate de monostabilul MS_3 (fig. 2.1) aplicat pe CP_2, intrarea de mod (M) este conectată la nivel logic „1".

În figura 3.2 sînt date fotografii ale ceasului de birou și ale cablajului corespunzător.

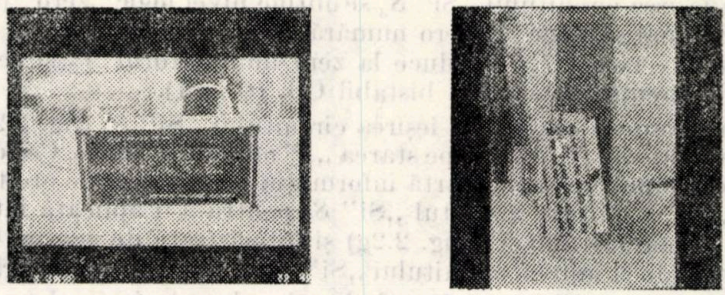


Fig. 3.2 — a — Ceasul de birou ; b — cablajul.

4. Cronometrul electronic. Cronometrul electronic (ceas de interval) este destinat măsurării timpului scurs între două evenimente. În general, schema bloc a unui asemenea dispozitiv realizat cu componente electronice, este dată în figura 4.1. Parametrii cei mai importanți ce caracterizează un asemenea dispozitiv sînt : rezoluția dispozitivului t_r, timpul maxim măsurabil t_{MAX} eroare maximă de măsurare t_e.

Rezoluția dispozitivului este determinată de doi factori : frecvența bazei de timp și caracteristicile afișajului. Timpul maxim măsurabil este determinat de frecvența bazei de timp și de capacitatea circuitelor de numărare și memorare. Eroarea de măsură provine, pe de o parte din abaterea frecvenței bazei de timp de la frecvența nominală, iar pe de altă parte din rezoluția imitată a sistemului. Eroarea datorată impreciziei frecvenței bazei de timp este dată de relația

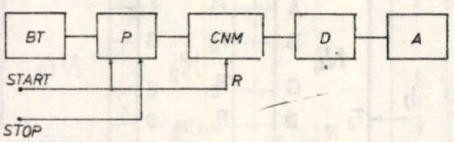


Fig. 4.1 — Schema bloc a cronometrului electronic : BT — bază de timp ; P — poartă de acces ; CNM — circuit de numărare și memorare ; D — decodor ; A — afisaj.

$$t'_e = \varepsilon t_{măs}, \tag{4.1}$$

unde

$$\varepsilon = \frac{\Delta f}{f_0}. \tag{4.2}$$

este abaterea relativă de frecvență, iar $t_{măs}$ este intervalul măsurat. Evident, eroarea totală maximă este

$$t_e = \varepsilon t_{Max} + t_r \tag{4.3}$$

În majoritatea cazurilor, la proiectare se are în vedere ca

$$\varepsilon t_{Max} < t_r \tag{4.4}$$

deoarece este nerațional să se prevadă posibilitatea afișării unor date a căror precizie este incertă.

În instalația de ceasoficare a metroului sînt prevăzute cronometre de interval în stații, permițînd măsurarea și afișarea intervalelor de timp dintre două garnituri succesive. Parametrii caracteristici ai acestui dispozitiv

sînt : $t_{max} = 10$ min, rezoluția determinată de afișaj — 5s, eroarea maximă datorată impreciziei frecvenței bazei de timp : $t'_e = 600\ \varepsilon$ sec, unde ε este abaterea relativă a frecvenței rețelei de alimentare de 50 Hz.

Acești parametri corespund în totalitate necesităților impuse de beneficiar. Frecvența bazei de timp este de 1 Hz și este obținută cu ajutorul unor circuite de formare și divizare de frecvențe din frecvența rețelei de 50 Hz.

Utilizarea frecvenței rețelei pentru formarea impulsurilor de tact are avantajul principal că asigură o frecvență comună pentru toate ceasurile de interval din sistem. Erorile rezultă din faptul că frecvența rețelei este în mod sistematic puțin mai mică de 50 Hz.

Semnalele de start și stop se obțin de la un releu de cale ce sesizează intrarea și ieșirea garniturii din stație.

Experiența acumulată în construirea acestor echipamente a fost folosită în realizarea unor dispozitive cu un grad de complexitate mai ridicat, solicitate de diverși beneficiari. O asemenea variantă de cronometru de interval realizat în Institutul Politehnic este destinată studiului vitezei jetului de combustibil în pompele de injecție, dispozitiv realizat pe bază de contract pentru Institutul Național de Motoare Termice. Cronometrul are posibilitatea măsurării a 5 intervale de timp între impulsuri succesive cu durate cuprinse între 50 μs și 10 ms.

Rezoluția este de 1 μs, și eroarea maximă datorată instabilității frecvenței oscilatorului este de $t'_e < 0{,}1$ μs.

Precizia foarte bună este obținută prin utilizarea pentru baza de timp a unui oscilator cu cuarț, cu stabilitate mai bună de 10^{-5}.

Schema bloc a dispozitivului este dată în figura 4.2.

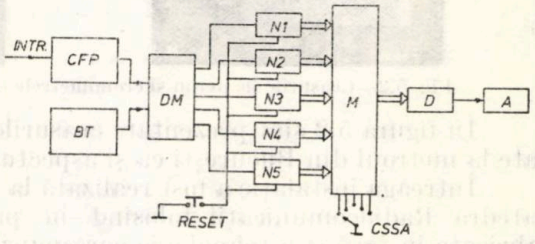


Fig. 4.2 — Schema bloc a cronometrului electronic pentru măsurarea vitezei jetului de combustibil în pompele de injecție : BT — bază de timp ; CFP — circuit de formare și poartă ; DM — demultiplexor ; M — multiplexor ; N — numărător ; D — decodor ; A — afișaj ; CSSA — comutator selectare secvență afișată.

5. **Sistemul de afișare pentru ceasurile de peron și cronometrele electronice.** În paragrafele 2 și 4 s-a arătat că pentru afișare se folosesc sisteme cu lămpi cu incandescență, comandate prin intermediul unor unități de comandă. S-au preconizat două sisteme unul cu tranzistoare de putere (fig. 5.1) pentru comanda lămpii cu incandescență și altul cu tiristor, ambele sisteme fiind alimentate cu tensiune pulsatorie obținută de la o tensiune alternativă de circa 24V, folosind o diodă redresoare. Pentru fiecare

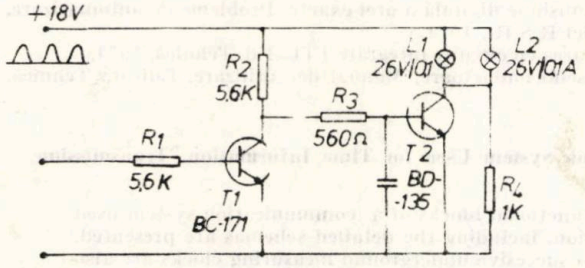


Fig. 5.1 — Schema de comandă a afișajului ceasului de peron sau cronomtrului.

segment se folosesc 2 becuri de 26V/0,1A, care să asigure o bună fiabilitate a afişajului.

Ţinînd seama că la o funcţionare pe timp de 100 zile sînt segmente la care are loc un număr de peste 100000 comutări cu un număr de 1440 de ore de funcţionare, că becurile au o durată garantată de fabrică de aproximativ 800 ore de funcţionare s-a impus luarea unor măsuri pentru prelungirea duratei de funcţionare, a becurilor. În acest sens s-a folosit pentru alimentare o tensiune pulsatorie cu redresoare monoalternanţă, o scădere a tensiunii alternative din care se obţine tensiunea pulsatorie sub valoarea de 24V şi o preîncălzire a filamentelor folosind rezistenţa R_4. În acest fel durata de funcţionare a becurilor a crescut simţitor, ceea ce a dus la creşterea fiabilităţii afişajului.

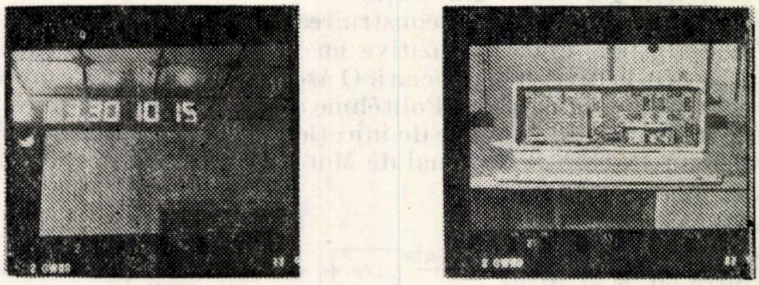


Fig. 5.2—Ceasurile de peron şi cronometrele (a) şi cablajul corespunzător (b).

În figura 5.2 sînt prezentate ceasurile de peron şi cronometrele montate la metroul din Bucureşti ca şi aspectul interior al acestora.

Întreaga instalaţie a fost realizată la Institutul Politehnic Bucureşti catedra Radiocomunicaţii folosind în proporţie de 95% componente fabricate în ţară şi o tehnologie corespunzătoare posibilităţilor industriei româneşti. Fiabilitatea ridicată a sistemului a rezultat în urma unor cercetări aprofundate făcute în laboratoarele IPB şi ulterior în condiţii reale de exploatare după montarea sistemului în reţeaua metroului. Aceste studii vor fi continuate şi în anul 1980 în condiţiile unei exploatări normale a tuturor instalaţiilor metroului.

BIBLIOGRAFIE

[1] *Drăgulinescu, M. Beluşică, I.*, Generator de timp, codor şi decodor cu circuite integrate pentru sistemul de transmisiune digitală a orei exacte. Probleme de automatizare, vol. 8, Editura Academiei R.S.R., 1974.

[2] *Moris, R. L., Miller, I. L.*, Proiectarea cu circuite integrate TTL, Ed. Tehnică, 1974.

[3] *Vătăşescu, A., ş, a.*, Dispozitive semiconductoare, Manual de utilizare, Editura Tehnică, Bucureşti, 1975.

The Structure of the Communication System Used for Time Information Transmission.

In this paper the main functional blocks of a communication system used for time information transmission, including the detailed schemas are presented. The time interval between two succesive underground measuring clocks are also described. At last, some functional and technological aspects with character of originality are poiated out.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 3

AUTOMATICĂ

C.Z.: 62—82/.83

UTILIZAREA REACȚIILOR DE PRESIUNE ȘI DEBIT ÎN CADRUL SISTEMELOR ELECTROHIDRAULICE

ILIE CATANĂ *

Lucrarea se ocupă cu studiul reacțiilor de presiune și debit utilizate în cadrul sistemelor electrohidraulice pentru ameliorarea comportării lor în regim tranzitoriu și staționar.

Modelarea matematică a sistemelor cu reacții locale de presiune și debit permite optimizarea dinamică și staționară a sistemelor electrohidraulice de urmărire precum și stabilirea unor criterii de alegere a parametrilor circuitelor de reacție în diferite aplicații concrete.

Introducere

Creșterea gradului de funcționalitate a echipamentelor electrohidraulice și integrarea lor continuă în cadrul sistemelor de conducere automată a fost însoțită de un permanent efort de cercetare teoretică și experimentală, în vederea realizării unor structuri de sisteme cu performanțe tot mai bune.

Utilizate pe scară largă în domenii de mare tehnicitate cum sînt conducerea numerică a mașinilor unelte, în tehnica aerospațială la comanda rachetelor teleghidate sau piloților automați electrohidraulici, sau mai recent în domeniul cu mari perspective de dezvoltare al roboților industriali, echipamentele electrohidraulice au dovedit o mare flexibilitate în realizarea algoritmilor de conducere evoluați precum și o serie de proprietăți constructive și funcționale compatibile cu nivelul de dezvoltare cerut de tehnica actuală.

Pentru asigurarea unor performanțe superioare în regim tranzitoriu și staționar se utilizează în cadrul sistemelor electrohidraulice circuite de corecție funcțională folosind reacții de presiuni și debit, implementate cu ajutorul elementelor mecanohidraulice sau electrohidraulice.

Din acest punct de vedere structura generală a sistemelor de urmărire electrohidraulice poate fi reprezentată ca în figura 1.

Avînd în vedere importanța deosebită pe care o prezintă reacțiile locale de presiune și debit pentru ameliorarea comportărilor dinamice a

Manuscris predat redacției la data de 14 februarie 1980
* Șef lucrări dr. ing. Catedra Automatică I

sistemelor hidraulice și electrohidraulice menționate se prezintă în continuare o analiză a principalelor probleme legate de utilizarea acestor reacții în diferite structuri de sisteme.

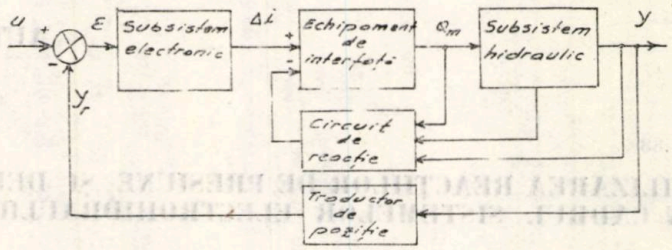


Fig. 1

1. Sisteme electrohidraulice cu reacție de debit

Echipamentul de interfață în cadrul acestor categorii de sisteme se realizează sub forma unui amplificator electrohidraulic cu două etaje cu reacție de debit, figura 2.

Acesta este alcătuit din convertorul electromecanic 1 avînd armătura mobilă solidară cu paleta preamplificatorului hidraulic de tip ajutaj-paletă diferențial care comandă la rîndul său etajul al doilea, de putere, 2 de tip sertar. Debitul de fluid comandat de amplificator către motorul hidraulic 4 trece printr-un traductor de debit 3, care aplică asupra paletei preamplificatorului de debit 3, care aplică asupra paletei preamplificatorului o forță de reacție negativă proporțională cu acest debit, [2].

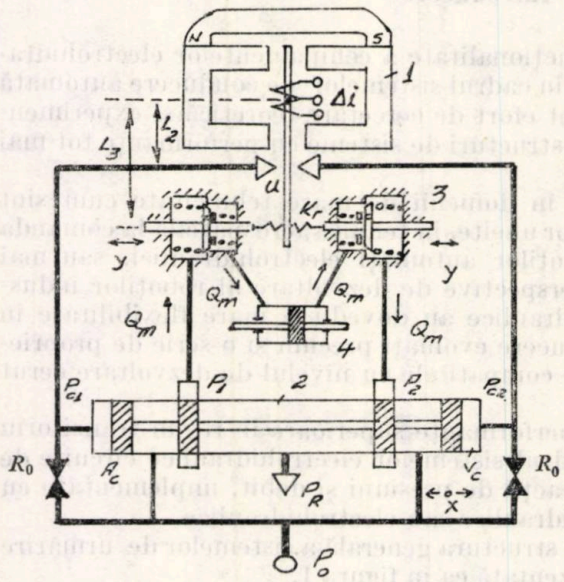


Fig. 2

Modelarea matematică a amplificatorului cu reacție de debit urmărește stabilirea unei ecuații diferențiale sau a unei funcții de transfer care leagă mărimea de intrare Δi (curentul de comandă) de mărimea de ieșire Q_m (debitul util la motorul hidraulic).

Pentru stabilirea acestui model se scriu ecuațiile de continuitate a fluidului de lucru prin camerele amplificatorului și ecuațiile de echilibru dinamic al forțelor și cuplurilor la diferite elemente hidromecanice și electromecanice aflate în mișcare relativă.

Astfel, ecuația liniarizată a cuplului activ creat de curentul de comandă asupra paletei convertorului electromecanic este dat de relația, [1]:

$$M_a = K_1 \Delta i + K_2 \theta \qquad (1)$$

Cuplul rezistent aplicat asupra armăturii mobile şi paletei este determinat de forţele din sistemul mecanic de încastrare a paletei, de forţele exercitate de cele două jeturi ale ajutajelor şi de forţele de debit la sarcină :

$$M_r = K_a\,\theta + L_2\,\Delta F + K_q\,Q_m \tag{2}$$

unde :

$$\Delta F = A_a\,\Delta p_c + (-8\pi\ C_{da}^2\,p_0 u_0)\,u \tag{3}$$

Ecuaţia liniarizată de debite la amplificatorul ajutaj-paletă diferenţial este dat de relaţia :

$$K_{Q_0}^{I} u - K_{C_0}^{I}\,\Delta p_c = A_c \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \frac{V_c}{2E}\frac{\mathrm{d}(\Delta p_c)}{\mathrm{d}t} \tag{4}$$

Ecuaţia de echilibru dinamic al sertarului de putere considerînd şi forţele de frecare vîscoasă este dată de relaţia :

$$A_c\,\Delta p_c = M_s \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} + f_s \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \tag{5}$$

Pe baza relaţiilor (1) — (5) se poate elabora schema funcţională din figura 3.

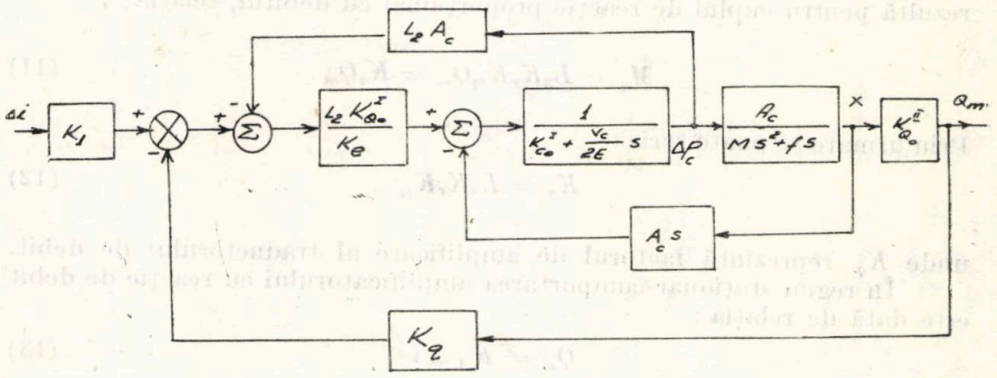


Fig. 3

Neglijînd compresibilitatea fluidului de lucru în camerele de comandă ale amplificatorului, forţa determinată de presiunea statică la paleta preamplificatorului, şi forţa de frecare vîscoasă la sertarul de putere, din schema funcţională rezultă funcţia de transfer a amplificatorului sub forma :

$$H_A(s) = \frac{Q_m(s)}{\Delta \mathrm{i}\,(s)} = \frac{K_A}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{2\cdot\zeta_0}{\omega_0} s + 1} \tag{6}$$

unde :

$$K_A = \frac{K_1}{K_q} \tag{7}$$

reprezintă factorul de transfer,

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K^{\mathrm{I}}_{p_0} A_c K^{\mathrm{II}}_{Q_0} L_2 K_q}{M_s K_e}}; \qquad \zeta_0 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{A_c^2}{M_s K^{\mathrm{I}}_{C_0} K_q K_{va}}} \tag{8}$$

reprezintă pulsația oscilațiilor libere și factorul de amortizare.

Parametrii K_e și K_v reprezintă constanta echivalentă de elasticitate, respectiv factorul de amplificare și sînt exprimați de relațiile :

$$K_e = K_a - 8\,\pi C_{da}^2 p_0 u_0 L_2; \qquad K_{va} = \frac{L_2 K^{\mathrm{I}}_{Q_0} K^{\mathrm{II}}_{Q_0}}{K_e A_c} \tag{9}$$

Așa cum rezultă din figura 2, forța de reacție aplicată asupra armăturii mobile și paletei de către traductorul de debit este dată de relația :

$$F_q = K_r(L_3\theta + y) = K_r L_3\theta + K_r K_{tq} Q_m \tag{10}$$

Neglijînd primul termen din relația (10), deoarece deplasările θ sînt mici, rezultă pentru cuplul de reacție proporțional cu debitul, relația :

$$M_q = L_3 K_r K_{tq} Q_m = K_q Q_m \tag{11}$$

Prin urmare se poate scrie :

$$K_q = L_3 K_r K_{tq} \tag{12}$$

unde K_q reprezintă factorul de amplificare al traductorului de debit.

În regim staționar comportarea amplificatorului cu reacție de debit este dată de relația :

$$Q_m = K_A\,\Delta\,\mathrm{i} \tag{13}$$

unde factorul de amplificare K_A se poate determina din relațiile (7) și (12) sub forma :

$$K_A = \frac{K_1}{L_3 K_r K_{tq}} \tag{14}$$

Caracteristicile statice ale amplificatorului sînt prezentate în figura 4.

Cînd presiunea cerută la sarcină se apropie de valoarea presiunii de alimentare, sau cînd semnalul de intrare este prea mare atunci debitul amplificatorului se micșorează din cauza saturației etajului de putere.

Aşa cum arată şi cercetările experimentale [3] acest tip de amplificator se comportă ca un veritabil amplificator de debit într-o plajă largă de variaţie a semnalului de intrare şi a presiunii la sarcină, figura 4.

Alegînd pentru echipamentul de interfaţă din figura 1 amplificatorul cu reacţie de debit prezentat în figura 2 şi considerînd subsistemul electronic alcătuit dintr-un regulator proporţional, subsistemul hidraulic un motor cu mişcare de translaţie, iar subsistemul de măsură un traductor de poziţie se obţine schema funcţională din figura 5, [1].

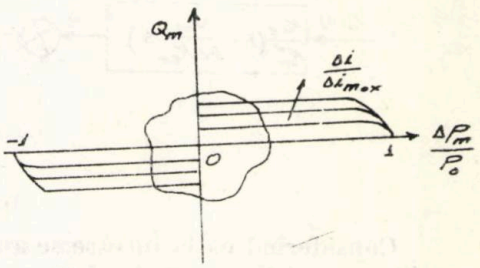


Fig. 4

Pulsaţia naturală şi factorul de amortizare al subsistemului hidraulic sînt date de relaţiile:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{4\,EA_m^2}{V_m M}}; \quad \zeta = \frac{K_{ce}}{A_m}\sqrt{\frac{EM}{V_m}} + \frac{f}{4\,A_m}\sqrt{\frac{V_m}{ME}} \tag{15}$$

Funcţia de transfer a sistemului din figura 5, în circuit deschis este dată de relaţia:

$$H(s) = \frac{K_v}{s\left(\frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{2\xi}{\omega_n}s + 1\right)} \tag{16}$$

unde:

$$K_v = \frac{K_T K_R K_A}{A_m} \tag{17}$$

reprezintă factorul de amplificare de viteză.

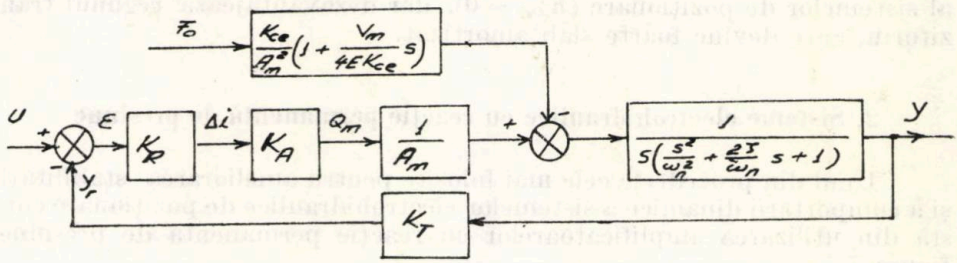


Fig. 5

Aplicînd criteriile de stabilitate cunoscute rezultă condiţia de stabilitate sub forma:

$$K_v < 2\,\zeta\,\omega_n \tag{18}$$

Pentru analiza sistemului la acțiunea mărimii de perturbație (forța rezistentă la sarcină) vom transfigura schema funcțională din figura 5 sub forma din figura 6.

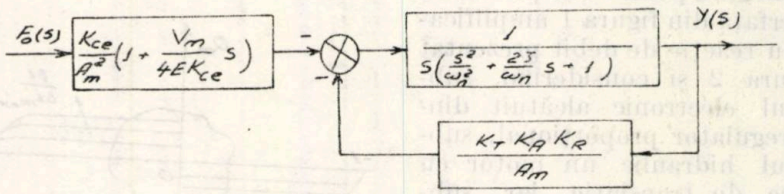


Fig. 6

Considerînd că la intrare se aplică o treaptă de forță ΔF_0, în regim staționar se obține pentru mărimea de ieșire valoarea :

$$\Delta y_{st} = \lim_{t\to\infty}(y(t) = \lim_{s\to 0} sy(s) = -\frac{K_{Ce}\,\Delta F_0}{K_v A_m^2} \tag{19}$$

Prin urmare, eroarea de poziționare va fi :

$$\varepsilon_{st} = -\Delta y_{st} = \frac{K_{Ce}\,\Delta F_0}{K_v A_m^2} \tag{20}$$

unde :

$$K_{Ce} = K_{C_0}^{II} + \alpha_m \tag{21}$$

reprezintă coeficientul total de pierderi la motorul hidraulic și amplificatorul cu sertar.

Pentru a obține o precizie mare de poziționare se impune realizarea unui subsistem hidraulic ideal, fără pierderi ($K_{Ce} = 0$). Această condiție conduce la realizarea unei amortizări hidraulice mici ceea ce limitează valoarea factorului total de amplificare pentru a satisface condiția de stabilitate (18). Deci, caracteristicile amplificatorului cu reacție de debit, reprezentate în figura 4 sînt deosebit de favorabile pentru regimul staționar al sistemelor de poziționare ($K_{Ce} = 0$), dar dezavantajează regimul tranzitoriu, care devine foarte slab amortizat.

2. Sisteme electrohidraulice cu reacție permanentă de presiune

Unul din procedeele cele mai folosite pentru ameliorarea stabilității și a comportării dinamice a sistemelor electrohidraulice de poziționare constă din utilizarea amplificatoarelor cu reacție permanentă de presiune, figura 7.

Pentru acest tip de amplificator rezultă modelul matematic exprimat sub forma schemei funcționale din figura 8, unde :

$$K_A = \frac{K_{p_0}^I K_1 L_2 A_c}{K_d K_e}; \quad T_A = \frac{A_c^2}{K_{C_0}^I K_d} \tag{22}$$

reprezintă factorul de amplificare şi constanta de timp a amplificatorului, iar :

$$K_s = \frac{A_r}{K_d} \tag{23}$$

reprezintă factorul de transfer al reacţiei permanente de presiune.

Reacţia permanentă de presiune contribuie la mărirea factorului de amortizare hidraulică, în timp ce pulsaţia naturală hidraulică rămîne nemodificată.

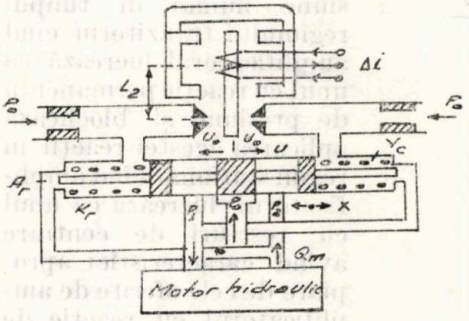


Fig. 7

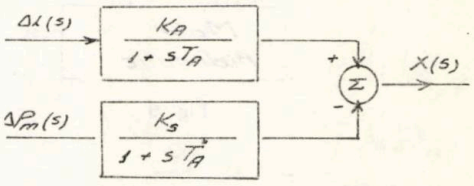


Fig. 8

Modelul matematic al sistemelor electrohidraulice de poziţionare avînd reacţie permanentă de presiune este exprimat tot de relaţia (16) în care factorul de amortizare are expresia :

$$\zeta_p = \frac{K^{II}_{Q_0} K_s + K_{Ce}}{A_m} \sqrt{\frac{EM}{V_m}} + \frac{f}{4 A_m} \sqrt{\frac{V_m}{EM}} \tag{24}$$

În ceea ce priveşte comportarea sistemului în raport cu perturbaţia de forţă aplicată sarcinii eroarea staţionară calculată cu ajutorul relaţiei (19) devine :

$$\varepsilon_{st} = \frac{(K^{II}_{Q_0} K_s + K_{Ce}) \Delta F_0}{K_v A_m^2} \tag{25}$$

Din relaţiile (24) şi (25) rezultă că sistemele cu reacţie permanentă de presiune au un factor de amortizare mai mare chiar dacă subsistemul de putere are un coeficient echivalent de pierderi egal cu zero.

În acelaşi timp eroarea de poziţie creşte în raport cu perturbaţia de sarcină. Prin urmre, acest tip de reacţie este deosebit de favorabil pentru regimul tranzitoriu dar dezavantajează regimul staţionar (precizia de poziţionare) în prezenţa perturbaţiilor de sarcină.

3. Sistem electrohidraulic cu reacţie tranzitorie de presiune

Pentru ameliorarea regimului tranzitoriu fără influenţa regimului staţionar se utilizează amplificatoare electrohidraulice cu reacţie tranzitorie de presiune, figura 9.

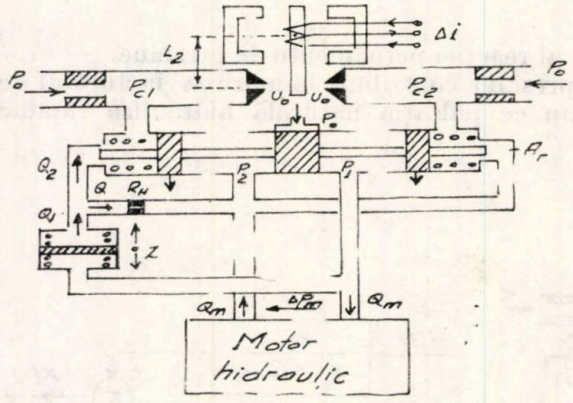


Fig. 9

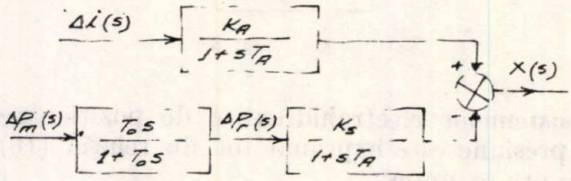


Fig. 10

Faţă de amplificatorul cu resorturi de centrare acest tip de amplificator este prevăzut cu un circuit mecanohidraulic de tip filtru trece sus care permite aplicarea reacţiei de presiune numai în timpul regimului tranzitoriu cînd amplificatorul lucrează ca unul cu reacţie permanentă de presiune şi blochează aplicarea acestei reacţii în regim staţionar cînd amplificatorul lucrează ca unul cu resrturi de centrare avînd caracteristici apropiate de cele oferite de amplificatorul cu reacţie de debit.

Această funcţionare selectivă în frecvenţă permite satisfacerea atît a performanţelor regimului tranzitoriu cît şi cele referitoare regimului staţionar.

Modelul matematic al amplificatorului este dat de schema funcţională din figura 10, [1]

Schema funcţională a sistemelor electrohidraulice cu reacţie tranzitorie de presiune este prezentată în figura 11.

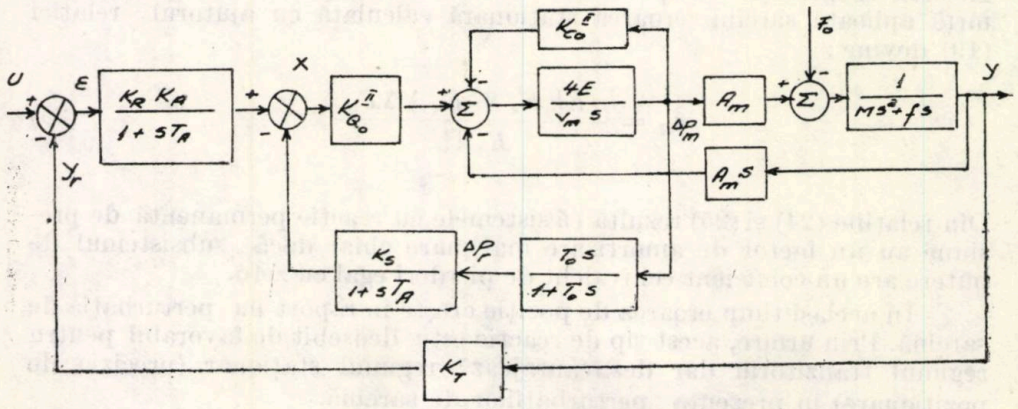


Fig. 11

Funcția de transfer a sistemului deschis în prezența reacției tranzitorii este dată de relația :

$$H(s) = \frac{K_v}{s(1+sT_A)\left(\frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{2(\zeta+\zeta_R)}{\omega_n}s + 1\right)} \tag{26}$$

unde :

$$\zeta_R = \frac{A_r T_0 f K_{Q_0}^{II} \omega_n}{2 A_m^2 K_s} \tag{27}$$

reprezintă factorul de amortizare introdus prin reacția tranzitorie de presiune [3].

În regim staționar efectul reacției tranzitorii de presiune constă în asigurarea unei erori staționare zero în raport cu perturbațiile de tip treaptă de forță aplicate sarcinii, ceea ce se poate stabili aplicînd teorema valorii finale în condițiile schemei funcționale din figura 11.

Concluzii

O particularitate importantă a sistemelor electrohidraulice de poziționare a sarcinilor inerțiale constă din lipsa unei amortizări suficiente pentru satisfacerea performanțelor dinamice, de unde rezultă și tendința lor spre o funcționare instabilă. Mărirea factorului de amortizare din sistem se poate realiza fie prin aplicarea unor metode disipative de energie (pierderi de debit la motorul hidraulic și amplificatorul de putere) fie prin utilizarea reacțiilor locale de presiune și debit în jurul amplificatorului electrohidraulic.

Reacția de debit conferă sistemului performanțe deosebit de bune în regim staționar în raport cu acțiunea mărimii de perturbație, dar creează o problemă severă pentru stabilitatea sistemului din cauza factorului de amplificare în presiune foarte mare (teoretic infinit).

Reacția permanentă de presiune se dovedește deosebit de favorabilă pentru regimul tranzitoriu dar dezavantajează regimul staționar. Cele mai bune performanțe le oferă reacția tranzitorie de presiune care cumulează numai calitățile favorabile celor două tipuri de reacții analizate anterior. Alegerea optimă a parametrilor constructivi și funcționali ai circuitelor de reacție se poate face folosind simularea numerică sau analogică a sistemelor electrohidraulice pentru fiecare aplicație concretă în parte pe baza modelelor matematice dezvoltate în lucrare.

Notații

p_{c1}, p_{c2} — presiunile de comandă la amplificatorul hidraulic cu ajutaj paletă diferențial
p_1, p_2 — presiunile în camerele motorului hidraulic
Δp_m — căderea de presiune la sarcină
L_2, L_3 — lungimile paletei și armăturii convertorului față de punctul de articulație
u — deplasarea paletei în fața ajutajelor
x — deplasarea sertarului

A_a — aria ajutajelor
A_m — aria activă a motorului hidraulic
M — masa sarcinii
V_m — volumul motorului hidraulic
K_{Q0}, K_{p0} — factori de amplificare în debit și presiune
K_{C0} — coeficient debit presiune la amplificator
α_m — coeficient de pierderi la motorul hidraulic
E — modulul de elasticitate al fluidului de lucru
K_d — constanta de elasticitate echivalentă la sertar
K_1, K_2 — constante de cuplu
T_0 — constanta de timp a circuitului de reacție tranzitorie de presiune.

BIBLIOGRAFIE

1 *I. Catană*, „Contribuții la analiza stabilității și la sinteza sistemelor electrohidraulice pentru procese rapide" Teză de doctorat, București, 1978.
2. *C. R. Burrow*, „Fluid power servomechanism" New York 1972.
3. *Moog*, "Technical bulletin 103"

The Use of Pressure and Flow Feedback in the Electrohydraulic Systems

The paper is dealing with pressure and flow feedback used in the electrohydraulic systems for dynamical and stady-state behaviour improvement.

The mathematical model of this systems permits optimum choice of feedback circuits parameters in different applications.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XLII — 1980, Numărul 3

C.Z.: 65.012.122
519.283

ECHIVALENȚA UNOR CLASE DE PROBLEME DE CONDUCERE STAȚIONAR-OPTIMALĂ

ANCA STOICA*

Articolul prezintă echivalența dintre o problemă matricială de un tip special (problema complementară a lui C.E. Lemke) și probleme de programare pătratică și jocuri bimatriciale. Implementat pe calculator, algoritmul are deci avantajul generalității și este în același timp eficient numeric. Rezultatele obținute prin aplicarea algoritmului la o problemă de optimizare a sortimentului de producție dintr-o întreprindere sînt, de asemenea, incluse.

Introducere

Utilizarea modelelor matematice pentru conducerea optimală a producției implică rezolvarea multor probleme de ordin teoretic și practic și de aceea, demonstrarea echivalenței dintre unele clase de modele matematice utilizate pentru optimizare devine o modalitate eficientă de rezolvare a acestora.

Lucrarea tratează aspecte legate de echivalența dintre următoarele clase de probleme: programare liniară, programare pătratică, jocuri bimatriceale și o problemă complementară. Implementat pe un calculator electronic, acest algoritm al problemei complementare, datorită generalității sale, oferă posibilitatea atît a soluționării celor trei clase de probleme sus-menționate, prin echivalarea lor cu problema complementară, cît și obținerea unor performanțe de calcul ridicate, așa cum a rezultat din experimentele care au fost efectuate.

1. Problema complementară

În lucrarea [2] sînt date demonstrații constructive cu privire la existența soluțiilor sistemului scris sub formă matriceală: $Mz—w=q$, $z \geqslant 0$, $w \geqslant 0$, și $w^T z = 0$, pentru diferite valori ale lui M și q, problemă care are ca aplicații principale rezolvarea problemelor de programare pătratică (care includ problemele de programare liniară ca niște cazuri particulare) și problema aflării punctelor de echilibru pentru jocurile bimatriceale, prin transformarea acestora într-o problemă complementară echivalentă. Deoarece atît problemele de programare pătratică cît și problema găsirii punctelor de echilibru pentru jocurile bimatriceale pot fi exprimate sub forma de mai sus, rezultă că poate fi utilizat un algoritm general pentru rezolvarea acestor probleme.

Problema complementară se formulează astfel:

Să se afle $w, z \geqslant 0$

astfel încît $w = Mz+q$ și $w^T z = 0$ (1)

Manuscris predat redacției la data de 30 aprilie 1980
* Asistent ing. Catedra Organizare

unde M este o matrice pătrată $(n \times n)$, w, z, q sînt vectori coloană $(n \times 1)$. O soluţie a problemei de mai sus se numeşte soluţie complementară, iar algoritmul de calcul garantează găsirea unei astfel de soluţii pentru sistemul (1) dacă M satisface una din condiţiile : 1. M are toate elementele pozitive.

2. M este o matrice pozitiv semidefinită, sau $x^T Mx \geqslant 0$ pentru $\forall\, x$.

3. M are determinanţi principali pozitivi.

2. Programare pătratică

Fie programul pătratic :

$$\min Z = c^T x + x^T Qx \tag{2}$$

$$\text{cu restricţiile : } Ax \geqslant b,\ x \geqslant 0 \tag{2}$$

unde A = matrice $(m \times n)$, Q este o matrice $(n \times n)$ a formei pătratice, c şi x sînt vectori coloană $(n+1)$ iar b este un vector coloană $(m \times 1)$. O soluţie optimă a acestei probleme se obţine prin rezolvarea problemei complementare de forma :

$$\begin{pmatrix} v \\ u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q+Q^T & -A^T \\ A & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c \\ -b \end{pmatrix} \tag{3}$$

$$u, v, x, y \geqslant 0 \text{ şi } v^T x + u^T y = 0$$

unde u sînt variabilele ecart ale programului pătratic dat iar (y, v) sînt variabilele problemei duale. Comparînd sistemul (3) cu problema complementară (1) rezultă :

$$w = \begin{pmatrix} v \\ u \end{pmatrix} z = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} M = \begin{pmatrix} Q+Q^T & -A^T \\ A & 0 \end{pmatrix} q = \begin{pmatrix} c \\ -b \end{pmatrix} \tag{4}$$

Se observă faptul că matricea M în acest caz este pozitiv semidefinită dacă şi numai dacă matricea Q este pozitiv semidefinită. Deci algoritmul de calcul garantează obţinerea unei soluţii optime a programului pătratic dat numai dacă funcţia obiectiv Z este convexă (orice formă pătratică pozitiv semidefinită fiind convexă).

Demonstrarea echivalenţei între programul pătratic dat şi problema complementară :

Aplicînd condiţiile Kuhn—Tucker problemei (2), rezultă că condiţia necesară şi suficientă pentru ca x să fie soluţie optimă a acestei probleme este ca să existe y cu proprietăţile :

(a) $-Ax \leqslant -b,\ y \geqslant 0$

(b) $x \geqslant 0, \dfrac{\partial}{\partial x}(c^T x + x^T Qx) + \dfrac{\partial}{\partial x}(-Ax+b)^T y \leqslant 0$

(c) $y^T(-Ax+b) = 0$

(d) $x\left[\dfrac{\partial}{\partial x}(c^T x + x^T Qx) + \dfrac{\partial}{\partial x}(-Ax+b)y\right]^T = 0$

Dar :

$$\text{(a)} \Rightarrow Ax - b = u,\ y \geqslant 0,\ u \geqslant 0 \qquad \text{(a)}'$$

$$\text{(b)} \Rightarrow x \geqslant 0,\ c + (Q+Q^T)\,x - A^T y = v,\quad v \geqslant 0 \qquad \text{(b)}'$$

$$\text{(c)} \Rightarrow y^T u = 0 \qquad \text{(c)}'$$

$$\text{(d)} \Rightarrow xv^T = 0 \qquad \text{(d)}'$$

S-a ținut cont de următoarele relații :

$$x^T Q x = \sum_i \sum_j q_{ij} x_i x_j = \frac{1}{2} \sum_i \sum_j q_{ij} x_i x_j + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j q_{ij} x_i x_j =$$

$$= \frac{1}{2} \sum_i \sum_j q_{ij} x_i x_j + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j q_{ji} x_i x_j = \frac{1}{2} x^T (Q+Q^T) x$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(x^T K) = K \quad \text{și} \quad \frac{\partial}{\partial x}(Kx) = K^T$$

Se observă că relațiile matriceale (a)′ — (d)′ verifică (3), demonstrînd echivalența dintre cele două probleme.

3. Programare liniară

Fie programul liniar :

$$\min Z = c^T x \qquad (5)$$

cu restricțiile : $Ax \geqslant b,\ x \geqslant 0$

Diferența dintre acest program și un program pătratic constă în funcția obiectiv. Dacă $Q=0$ în (2), atunci rezultă că problema complementară echivalentă cu problema de programare liniară este de forma :

$$\begin{pmatrix} v \\ u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -A^T \\ A & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c \\ -b \end{pmatrix} \qquad (6)$$

$$u,\ v,\ x,\ y \geqslant 0$$

$$v^T x + u^T y = 0$$

La același rezultat din (6) se putea ajunge și considerînd problema duală a problemei de programare liniară prezentată în (5) și anume :

$$\max W = b^T y$$

cu restricțiile : $A^T y \leqslant c,\quad y \geqslant 0 \qquad (7)$

și aplicînd teorema fundamentală a dualității, conform căreia valorile optime ale lui x și y satisfac egalitatea :

$$\min Z(x) = \max W(y) \text{ sau :}$$

$$c^T x = b^T y$$

Dar : $u = Ax - b$

$v = -A^T y + c$

Rezultă deci :

$$\begin{pmatrix} v \\ u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -A^T \\ A & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c \\ -b \end{pmatrix}$$

iar

$$v^T x + u^T y = (-A^T y + c)^T x + (Ax - b)^T y =$$

$$= y^T Ax + c^T x + x^T A^T y - b^T y = 0$$

Prin urmare, şi problema de programare liniară (5) cu duala (7) sînt echivalente cu problema complementară (1), unde w, z, q sînt daţi de relaţiile (4) iar M este dat de : $M = \begin{pmatrix} 0 & -A^T \\ A & 0 \end{pmatrix}$.

4. Jocuri bimatriceale

Un joc matriceal de două persoane (sau joc bimatriceal), de sumă nenulă, se defineşte astfel :

Fie J_1 şi J_2 cei doi jucători. Jucătorul J_1 are m strategii pure la dispoziţia sa, iar jucătorul J_2 are n. În orice partidă a jocului, dacă J_1 joacă strategia sa pură i, iar J_2 joacă strategia sa pură j, cîştigul lui J_1 este a_{ij}, iar pierderea lui J_2 este b_{ij}. Fie A şi B matricele $(m \times n)$ formate respectiv cu elementele a_{ij}, b_{ij}. Jocul este complet specificat dacă se dau matricele A şi B.

O strategie mixtă pentru J_1 este reprezentată printr-o coloană de elemente nenegative, x_i, care reprezintă frecvenţa relativă cu care J_1 va juca strategia sa pură i. Deci $\sum_{i=1}^{m} x_i = 1$. Analog, o strategie mixtă pentru J_2 este o coloană y ale cărei componente nenegative sumate dau 1. Dacă în fiecare partidă a jocului , J_1 şi J_2 selectează aleator cîte o strategie pură, conform distribuţiilor de probabilitate date de x şi y, cîştigurile medii pentru J_1, respectiv J_2 sînt date de :

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} x_i a_{ij} y_j \quad \text{şi} \quad \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} x_i b_{ij} y_j$$

În termeni matriceali, o pereche de strategii mixte este definită de :

$$e^T x = e^T y = 1, \qquad x \geqslant 0, \qquad y \geqslant 0 \tag{8}$$

iar cîştigurile corespunzătoare sînt : $x^T Ay$ şi $x^T By$.

Un punct de echilibru al jocului este o pereche (x_0, y_0) care satisface (8) astfel încît pentru toate perechile (x, y) care satisfac (8) avem :

$$x_0^T Ay_0 \geqslant x^T Ay_0 \text{ şi } x_0^T By_0 \geqslant x_0^T By \tag{9}$$

Se arată că, date fiind matricele A şi B de ordin $(m \times n)$ ale căror elemente sînt pozitive, un punct de echilibru satisface şi următoarele

relații :

$$B^T x - e \geqslant 0, \qquad x \geqslant 0 \qquad y^T(B^T x - e) = 0$$
$$Ay - e \geqslant 0, \qquad y \geqslant 0 \qquad x^T(Ay - e) = 0 \tag{10}$$

Prin introducerea variabilelor de compensare u și v, relațiile de mai sus se scriu matriceal sub forma :

$$\begin{pmatrix} v \\ u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & A \\ B^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} e \\ e \end{pmatrix}$$

$$u,\ v,\ x,\ y \geqslant 0$$

$$\begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = 0$$

Demonstrație.

Condițiile (9) înmulțite la dreapta cu e și respectiv cu e^T devin :

$$x^T A y_0 e \leqslant (x_0^T A y_0)\, e \quad \text{și} \quad x_0^T B y e^T \leqslant x_0^T B y_0\, e^T$$

Ținînd cont de (8), rezultă :

$$A y_0 \leqslant (x_0^T A y_0)\, e \quad \text{și} \quad B^T x_0 \leqslant (x_0^T B y_0)\, e \tag{11}$$

Fie $E = ee^T$. Dacă (x, y) satisfac (8), atunci $Ey = e$ și $x^T E y = 1$.
Fie k fixat, suficient de mare, astfel încît :

$$kE - B^T > 0 \quad \text{și} \quad kE - A > 0$$

și fie soluțiile (x, y) astfel încît

$$(kE - B^T)x \geqslant e, \quad x \geqslant 0 \quad (12) \qquad \text{și :} \qquad y^T[(kE - B^T)x - e] = 0 \quad (14)$$
$$(kE - A)y \geqslant e, \quad y \geqslant 0 \quad (13) \qquad\qquad x^T[(kE - A)^T y - e] = 0 \quad (15)$$

Există o corespondență biunivocă între punctele (x_0, y_0) care satisfac (8) și (9) și punctele (x, y) care satisfac (12) ÷ (15).
Într-adevăr :

(14) $\Rightarrow ky^T ee^T x - y^T B^T x = y^T e \qquad | : y^T e$

$$ke^T x = 1 + \frac{y^T B^T x}{y^T e} \tag{14'}$$

(15) $\Rightarrow kx^T ee^T y - x^T A y = x^T e \qquad | : x^T e$

$$ke^T y = 1 + \frac{x^T A y}{x^T e} \tag{15'}$$

(12) $\Rightarrow kee^T x - B^T x \geqslant e \Leftrightarrow e + \dfrac{y^T B^T x}{y^T e} e - B^T x \geqslant e$ (12')

(13) $\Rightarrow kee^T y - Ay \geqslant e \Leftrightarrow e + \dfrac{x^T A y^T}{x^T e} e - Ay \geqslant e$ (13')

Cum $x^T e > 0$ și $y^T e > 0$, rezultă că relațiile (12)' și (13)' devin :

$$\frac{y^T B^T x}{(y^T e)(x^T e)} e - \frac{B^T}{x^T e} \geqslant 0 \qquad (12)''$$

$$\frac{x^T A y}{(x^T e)(y^T e)} e - \frac{Ay}{(y^T e)} \geqslant 0 \qquad (13)''$$

Dacă $x_0 = \left(\frac{1}{x^T e}\right) x$ și $y_0 = \left(\frac{1}{y^T e}\right) y$ (16)

atunci rezultă :

$$(12)'' \Rightarrow y_0^T B^T x_0 e \geqslant B^T x_0 \quad \text{sau :} \quad x_0^T B y_0 \geqslant x_0^T B y$$
$$(13)'' \Rightarrow x^T A y_0 e \geqslant A y_0 \qquad x_0^T A y_0 \geqslant x^T A y_0$$

Considerînd deci că x_0, y_0 sînt dați de (16) iar k satisface relațiile :

$$(14)' \Rightarrow k - \left(\frac{1}{x^T e}\right) = x_0^T B y_0 \qquad (14)''$$

$$(15)' \Rightarrow k - \left(\frac{1}{y^T e}\right) = x_0^T A y_0 \qquad (15)''$$

se observă că există o corespondență între punctele (x_0, y_0) care satisfac (8) și (9) și punctele (x, y) care satisfac (12) ÷ (15).

Într-adevăr, rezultă imediat că :

$$x_0^T e = \left(\frac{1}{x^T e}\right)^T x^T e = 1 \quad \text{și} \quad y_0^T e = \frac{1}{(y^T e)^T} y^T e = 1$$

Relațiile (12) ÷ (15) permit așadar ca problema găsirii punctelor de echilibru pentru jocurile bimatriceale să poată fi formulată așa cum s-a prezentat în relațiile (10).

Exprimînd matriceal relațiile (10), așa cum s-a mai arătat, rezultă că și problema găsirii punctelor de echilibru ale jocurilor bimatriceale este echivalentă cu problema complementară (1) dacă notăm :

$$w = \begin{pmatrix} v \\ u \end{pmatrix} \geqslant 0 \qquad z = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \geqslant 0 \quad M = \begin{pmatrix} 0 & A \\ B^T & 0 \end{pmatrix} \quad q = \begin{pmatrix} -e \\ -e \end{pmatrix}$$

5. Exemplu numeric

Algoritmul de rezolvare a problemei complementare a fost implementat pe un calculator FELIX C—256 și s-a utilizat echivalența dintre o problemă de programare liniară și problema complementară, așa cum s-a arătat în paragraful 4 al acestei lucrări.

Detalii cu privire la natura modelului de programare liniară cît și a aplicației care a stat la baza sa, se găsesc în contractul de cercetare I.P.B. nr. 362/1977.

Funcția obiectiv a fost următoarea :

$$\max Z = 599x_1 + 96x_2 + 525x_3 + 784x_4 + 816x_5 + 2\,866x_6 + 3580x_7 + 2\,485x_8 + 2\,260x_9 + 8\,860x_{10} + 214x_{11} + 662x_{12} + 662x_{13} + 389x_{14} + 960x_{15} + 680x_{16} + 1987x_{17} + 330x_{18} + 730x_{19} + 690x_{20} + 45x_{21} + 102x_{22} + 606x_{23} + 340x_{24} + 100\,100x_{25} + 174\,800x_{26} + 211\,000x_{27} + 128\,200x_{28} + 524\,800x_{29}$$

cu restricțiile :

I. $189x_1 + 4x_2 + 400x_3 + 700x_4 + 756x_5 + 1400x_6 + 1700x_7 + 1800x_8 + 930x_9 + 200x_{10} + 189x_{11} + 642x_{12} + 642x_{13} + 189x_{14} + 500x_{15} + 400x_{16} + 937x_{17} + 110x_{18} + 450x_{19} + 390x_{20} + 31x_{21} + 45x_{22} + 160x_{23} + 60x_{24} + 40\,500x_{24} + 95\,000x_{26} + 120\,000x_{27} + 70\,000x_{28} + 500\,000x_{29} \leqslant 21\,231\,240.$

II. $80x_2 + 75x_3 + 900x_6 + 100x_7 + 200x_8 + 390x_9 + 300x_{10} + 20x_{12} + 160x_{13} + 120x_{15} + 700x_{17} + 100x_{20} + 12x_{22} + 56x_{23} + 70x_{24} + 250\,00x_{25} + 270x_{26} + 4\,500x_{27} + 25\,000x_{28} + 20\,000x_{29} \leqslant 8\,104\,380.$

III. $12x_2 + 20x_4 + 90x_6 + 400x_8 + 2500x_{10} + 25x_{11} + 200x_{14} + 14x_{21} + 200x_{23} + 90x_{24} + 30\,000x_{25} + 45\,000x_{26} + 35\,000x_{27} + 14\,000x_{28} + 1\,800x_{29} \leqslant 1\,983\,300$

IV. $250x_1 + 50x_4 + 60x_5 + 270x_7 + 400x_{10} + 150x_{15} + 100x_{16} + 150x_{17} + 200x_{19} + 100x_{23} + 120x_{24} + 4\,000x_{25} + 7\,000x_{26} + 10\,000x_{27} + 19\,000x_{28} + 3\,000x_{29} \leqslant 1\,979$

V. $90x_1 + 50x_3 + 14x_4 + 150x_6 + 400x_7 + 25x_8 + 840x_9 + 700x_{10} + 220x_{18} + 200x_{20} + 45x_{22} + 600x_{25} + 800x_{26} + 1\,000x_{27} + 200x_{28} \leqslant 1\,993\,500$

VI. $70x_1 + 56x_6 + 150x_7 + 60x_8 + 150x_{15} + 60x_{16} + 200x_{17} + 80x_{19} + 80x_{23} \leqslant 1\,238\,500$

VII. $140x_{10} \leqslant 407\,160$

VIII. $120x_{10} + 10x_{23} \leqslant 408\,660$

$x_1 \geqslant 110$; $x_2 \geqslant 2\,500$; $x_3 \geqslant 1600$; $x_4 \geqslant 750$; $x_5 \geqslant 200$; $x_6 \geqslant 400$; $x_7 \geqslant 125$; $x_8 \geqslant 80$; $x_9 \geqslant 80$; $x_{10} \geqslant 20$; $x_{11} \geqslant 400$; $x_{12} \geqslant 150$; $x_{13} \geqslant 50$; $x_{14} \geqslant 1500$; $x_{15} \geqslant 1\,700$; $x_{16} \geqslant 2\,600$; $x_{17} \geqslant 600$; $x_{18} \geqslant 1\,200$; $x_{19} \geqslant 300$; $x_{20} \geqslant 500$;

$x_{21} \geqslant 21000$; $x_{22} \geqslant 500$; $x_{23} \geqslant 150$; $x_{24} \geqslant 400$; $x_{25} \geqslant 1$; $x_{26} \geqslant 1$; $x_{27} \geqslant 1$; $x_{28} \geqslant 1$; $x_{29} \geqslant 1$.

S-au obținut următoarele soluții :

$x_1 = 110$; $x_2 = 17888{,}35$; $x_3 = 18748{,}29$; $x_4 = 750$; $x_5 = 3106{,}27$; $x_6 = 1274{,}55$; $x_7 = 400$; $x_8 = 125$; $x_9 = 80$; $x_{10} = 317{,}5$; $x_{11} = 400$; $x_{12} = 150$; $x_{13} = 50$; $x_{14} = 1500$; $x_{15} = 1700$; $x_{16} = 2600$; $x_{17} = 3224{,}62$; $x_{19} = 300$; $x_{20} = 500$; $x_{21} = 21000$; $x_{22} = 500$; $x_{23} = 150$; $x_{24} = 400$; $x_{25} = 1$; $x_{26} = 1$; $x_{27} = 1$; $x_{28} = 1$; $x_{29} = 1$.

Performanțele de calcul :

Nr. crt.	Indice de performanță	Valoarea acestuia
1.	Memorie centrală ocupată	40 K
2.	Timp total de execuție	22 sec
3.	Timp Unitate Centrală	10,16 sec
4.	Număr de iterații	23
5.	Valoarea funcției scop	36614000

Concluzii

În lucrarea de față a fost analizată echivalența unor clase de probleme de optimizare staționară. S-a propus utilizarea unui algoritm complementar pentru rezolvarea acestor modele matematice, deoarece pe lîngă avantajul generalității sale, algoritmul menționat se caracterizează și prin eficiența implementării pe calculatorul numeric așa cum rezultă și din performanțele de calcul prezentate ca urmare a rulării unei aplicații.

BIBLIOGRAFIE :

1 *Lemke, C. E.*, Bimatrix Equilibrium Points and Mathematical Programming. Management Science No. 7/1965.
2 *Maliţa M., Zidăroiu C.*, Matematica organizării. Editura Tehnică, București, 1971.
3 *Ravindran, A.*, Computational aspects of Lemke's complementary algorithm applied to linear programs. Opsearch No. 7/1972.

Equivalence of Some Classes of Problems Used in Stationary-Optimal Control of Production

The paper deals with the equivalence of Lemke's complementary algorithm and problems of quadratic programming and bimatrix games. Implemented on a computer, the algorithm was used for optimizing the production capacity of an workshop in an industrial enterprise.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 3

C.Z.: 681.3.04/.06

CALCULATOARE

TRANSFORMAREA CONFLICTELOR PRIM-URM DIN GRAMATICI INDEPENDENTE DE CONTEXT ÎN CONFLICTE PRIM-PRIM

EUGENIA KALISZ*

În lucrare sînt definite conflictele PRIM—URM și este prezentat un algoritm care, aplicat asupra unei gramatici independente de context, neambiguă și nerecursivă la stînga, în care apar conflicte PRIM—URM, conduce la obținerea unei gramatici echivalente în care apar numai conflicte PRIM—PRIM.

Introducere

Conflictele PRIM—URM, definite în cele de mai jos, fac parte din categoria conflictelor LL(1), în sensul că o gramatică independentă de context, neambiguă și nerecursivă la stînga, în care apar conflicte PRIM—URM, nu este o gramatică LL(1).

În lucrare este prezentat modul în care conflictele PRIM—URM pot fi transformate în conflicte PRIM-PRIM. După cum s-a arătat în [5], conflictele PRIM-PRIM neciclice pot fi eliminate prin factorizarea stînga a elementului-conflict, ceea ce va conduce, în cazul în care toate conflictele PRIM-PRIM din gramatică sînt neciclice, la obținerea unei gramatici LL(1) echivalente cu gramatica inițială. În acest caz, analiza sintactică a propozițiilor din limbajul generat de gramatica inițială se va realiza simplu și eficient, utilizînd un algoritm de analiză sintactică predictivă deterministă [1], [2], [3].

Notații și definiții

În cele ce urmează vor fi utilizate următoarele notații:

a) $G = (V_T, V_N, P, S)$ — gramatică independentă de context, neambiguă și nerecursivă la stînga; V_T și V_N reprezintă mulțimile simbolilor terminali și respectiv neterminali, P — mulțimea producțiilor și S — simbolul de start.

b) litere grecești (α, β, γ, etc.) pentru a reprezenta șiruri de simboli terminali și neterminali (λ reprezintă șirul vid).

c) litere majuscule ale alfabetului latin pentru a reprezenta simboli neterminali

d) p_A — producție din P, denumită A-producție nevidă

$$p_A : A \to \alpha, \quad A \in V_N, \quad \alpha \neq \lambda$$

e) $p_{A,\lambda}$ — producție din P, denumită A-producția vidă

$$p_{A,\lambda} : A \to \lambda$$

f) $P(A)$ — mulțimea tuturor A-producțiilor din P (inclusiv cea vidă)

$$P(A) = \{p_A \mid p_A : A \to \alpha\}$$

Manuscris predat redacției la data de 8 martie 1980.
*Șef lucrări ing., Catedra de Calculatoare

Fie A un simbol neterminal dintr-o gramatică G. Se spune că simbolului neterminal A, denumit n e t e r m i n a l c o n f l i c t u a l, îi este asociat un c o n f l i c t PRIM-URM dacă există A-producţia vidă ($p_{A,\lambda} \in P$) şi

$$\mathrm{PRIM}(A) \cap \mathrm{URM}(A) \neq \varnothing$$

unde $\mathrm{PRIM}(A) = \{a \mid a \in V_T, \quad A \overset{*}{\Rightarrow} a\,\alpha\}$

$$\mathrm{URM}(A) = \{a \mid a \in V_T, \quad S \overset{*}{\Rightarrow} \alpha\, A\, \beta, \quad a \in \mathrm{PRIM}(\beta)\}$$

În acest caz mulţimile de simboli directori ai A-producţiilor (vezi [3]) nu sînt disjuncte, deci gramatica G nu este o gramatică LL(1).

Vom denumi p r o d u c ţ i e U R M-c o n f l i c t i n i ţ i a l ă asociată neterminalului conflictual A orice producţie $p_R \in P$ de forma

$$R \to \mu\, \rho\, \gamma$$

care îndeplineşte următoarele condiţii:

$1° - \mu \overset{*}{\Rightarrow} \delta A$; $\quad 2° - \rho \neq \lambda$; $\quad 3° - \mathrm{PRIM}(A) \cap \mathrm{PRIM}(\rho) \neq \varnothing$;

$4° -$ dacă $\rho \overset{+}{\Rightarrow} \lambda$ atunci $\mathrm{PRIM}(A) \cap \mathrm{URM}(A\ \rho) = \varnothing$
şi $\mathrm{PRIM}(\rho) \cap \mathrm{URM}(A\ \rho) = \varnothing$

Vom nota $P_I(A)$ m u l ţ i m e a t u t u r o r p r o d u c ţ i i l o r URM-c o n f l i c t i n i ţ i a l e asociate neterminalului conflictual A.

Numărul de producţii din mulţimea $P_I(A)$ reprezintă o r d i n u l conflictului PRIM-URM asociat neterminalului conflictual A.

M u l ţ i m e a s i m b o l i l o r U R M - c o n f l i c t asociaţi neterminalului conflictual A şi producţiei URM-conflict iniţiale p_R este

$$\mathcal{S}_u(A, p_R) = \{B \mid p_R : R \to \mu\, \rho\, \gamma, \quad \mu \overset{*}{\Rightarrow} \sigma\, B \overset{+}{\Rightarrow} \delta\, A\}$$

Se observă că forma propoziţională μ din partea dreaptă a producţiei p_R este de forma $\mu' C$, unde $C \in \mathcal{S}\ (A, p_R) \cup \{A\}$

Mulţimea:

$$P_F(A, p_R) = \{p_B \mid \exists\, B \in \mathcal{S}_U(A, p_R),\ p_B : B \to \eta\, A\}$$

este denumită m u l ţ i m e a p r o d u c ţ i i l o r U R M - c o n f l i c t f i n a l e asociate neterminalului conflictual A şi producţiei URM-conflict iniţiale p_R, iar mulţimea

$$P(A, p_R, B) = \{p_B \mid p_B : B \to \omega, \quad \omega \overset{*}{\Rightarrow} \eta\, A\}$$

reprezintă m u l ţ i m e a p r o d u c ţ i i l o r U R M - c o n f l i c t asociate simbolului neterminal B, $B \in \mathcal{S}_u(A, p_R)$.

Producţiile din $P(A, p_R, B)$ pot fi de două tipuri:

— s t a n d a r d, care au forma $B \to \eta\, C$

— n e s t a n d a r d, care sînt de forma $B \to \eta\, C\, h$, $h \in V_N^+$, $h \overset{+}{\Rightarrow} \lambda$ unde $C \in \mathcal{S}_u(A, p_R) \cup \{A\}$

Ipoteză În cele ce urmează se consideră că toate producţiile URM-conflict sînt de tip standard.

Această ipoteză nu reprezintă o restricţie deoarece, dacă într-o gramatică G există producţii URM-conflict nestandard, se poate construi o gramatică G', echivalentă cu G, în care să existe numai producţii URM-conflict standard.

Gramatica G′ se va deosebi de G prin aceea că fiecare producţie URM-conflict nestandard din P, de forma

$$B \to \eta\, C\, h, \quad h \in V_N^+, \quad h \overset{+}{\Rightarrow} \lambda$$

a fost înlocuită în P′ prin două producţii
— producţia URM—conflict standard $B \to \eta\, C$
— producţia complementară $B \to \eta\, C\, H$
unde H reprezintă un simbol neterminal nou ($H \notin V_N$, $H \in V'_N$),
prin a cărui derivare pot fi generate toate formele propoziţionale pe care le genera h, cu excepţia şirului vid.

Un conflict PRIM-URM asociat unui simbol neterminal A este denumit c o n f l i c t P R I M - U R M s t a n d a r d în cazul în care sînt satisfăcute următoarele condiţii :
— conflictul PRIM—URM este de ordinul 1 (mulţimea $P_1(A)$ conţine o singură producţie p_R)
— toate producţiile din P în a căror parte dreaptă apare simbolul neterminal A fac parte din $P_F(A, p_R)$.

Transformarea conflictelor PRIM-URM nestandard în conflicte PRIM-URM standard

În fig. 1 este prezentat algoritmul ATS, care transformă în m conflicte PRIM—URM standard conflictul PRIM—URM nestandard de ordinul $m (m \geqslant 1)$, asociat neterminalului conflictual A dintr-o gramatică G.

Teoremă. Aplicînd algoritmul ATS asupra gramaticii G în care există un conflict PRIM—URM de ordinul $m (m \geqslant 1)$ asociat neterminalului A se obţine o gramatică G', echivalentă cu G, care satisface următoarele condiţii :
— simbolului neterminal $A \in V'_N$ nu îi sînt asociate conflicte PRIM-URM
— fiecăruia dintre simbolii neterminali A^i, $1 \leqslant i \leqslant m$ ($A^i \in V'_N$, $A^i \notin V_N$) îi este asociat un conflict PRIM—URM standard.

D e m o n s t r a ţ i a acestei teoreme, fiind foarte simplă, nu va fi prezentată în lucrare.

În cazul în care gramatica G conţine n conflicte PRIM—URM nestandard ($n \geqslant 1$), aplicarea algoritmului ATS, repetată pentru fiecare dintre cele n conflicte, va conduce la obţinerea gramaticii G^n, echivalentă cu G, în care există numai conflicte PRIM-URM standard.

Transformarea conflictelor PRIM-URM standard în conflicte PRIM-PRIM

Algoritmul ATPUS, prezentat în fig. 2, realizează transformarea conflictului PRIM—URM standard asociat neterminalului conflictual A din gramatica G într-un conflict PRIM — PRIM asociat simbolului neterminal A dintr-o gramatică G'.

Lemă. Dacă p este o B-producţie din P de forma

$$B \to \delta\, C\, \rho\, \gamma$$

şi $P(C) = \{p_C \in P \mid p_C : C \to \alpha\}$ mulţimea tuturor C-producţiilor, atunci gramatica $G' = (V_T, V'_N, P', S)$ în care

$$V'_N = V_N \cup \{C'\}, \quad C' \notin V_N$$

Algoritmul ATS $(G, A; G')$
este

```
* construieşte G' identic cu G(G; G');
atribuie i ← 0;
pentru * fiecare producţie p_R ∈ P_I(A)
repetă [ * atribuie i ← i + 1;
         * generează neterminal nou (V'_N; A^i);
         atribuie V'_N ← V'_N ∪ {A^i};
         pentru * fiecare producţie p_A ∈ P(A)
         repetă [* det. parte dreaptă (p_A; α);
                 atribuie P' ← P' ∪ {A^i → α}
         pentru * fiecare producţie p ∈ P_F(A, p_R)
         repetă [* det. elemente prod. (P', p; B, η, A);
                 atribuie P' ← (P' − {p}) ∪ {B → η A^i};
sfîrşit
```

Fig. 1. Algoritmul ATS exprimat într-o variantă de pseudocod.

$$P' = (P - \{p\}) \cup \{B \to \delta\,(C'\gamma\} \cup \{p_C : C' \to \alpha\rho \mid \exists p_c \in P,\ p_c : C \to \alpha\}$$

este echivalentă cu G, adică $L(G') = L(G)$.

Demonstraţie.

Fie $w \in L(G)$ o propoziţie obţinută printr-o derivare pe parcursul căreia s-a aplicat producţia p şi o C-producţie. Deoarece toate formele propoziţionale care pot fi derivate din B în gramatica G, aplicînd producţia p şi o C-producţie pot fi obţinute şi în G', aplicînd producţia $B \to \delta\, C'\, \gamma$ şi o C'-producţie, rezultă că $w \in L(G')$.

Fie $w \in L(G)$ o propoziţie obţinută printr-o derivare pe parcursul căreia se aplică numai producţii diferite de p; în acest caz $w \in L(G')$, deoarece w se obţine în G' printr-o derivare identică cu cea din G.

Deci $\qquad \forall\, w \in L(G) \Rightarrow w \in L(G')$

Analog se demonstrează că

$$\forall\, w \in L(G') \Rightarrow w \in L(G)$$

deci $L(G') = L(G)$.

□

Teoremă. Aplicînd algoritmul ATPUS asupra gramaticii G, care conţine un conflict PRIM—URM standard asociat neterminalului conflictual A, se obţine o gramatică G', echivalentă cu G, în care simbolului neterminal A nu îi este asociat un conflict PRIM—URM, ci un conflict PRIM—PRIM.

Demonstraţie.

Echivalenţa gramaticilor G şi G' ($L(G') = L(G)$) se demonstrează simplu, aplicînd lema demonstrată în cele de mai sus pentru fiecare producţie $p_R \in P_I(A)$ şi fiecare producţie

$$p \in \{p_R\} \cup \{p_B \mid p_B \in P(A, p_R, B),\quad B \in \mathfrak{S}_u\,(A, p_R)\}$$

Simbolului $A \in V'_N$, notat în cele ce urmează şi A', nu îi poate fi asociat un conflict PRIM—URM deoarece în P' nu există A-producţia vidă (producţiei $p_{A,\lambda} : A \to \lambda$ din P îi corespunde în P' producţia $p_{A,\rho} : A \to \rho,\ \rho \neq \lambda$)

Algoritmul ATPUS $(G, A, p_R; G')$
este

```
* construiește G' identic cu G(G ; G') ;
pentru * fiecare neterminal B ∈ 𝔖_u(A, p_R) ;
repetă [* generează corespondent (V'_N , B ; B') ;
       [atribuie V'_N ← V'_N ∪ {B'} ;
* det. elem. prod. URM-conflict inițială (A, P' ; p_R, R, σ, C. ρ, γ) ;
* det. corespondent (C ; C') ;
atribuie P' ← (P' − {p_R}) ∪ {R → σ C' γ} ;
pentru * fiecare neterminal B ∈ 𝔖_u (A, p_R)
repetă [* det. corespondent (B ; B') ;
       pentru * fiecare producție p_B ∈ P(B)
       repetă [dacă p_B ∈ P_u(A, p_R, B)
              atunci [* det. componente (p_B ; η, C) ;
                     [dacă C = A
                     [atunci [atribuie P' ← P' ∪ {B' → η C} ;
                     [altfel [*det. corespondent (C ; C') ;
                             [atribuie P' ← P' ∪ {B' → η C'} ;
              altfel [*det. parte dreaptă (p_B ; ω) ;
                     [atribuie P' ← P' ∪ {B' → ω ρ} ;
pentru * fiecare producție p_A ∈ P(A)
repetă [* det. parte dreaptă (p_A ; α) ;
       [atribuie P' ← (P' − {p_A}) ∪ {A → α ρ} ;
                                   sfîrșit
```

Fig. 2. Algoritmul ATPUS exprimat într-o variantă de pseudocod.

Fie $DS(A' \to \alpha')$ mulțimea simbolilor directori ai producției $p_{A'} : A' \to \alpha'$ și

$$DS^+(A') = \{DS(A' \to \alpha') \mid \exists p_{A'} \in P', p_{A'} : A' \to \alpha', \alpha' \neq \rho\}$$

Se observă că $\text{PRIM}(\rho) \subset DS(A' \to \rho)$

De asemenea $\text{PRIM}(A) \subset DS^+(A')$

deoarece $\forall p_{A'} \in P', p_{A'} : A' \to \alpha', \quad \alpha' \neq \rho$

$\exists p_A \in P, \ p_A : A \to \alpha, \qquad \alpha' = \alpha \rho$

Dar, deoarece simbolului neterminal $A \in V_N$ îi este asociat un conflict PRIM—URM

$$\text{PRIM}(\rho) \cap \text{PRIM}(A) \neq \varnothing$$

deci și $\quad DS(A' \to \rho) \cap DS^+(A') \neq \varnothing$

Rezultă că simbolului neterminal A' îi este asociat un conflict PRIM—PRIM.

□

Concluzii

Prin combinarea algoritmilor ATS și ATPUS s-a obținut algoritmul ATPU, prezentat în fig. 3. Aplicînd algoritmul ATPU asupra unei gramatici G în care există conflicte PRIM—URM se va obține o gramatică G', echivalentă cu G, în care vor exista numai conflicte PRIM—PRIM. Dar conflictele PRIM—PRIM pot fi eliminate, în cazul în care sînt neciclice, prin factorizare stînga [5]. Deci este posibilă implementarea unui ansamblu de proceduri care să realizeze următoarele prelucrări asupra unei reprezen-

Algoritmul ATPU (G ; G')
este

```
* construieşte G' identic cu G (G ; G') ;
pentru * fiecare neterminal conflictual A
repetă  pentru * fiecare producţie p_R ∈ P_I(A) ;
        repetă  dacă * conflict nestandard (A ;)
                atunci [* generează corespondent (V'_N, A ; A') ;
                       [atribuie V'_N ← V'_N ∪ {A'} ;
                pentru * fiecare neterminal B ∈ $_u(A, p_R)
                repetă [* generează corespondent (V'_N, B ; B') ;
                       [atribuie V'_N ← V'_N ∪ {B'} ;
                * determină elem. prod. (p_R ; R, σ, C, ρ, γ) ;
                * det. corespondent (C ; C') ;
                atribuie P' ← (P' − {p_R}) ∪ {R → σ C' γ} ;
                pentru * fiecare neterminal B ∈ $_u(A, p_R) ∪ {A}
                repetă  * det. corespondent (B ; B') ;
                        pentru * fiecare producţie p_B ∈ P(B)
                        repetă [dacă B ≠ A şi p_B ∈ P(A, p_R, B)
                               atunci [*det. componente (p_B ; η, C) ;
                                      *det. corespondent (C ; C') ;
                                      [atribuie P' ← P' ∪ {B' → η C'} ;
                               altfel [*det. parte dreaptă (p_B ; ω) ;
                                      [atribuie P' ← P' ∪ {B' → ω ρ} ;
sfîrşit
```

Fig. 3. *Algoritmul ATPU exprimat într-o variantă de pseudocod.*

tări adecvate a unei gramatici independente de context, neambiguă şi nerecursivă la stînga :

— verifică dacă gramatica dată este LL(1) (vezi [4]) şi în caz negativ detectează toate conflictele PRIM—URM şi PRIM—PRIM existente în gramatică ;

— transformă toate conflictele PRIM—URM în conflicte PRIM—PRIM, utilizînd algoritmul ATPU ;

— elimină conflictele PRIM—PRIM neciclice prin factorizare stînga.

Rezultatul aplicării acestui ansamblu de proceduri asupra unei gramatici date va fi reprezentat, în cazul în care nu sînt detectate conflicte PRIM—PRIM ciclice, de o gramatică LL(1), echivalentă cu gramatica dată.

BIBLIOGRAFIE

1 *A. V. Aho, J. D. Ullman*, The Theory of Parsing, Translation and Compiling — Prentice — -Hall, 1972

2 *** Compiler Construction — An advanced Course — Springer Verlag, 1974

3 *E. Kalisz* — Buletinul I.P.B. seria Electrotehnică, tomul XL, nr. 4, 1978, pag. 93

4 *E. Kalisz* — Buletinul I.P.B. — seria Electrotehnică, tomul XLI, nr. 1, 1979, pag. 105

5 *E. Kalisz* — Buletinul I.P.B. — seria Electrotehnică, tomul XLI, nr. 4, 1979, pag. 113

Conversion of PRIM-URM Conflicts in Context-Free Grammars into PRIM-PRIM Conflicts

The paper defines the PRIM-URM conflicts and presents un algorithm which, applied to an unambiguous, not left-recursive, context-free grammar, containing PRIM-URM conflicts, produces an equivalent grammar, containing only PRIM-PRIM conflicts.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 3

C.Z.: 681.327.2

ASPECTE PRIVIND STUDIUL EFICIENȚEI INSTRUMENTELOR DE SINCRONIZARE A PROCESELOR DE CALCUL PARALELE

VALENTIN CRISTEA*

Una din problemele importante puse de realizarea sistemelor de calcul concepute ca structuri de procese paralele este definirea și utilizarea unor instrumente de sincronizare, care să conducă la obținerea unor algoritmi cu complexitate redusă. În lucrare se descrie o posibilitate de analiză a metodelor de sincronizare, bazată pe un model al sistemelor de calcul dezvoltat de autor, și se compară, din punct de vedere al eficienței, trei metode de sincronizare a proceselor paralele: metoda monitoarelor, metoda regiunilor critice condiționate și metoda resurselor compuse.

Introducere

Una din problemele importante cu care se confruntă proiectanții sistemelor de operare este găsirea unor metode eficiente de sincronizare a proceselor de calcul. Prezentînd în lucrarea /1/ mai multe concepte de sincronizare (regiuni critice, semafoare, mesaje, regiuni critice condiționale), Brinch Hansen precizează că ele sînt echivalente din punct de vedere logic, în sensul că fiecare poate fi utilizat în exprimarea unui tip oarecare de interacțiune între procese. Dar pentru o problemă dată, unele metode conduc la programe mai complicate și mai ineficiente decît altele. Dacă proiectantul poate face o alegere, el ar trebui să selecteze metoda care corespunde conceptual cel mai bine problemei sale.

O apreciere calitativă privind eficiența sincronizării prin variabile „condiție" este făcută și de Hoare în /2/. Dar, ca și în cazul anterior, afirmațiile nu sînt susținute de un studiu riguros, care să ofere măsuri cantitative ale eficienței.

În lucrarea de față se descrie o posibilitate de analiză a metodelor de sincronizare și se compară, din punct de vedere al eficienței, trei metode de sincronizare a proceselor paralele: metoda „monitoarelor" /2/, metoda regiunilor critice condiționale /1/ și metoda resurselor compuse /3/.

1. Modelul sistemului de calcul, utilizat în analiza eficienței

Pentru a reprezenta și evalua diferite metode de sincronizare a proceselor, vom considera un sistem de calcul alcătuit dintr-o memorie și mai multe procesoare. Convenim că în sistem există un număr suficient

Manuscris predat redacției la data de 21 ianuarie 1980
* Șef lucrări ing. Catedra Calculatoare

de procesoare, astfel încît fiecare proces are propriul său procesor dedicat pe care este executat.

Un proces se poate afla într-una din următoarele stări :

— *activ*, cînd acţiunile procesului sînt executate de procesorul său ;

— *blocat*, cînd acţiunile procesului nu sînt executate.

Un proces se poate bloca numai prin propriile sale acţiuni, executînd operaţia :

blochează.

El poate deveni activ în urma unei operaţii de activare executată de un alt proces :

activează (p ;),

unde „p" identifică procesul activat.

Procesele pot executa acţiuni asupra unor date proprii sau asupra unor date comune mai multor procese. Acţiunile asupra unui grup de date comune pot fi executate doar în cadrul unei secţiuni critice corspunzătoare grupului respectiv, cel mult un proces putîndu-se afla la un moment dat în secţiunea critică.

Pentru a intra într-o secţiune critică x, orice proces execută o operaţie :

intrare sc (x).

Execuţia acestei operaţii începe în momentul în care procesul solicită dreptul de intrare în secţiunea critică, şi se termină în momentul în care acest drept îi este acordat (forma de excludere „busy waiting"). Nu impunem nici o ordine asupra intrării în secţiunea critică a mai multor procese care execută simultan operaţia anterioară. La ieşirea din secţiunea critică x, procesul execută o operaţie :

ieşire sc (x).

Blocarea unui proces pe parcursul execuţiei unei secţiuni critice este însoţită de eliberarea acesteia, printr-o operaţie „ieşire sc". În general, la activarea sa ulterioară, procesul va reintra în secţiunea critică printr-o operaţie „intrare sc".

Descrierea acţiunilor proceselor va fi făcută într-o formă standard (pseudocod)/4/. Acţiunile executate de un proces oarecare într-o secţiune critică vor fi descrise ca o procedură. Diferitele proceduri mutual exclusive ale unei secţiuni critice vor fi precedate de declaraţiile grupului de date comune corespunzător.

În descrierile care urmează vom declara o listă de elemente de tip T prin :

1 : *lista de* T

Utilizăm următoarele notaţii, pentru a specifica :

1.inserează (t ;)	procedura de inserare a unui element t în lista 1 ;
1.extrage (t ;)	procedura de extragere a unui element t din lista 1 ;
1.coada	funcţia de test a numărului de elemente din 1 ; are valoarea *adevărat* dacă în 1 există cel puţin un element ;
1.cap	primul element al listei.

Un proces „ocupă" procesorul doar pe perioada în care este activ. În aprecierea diferitelor metode de sincronizare din punct de vedere al eficienței, tocmai acești timpi, de ocupare, vor fi luați în considerație.

2. Comparație între metoda „monitoarelor" și metoda resurselor compuse

Analiza comparativă din acest paragraf se referă la implementarea unui semafor general, prin care procesele unui sistem de calcul pot schimba „semnale" de sincronizare /3/. Pentru realizarea acestui tip de interferență prin metoda monitoarelor, se utilizează două operații primitive (wait și signal), definite pe variabile „condiție", avînd următorul efect :

```
cond. wait :     lcond.inserează (*;)
                 blochează
cond.signal :    dacă lcond. coada atunci
                      lcond. extrage ( ; p)
                      activează (p ;)
```

Aici, cond este o variabilă condiție,
lcond reprezintă o listă de procese,
* este numele procesului care execută operația,
p este un nume de proces.

Lista „l cond" este „ascunsă" programatorului, ea fiind accesibilă doar prin operațiile „wait" și „signal". Prin definițiile acestor operații, elementele listei sînt ordonate conform strategiei FIFO.

Reprezentarea semaforului conform metodei monitoarelor este dată în algoritmul 1. Ea corespunde variantei de implementare recomandată de Hoare pentru cazul cînd operația „signal" este ultima operație a procedurilor unei secțiuni critice.

Algoritm 1

```
secțiunea critică s
  n : întreg □
  l : listă de ref proces □
    procedura cere este :
      intrare sc (s) □
      atribuie n ← n − 1 □
      dacă n <0 atunci
          [l. inserează (*;) □
           ieșire sc (s) □
           blochează □]
      □
      ieșire sc (s) □
sfîrșit cere

procedura eliberează este :
  intrare sc (s) □
  atribuie n ← n + 1 □
  dacă n ⩽ 0 atunci
      [dacă l. coada atunci
       l. extrage ( ; p) □
       activează (p ; ) □
   altfel
       ieșire sc (s) □
   □]
  □
sfîrșit eliberează
```

Observații.

1) În text au fost încadrate între semnele [și] reprezentările echivalente celor două primitive, wait și signal.

2) Semaforul are următoarea interpretare : valoarea inițială a lui n reprezintă numărul de semnale disponibile inițial; transmiterea unui semnal se realizează printr-o operație „eliberează" ; recepția unui semnal se realizează printr-o operație „cere" ; dacă nu există semnale disponibile, procesul solicitant se va bloca pînă cînd un semnal îi va putea fi transmis.

Reprezentarea semaforului conform metodei resurselor compuse este dată în algoritmul 2.

Algoritm 2

```
secțiune critică s
  n : întreg □
  l : lista de ref proces □
    procedura cere este :
      intrare sc (s) □
      atribuie n ← n − 1 □
      dacă n < 0 atunci
        1. inserează (* ; ) □
        ieșire sc (s) □
        blochează □
      □
sfîrșit cere

procedura eliberează este :
  intrare sc (s) □
  atribuie n ← n + 1 □
  dacă n ≤ 0 atunci
    1. extrage ( ; p) □
    activează (p ; ) □
  □
  ieșire sc (s) □
sfîrșit eliberează □
```

Observații.

1) Operațiile blochează și activează corespund direct primitivelor de sincronizare din modelul resurselor compuse.

2) Programatorul are acces la elementele listei „1" prin operații de inserare, ștergere etc., manipulînd astfel explicit lista.

3) Nu este impusă o strategie de ordonare a elementelor listei „1" ea fiind la alegerea programatorului.

Dacă în algoritmul 2 se alege strategia FIFO de ordonare a elementelor listei, atunci algoritmii corespunzători celor două metode au aceeași complexitate. Pentru implementarea altor politici de ordonare prin metoda resurselor compuse, este suficientă modificarea (în algoritmul 2) procedurilor „inserează" și „extrage" asociate listei „1". Pentru metoda monitoarelor sînt posibile două soluții.

Soluția 1. Soluția sugerată de Habermann /5/ pentru o problemă similară prevede asocierea unei variabile condiție cu fiecare proces de calcul „p", și a unei liste separate „c" de procese blocate în secțiunea critică. Diferitele politici de ordonare (planificare) a proceselor vor fi implementate prin algoritmii de inserare și extragere din această listă. Blocarea și activarea proceselor se va realiza prin operații wait și signal. Soluția este descrisă în algoritmul 3, unde operațiile încadrate corespund celor două primitive, iar $l_a, \ldots, l_x$ sînt listele corespunzătoare variabilelor condiție ale diferitelor procese.

Algoritm 3

```
secțiune critică s
  n : întreg □
  la..lx : lista de ref proces □
  c : lista de ref proces □
  procedura cere este :
    intrare sc (s) □
    atribuie n ← n − 1 □
      dacă n < 0 atunci
       c. inserează (* ;) □
      [1*.inserează (* ;) □        .....A
       ieșire sc (s) □
       blochează □]
    □
    ieșire sc (s) □
sfîrșit cere

procedura eliberează este :
  intrare sc (s) □
  atribuie n → n + 1 □
  dacă n ≤ 0 atunci
     c. extrage ( ; p)
     [dacă 1p.coada atunci                .....B
          1p.extrage ( ; p) □             .....C
          activează (p ;) □
      altfel
          ieșire sc (s) □
     □]
  □
sfîrșit eliberează
```

Comparînd algoritmul 3 cu algoritmul 2 observăm că el necesită un spațiu de memorie suplimentar (pentru listele $l_a \ldots l_x$) și un timp de execuție suplimentar (pentru operațiile A—la „cere", B și C— la „eliberează"). Acestea pot deveni importante dacă numărul de procese din sistem este mare și dacă procedurile „cere" și „eliberează" au o frecvență de execuție ridicată.

Soluția 2. O altă soluție, propusă de Hoare /2/, este aplicabilă în cazul planificării după priorități. Ea constă în extinderea primitivelor wait și signal prin adăugarea, ca parametru, a unei indicații despre prioritatea procesului blocat. Descrierea acestor extinderi este următoarea:

```
cond. wait (pri) :   1cond. inserează (*, pri ; ) □
                     blochează □
cond. signal :       dacă 1cond. coada atunci
                          1cond. extrage ( ; p, pri) □
                          activează (p ;) □
                     □
```

La execuția operației wait, odată cu numele procesului este înregistrată în lista „1cond" și prioritatea sa (pri). La execuția operației signal, este extras și activat procesul a cărui valoare „pri" este minimă.

Cu aceasta, algoritmii de cerere și eliberare corespunzători celor două metode pe care le analizăm, au aceeași complexitate. Oricum, există cazuri în care utilizarea primitivelor extinse poate conduce la funcționări ineficiente. Un exemplu este furnizat chiar de Hoare și se referă la definirea unui „ceas-alarmă" programabil, care permite blocarea proceselor pentru perioade de timp variabile, exprimate ca multipli de unități de timp (tacte). Prezentăm aici descrierea echivalentă soluției dată de Hoare /2/ și soluția obținută prin utilizarea modelului resurselor compuse, urmînd a le compara din punct de vedere al eficienței.

Algoritm 4 (Hoare).

```
secțiune critică a
  now : întreg □
  wakeup : lista de (p : ref proces, t : întreg)□
    procedura wakeme (n ; )este :
     intrare sc (a) □
     atribuie al← now+n □
     cît timp now <al repetă
     [wakeup. inserează (*, al ;) □      %
      ieșire sc (a) □
      blochează □]                       %
     □
     [dacă wakeup. coada atunci
       wakeup. extrage ( ; proc, al) □
       activează (proc ; ) □
      altfel
       ieșire sc (a) □
      □]
sfîrșit wakeme

procedura tick este :
  intrare sc (a) □
  atribuie now ←now+ 1 □
  dacă wakeup. coada atunci
       wakeup. extrage ( ; proc, al)□    %
       activează (proc ; ) □             %
  altfel
    ieșire sc (a) □
  □]
sfîrșit tick
```

Algoritm 5 (resurse compuse).

```
secţiune critică a
  now : întreg □
  wakeup : lista de (p : ref poces, t : întreg) □
    procedura wakeme (n ;) este :
      intrare sc (a) □
      atribuie al←now+ n □
      wakeup.inserează (*, al ;) □
      ieşire sc (a) □
      blochează □
      intrare sc (a) □
      dacă now ≥ wakeup.cap.t atunci
        wakeup.extrage ( ; proc, al) □
        activează (p ;) □
      □
      ieşire sc (a) □
sfîrşit wakeme

procedura tick este :
  intrare sc (a) □
  atribuie now ←now+ 1 □
  dacă now ≥ wakeup.cap. t atunci
      wakeup.extrage ( ; proc, al) □
      activează (proc ; ) □
  □
  ieşire sc (a) □
sfîrşit tick
```

Se poate observa uşor că în algoritmul 4 procesul din capul listei „wakeup" este activat la fiecare „tick". Dacă momentul curent nu corespunde celui specificat de proces prin argumentul procedurii „wakeme" atunci procesul se blochează din nou. Deoarece lista „wakeup" este „invizibilă" pentru programator, această soluţie este singura variantă posibilă pentru a avea acces la informaţia corespunzătoare primului element din listă.

În algoritmul 5, acest acces este asigurat de programarea explicită a operaţiilor asupra listei, astfeli ncît activarea procesului din capul listei „wakeup" se va face o singură dată, la momentul de timp specificat.

Analizind comportarea celor doi algoritmi rezultă că pentru activarea corectă a unui proces oarecare, în algoritmul 4 se execută o serie de operaţii suplimentare faţă de algoritmul 5. Considerînd că diferenţa dintre momentele specificate de două procese consecutive din listă este în medie „m" şi că operaţiile marcate în algortimul 4 cu % durează împreună „k" unităţi, timpul suplimentar cerut de algoritmul 4 este în medie (m−1).k.

3. Comparaţie între metoda regiunilor critice condiţionale şi metoda resurselor compuse

Regiunile critice condiţionale permit exprimarea unor forme de interacţiuni variate, avînd la bază punerea unui proces în aşteptare pînă în momentul îndeplinirii unei anumite condiţii. În acest scop se utilizează o primitivă de sincronizare „await", care „întîrzie" execuţia unui proces pînă cînd componentele unei variabile comune „v" satisfac o condiţie B. O regiune critică condiţională are următorul efect :

```
var v : shared T

. . . . . .
region v do
begin await (B) ; S1 end
```

Algoritm 6.

```
secţiune critică r
  v : T □

  1 : lista de ref proces □
  procedura regcriti este :
    intrare sc (r) □
    cît timp ¬ B repetă          B
      1.inserează (* ; ) □
      ieşire sc (r)              C
      blochează □
```

```
                                        intrare sc (r) □
                                        □
                                        S1 □                          D
                                        cît timp 1.coada repetă       E
                                          1.extrage ( ; p) □          ⟩ A
                                          activează (p ;) □           ⟩
                                        □
                                        ieşire sc (r) □
                                      sfîrşit regcrit1
region v do S2                        procedura regcrit2 este:
                                        intrare sc (r) □
                                        S2 □
                                        cît timp 1.coada repetă       E
                                          1.extrage ( ; p) □          ⟩ A
                                          activează (p ;) □           ⟩
                                        □
                                        ieşire cs (r) □
                                      sfîrşit regcrit2
```

Efectul unei regiuni critice condiţionate poate fi obţinut prin metoda resurselor compuse, utilizînd soluţia descrisă în algoritmul 7.

Algoritm 7

```
secţiune critică r                    procedura regcrit2 este:
  v : T □                               intrare sc (r) □
  1 : lista de ref proces □             S2 □
  procedura regcrit este:               dacă 1.coada atunci           E
    intrare sc (r) □                      dacă B atunci               B
    dacă ¬ B atunci                  ....B      1.extrage ( ; p) □
        1.inserează (* ;) □          ⟩ C        activează (p ;) □     A
        ieşire sc (r) □              ⟩
        blochează □                        □
        intrare sc (r) □                 □
    □                                    ieşire sc (r)
    S1 □                               sfîrşit regcrit2
    dacă 1.coada atunci                E
      dacă B atunci                    B
          1.extrage ( ; p) □           ⟩ A
          activează (p ;) □            ⟩
      □
    □
    ieşire sc (r) □
sfîrşit regcrit1
```

Pentru algoritmul 6, fiecare proces care modifică valorile componentelor variabilei „v" activează, la sfîşitul execuţiei regiunii critice, toate procesele blocate în lista 1. Fiecare proces va reevalua condiţia B şi se va bloca din nou, dacă ea nu este satisfăcută, sau va continua, în caz contrar, execuţia. Oricum, datorită restricţiilor impuse de execuţia regiunii critice, operaţiile diferitelor procese se vor executa secvenţial în timp.

În algoritmul 6, fiecare proces care modifică valorile componentelor variabilei „v" evaluează, la sfîrşitul execuţiei regiunii critice, condiţia B şi activează un alt proces, dacă condiţia este îndeplinită.

În ambele cazuri, un proces activat poate modifica la rîndul său componentele variabilei „v", prin execuţia operaţiilor S1. Astfel, în prima soluţie, din totalul de procese activate (n), o parte (m) vor găsi condiţia satisfăcută şi vor continua execuţia, restul proceselor blocîndu-se din nou. În soluţia a doua, sînt activate doar „m" din cele „n" procese ale listei „1".

Rezultă de aici că în primul caz se execută o serie de operații suplimentare a căror durată dorim să o determinăm. Considerăm că duratele diferitelor operații ale algoritmilor sîn cele marcate cu litere mari în dreptul acestora.

Soluția regiunilor critice condiționale. După execuția unei secvențe S2 sînt activate n procese; timp de execuție $-n.A+(n+1).E$. Un proces activat trece de condiție, celelalte așteaptă $-B+D+E$. După o așteptare $(B+D+E)$ pentru intrare în regiunea critică, al doilea proces trece de condiție $-2(B+D+E)$. Procesul „m" trece de condiție $-m(B+D+E)$. Procesul „m+1" se blochează din nou $-m(B+D+E)+(B+C)$. La fel celelalte procese, și procesul „n" $-m(B+D+E)+(n-m)(B+C)$. Timpul total de ocupare a procesoarelor, corespunzător primei metodei este:

$$T_1 = n.A+(n+1).E+(B+D+E)\left(\sum_0^m i+(n-m).m\right)+(B+C)\sum_0^{n-m} i$$

sau

$$T_1 = n.A+(n+1).E+(B+D+E)\frac{m}{2}(1+2n-m)+(B+$$

$$+C)\frac{(n-m)(n-m+1)}{2}$$

Considerînd că din cele n procese oricîte m [$\in 0, n$] pot trece de condiție și că probabilitățile corespunzătoare diferitelor cazuri sînt egale, se obține:

$$T_{1med} = n.A+(n+1).E+(B+D+E).\frac{n(2n+1)}{6}+(B+C)\frac{n(n+2)}{6}$$

Soluția resurselor compuse. Se disting două situații.

Cazul $m<n$.

După execuția unei secvențe S2 este activat un proces $-A+B+E$. Procesul execută S1 și evaluează condiția (se repetă de m ori) $-D+B+E$. Dacă condiția este îndeplinită, activează un proces (se repetă de $m-1$ ori) $-A$. Ca urmare,

$$T_2' = m.(A+D)+(m+1)(B+E).$$

Cazul $m=n$.

După execuția lui S2 este activat un proces $-A+B+E$. Procesul execută S1 și evaluează condiția (se repetă de $m-1$ ori) $-D+B+E$. Dacă condiția este îndeplinită activează un alt proces (se repetă de $m-1$ ori) $-A$. Procesul „m" execută S1 și găsește coada goală $-D+E$. Ca urmare

$$T_2'' = m(A+B+D)+(m+1)E$$

Deci

$$T_{2med} = \frac{1}{n+1}\left(\sum_{m=0}^{n-1} T_2' + T_2''\right)$$

$$T_{2med} = \frac{n}{2}(A+D) + \frac{n+2}{2}E + \left(\frac{n}{2} + \frac{n}{n+1}\right)B$$

De aici,

$$Dif = T_{1med} - T_{2med}$$

$$= \frac{n}{2}A + \frac{n(n-1)}{2(n+1)}B + \frac{n(n+2)}{6}C + \frac{n(n-1)}{3}D + \frac{n(n+2)}{3}E$$

Rezultă deci că diferența de timp de execuție corespunzătoare celor două soluții este $\theta(n^2)$. Timpul suplimentar reclamat de varianta regiunilor critice condiționale este dependent de numărul de procese blocate în regiunea critică. Importanța acestui timp suplimentar este, evident, dependentă și de frecvența de execuție a regiunilor critice.

Concluzii

O preocupare importantă, în activitatea de modelare a comportării proceselor paralele, o constituie găsirea unor instrumente eficiente și ușor de utilizat, de reprezentare a interacțiunilor dintre procese. Lucrarea de față se referă la primul aspect, acela al eficienței metodelor de sincronizare. Ea propune un model utilizabil în analiza eficienței și face comparații între trei metode de sincronizare. Analiza evidențiază superioritatea metodei resurselor compuse, din punct de vedere al eficienței algoritmilor de sincronizare obținuți.

BIBLIOGRAFIE

1. *Per Brinch Hansen*, Operating Systems Principles, Prentice Hall 1973
2. *C.A.R. Hoare*, CACM vol 17, no 10, oct 1974
3. *V. Cristea*, Către o proiectare structurală a sistemelor de operare, Comunicare sesiune ICI, dec 1979
4. *A.N. Habermann*, CACM vol 15, no 3, martie 1972

On the Efficiency of Some Parallel Processes Synchronization Tools

Defining and using efficient process synchronization tools are important topics in the design of structured computer systems. In this paper, the analysis of synchronization methods, based upon a computer systems model developped by the author, is described. Then, three methods for parallel processes synchronization (monitors, conditional critical regions and compound resources) are compared, from the point of view of their efficiency.

Deci:

$$T_{medie} = \frac{1}{n+1}\left(\sum_{i=0}^{n} T_i = T_0^n\right)$$

$$T_{medie} = \frac{n}{2}(A+D) + \frac{n+2}{2}B + \left(\frac{B}{2} + \frac{n}{n+1}\right)B$$

De unde,

$$Dif = T_{medie} - T_{medie}$$

$$= \frac{n}{2}A + \frac{n(n-1)}{2(n+1)}B + \frac{n(n+2)}{3}C - \frac{n(n-1)}{3}D + \frac{n(n+5)}{3}B$$

Rezultă deci că diferența de timp de execuție corespunzătoare celor două soluții este $\theta(n^2)$. Timpul suplimentar reclamat de varianta regională critică condiționată este dependent de mărimea de proces blocată în regiunea critică. Importanța acestui timp suplimentar este, evident, dependentă și de frecvența de execuție a regiunilor critice.

Concluzii

O precomputare importantă, în activitatea de modelare a comportării procesoarelor paralele, o constituie găsirea unor instrumente eficiente și ușor de utilizat, de reprezentare a interacțiunilor dintre procese. Lucrarea de față se referă la primul aspect, anume al eficienței modelelor de sincronizare. Se propune un model utilizabil în analiza eficienței și face comparații între trei metode de sincronizare. Analiza evidențiază superioritatea modelei regionale comune, din punct de vedere al eficienței algoritmilor de sincronizare obținuți.

BIBLIOGRAFIE

1. Per Brinch Hansen, Operating System Principles, Prentice Hall 1973
2. C.A.R. Hoare, CACM vol 17, no 10, oct 1974
3. N. Cristea, Către o proiectare structurată a sistemelor de operare, Lucrările sesiunii ICI, dec 1979
4. A.N. Habermann, CACM vol 15, no 3, martie 1972

„BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 3

C.Z.: 681.3.04/.06

ON A METHOD FOR AUTOMATED MINIMIZATION OF BOOLEAN FUNCTIONS BASED ON IF-THEN-ELSE TREES

VLAD DABIJA*

This paper presents some important aspects of a method for automated minimization of boolean functions. This method is based on the IF-THEN-ELSE calculus and on a special form of trees, the IF-THEN-ELSE trees. The method automatically obtains the minimal form of a n-variables boolean function in both conjunctive and disjunctive form simultaneously, for any finite n, requiring a small amount of computing time and memory.

1. Introduction

The mathematical basis of our presentation will be the IF-THEN-ELSE calculus. The method we discuss ensures the fast determination of the minimal form of a boolean function.

The most important rules of the IF-THEN-ELSE calculus that we shall use in the following paragraphs are [3]:

1.1. $\mathrm{IF}p\mathrm{THEN}q\mathrm{ELSE}r = (p \wedge q) \vee ((\neg p) \wedge r)$

2.1. $(\mathrm{IF}p\mathrm{THEN}q_1\mathrm{ELSE}r_1) \vee (\mathrm{IF}p\mathrm{THEN}q_2\mathrm{ELSE}r_2) = \mathrm{IF}p\mathrm{THEN}(q_1 \vee q_2)\mathrm{ELSE}\ (r_1 \vee r_2)$

2.2. $(\mathrm{IF}p\mathrm{THEN}q_1\mathrm{ELSE}r_1) \wedge (\mathrm{IF}p\mathrm{THEN}q_2\mathrm{ELSE}r_2) = \mathrm{IF}p\mathrm{THEN}(q_1 \wedge q_2)\mathrm{ELSE}\ (r_1 \wedge r_2)$

2.3. $\neg\,(\mathrm{IF}p\mathrm{THEN}q\mathrm{ELSE}r) = \mathrm{IF}p\mathrm{THEN}(\neg q)\mathrm{ELSE}(\neg r)$

2.4. For any $n \in N$ and any boolean function of n variables $f: \mathrm{A}^n \to A$ we have:

$$\mathrm{f}(\mathrm{IF}p\mathrm{THEN}q_1\mathrm{ELSE}r_1,\ldots,\mathrm{IF}p\mathrm{THEN}q_n\ \mathrm{ELSE}r_n) = \mathrm{IF}p\mathrm{THEN}\mathrm{f}(q_1,\ldots,q_n)\mathrm{ELSE}\ f(r_1,\ldots,r_n)$$

Of course 2.1, 2.2, 2.3 are particular cases of 2.4, but we have found it necessary to point them out separately.

3.1. $p \vee q = \mathrm{IF}p\mathrm{THEN1ELSE}q$

3.2. $p \wedge q = \mathrm{IF}p\mathrm{THEN}q\mathrm{ELSE0}$

3.3. $\neg\,\mathrm{p} = \mathrm{IF}p\mathrm{THEN0ELSE1}$

4.1. $\mathrm{IF}\,(\mathrm{IF}p\mathrm{THEN}q\mathrm{ELSE}r)\,\mathrm{THEN}s\mathrm{ELSE}t =$
$= \mathrm{IF}p\mathrm{THEN}\,(\mathrm{IF}q\mathrm{THEN}s\mathrm{ELSE}t)\mathrm{ELSE}\,(\mathrm{IF}r\mathrm{THEN}\,s\mathrm{ELSE}t)$

Manuscript received 17 January 1980
* Student in computers and control engineering

4.2. IFpTHEN(IFqTHENrELSEs)ELSEt)=
= IFqTHEN(IFpTHENrELSEt)ELSE(IFpTHENsELSEt)

and : IFpTHENrELSE(IFqTHENsELSEt)=
= IFqTHEN(IFpTHENrELSEs)ELSE(IFpTHENrELSEt)

4.3. IFpTHEN(IFpTHENqELSEr)ELSEs= IFpTHENqELSEs

and : IFpTHENqELSE(IFpTHENrELSEs)= IFpTHENqELSEs

4.4. IFpTHEN 1 ELSE0= p

4.5. IFpTHEN0ELSE0= 0 and IFpTHEN 1 ELSE 1 = 1

4.6. IF 0THENpELSEq= q and IF 1 THENpELSEq= p

6.1. The boolean dual of IF-THEN-ELSE will be defined by :
IFNOTpTHENqELSEr= $(p \vee q) \wedge ((\neg p) \vee r)$

7.1. IFpTHENqELSEr= IFNOTpTHENrELSEq

For an easy algorithmisation of the method, we shall introduce a tree-based interpretation of these rules.

2. IF-THEN-ELSE Trees (ITE-Trees)

The ternary operator :

IF-THEN-ELSE (p, q, r) = IFpTHENqELSEr = $(p \wedge q) \vee ((\neg p) \wedge r)$
will be written in a tree-form as : in fig. 1.

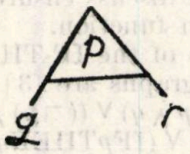


Fig. 1

Similarly, we can write all the properties in § 1.E.g.(3.2) becomes :

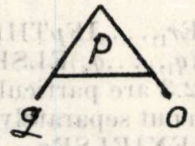
$p \wedge q$ = IFpTHENqELSE0 =  ,and is represented as

Fig. 2

in fig. 2, or (4.1) in § 1 takes the form shown in fig. 3 ;
which stands for :

IF(IFpTHENqELSEr)THENsELSEt=
= IFpTHEN(IFqTHENsELSEt)ELSE(IFrTHENsELSEt).

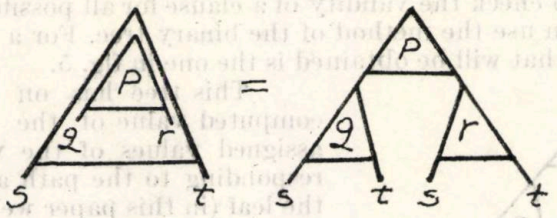


Fig. 3

By means of properties 2.1—2.4, 3.1—3.3, 4.1, 4.2, 4.4, 4.6 in §1, any boolean function may be written in an ITE—tree form, which is built only of variable symbols as nodes and constant symbols *0* and 1 as leaves. This tree may be than reduced by means of properties 4.3, 4.5 in §1, which can be viewed as two reduction operators on the set $\mathcal{A}$ of all ITE trees, as presented in fig. 4,

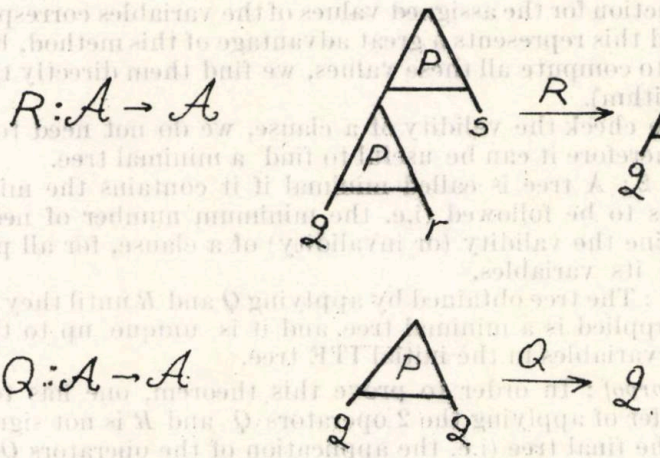


Fig. 4

where *q*, *r*, *s* can be other subtrees.

3. Minimal Trees

Definition 1: The degree of complexity (D_c) of an ITE tree is the number of leaves of the tree.

The level of complexity (L_c) of an ITE tree is the maximum number of levels of the tree (i.e. the maximum number of nodes we can find along any top-down path in the tree).

The degree of the reduction (D_r) is the number of leaves eliminated from the tree.

The level of the reduction (L_r) is the number of levels eliminated from the tree.

Obviously, a reduction with $L_r = k$ does not involve the decreasing of L_c by k.

In order to check the validity of a clause for all possible values of its variables, we can use the method of the binary tree. For a three-variables clause, the tree that will be obtained is the one in fig. 5.

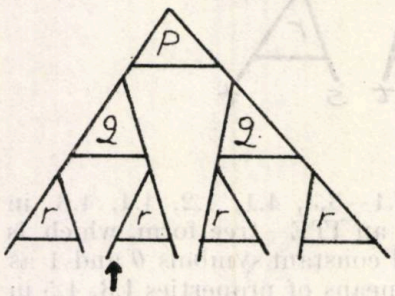


Fig. 5

This tree has on each leaf the computed value of the clause for the assigned values of the variables, corresponding to the path associated with the leaf (in this paper we assumed that any path starts from the root and ends on a leaf).

E.g. for the pointed leaf in figure 5, the values assigned to the variables are : $p = 1$, $q = 0$, $r = 1$.

It is easy to see that L_c of such a tree is n and its $D_c = 2^n$, whatever the clause of n variables would be.

We shall prove that on the leaves of an ITE tree we also find the values of the function for the assigned values of the variables corresponding to that path (and this represents a great advantage of this method, beacuse we do not need to compute all these values, we find them directly through our formal algorithm).

In order to check the validity of a clause, we do not need to check all the paths. Therefore it can be useful to find a minimal tree.

Definition 2 : A tree is called minimal if it contains the minimum number of paths to be followed (i.e. the minimum number of necessary tests) to determine the validity (or invalidity) of a clause, for all possible combinations of its variables.

Theorem 1 : The tree obtained by applying Q and R until they cannot be any further applied is a minimal tree, and it is unique up to the permutation of the variables in the initial ITE tree.

Sketch of proof : In order to prove this theorem, one has to show first that the order of applying the 2 operators Q and R is not significant to the form of the final tree (i.e. the application of the operators Q and R is associative and commutative, when applied until obtaining the minimal tree). Then one has to show that the tree obtained by applying Q and R until they cannot any further be applied satisfies the conditions in definition 2, i.e. it is a minimal tree, and then the uniqueness is quite easy to be proved.

We can now define on the set $\mathcal{A}$ an equivalence relation E, as follows : let $A_1, A_2 \in A$, then $A_1 E A_2$ if and only if A_1 may be obtained from A_2 by Q or R, or A_2 may be obtained from A_1 in the same way, or there exists a tree $A_3 \in \mathcal{A}$ which can be obtained from both A_1 and A_2 by Q or R.

Theorem 2 : Each equivalence class contains a minimal tree and only one.

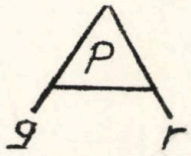
The proof may be done by assumption that the converse is true.

Theorem 3 : On each leaf of an ITE tree we find the value of the clause, associated to the values of the variables along the path which leads to that leaf. The same applies to the tree obtained from an ITE tree by Q or R.

The proof can be done by algebraic induction over the complexity of a tree. The induction base consists in checking (3.1—3.3) in §1 and the induction step is represented by the checking of the theorem for (4.1—4.6) in §1 and for Q and R.

According to the definition 2, the minimal tree corresponds to the minimal form of a given clause. Obviously, all clauses having corresponding ITE trees in the same equivalence class in $\mathcal{A}/E$, have also the same minimal algebraic expression.

The algebraic minimal form may be derived from the minimal tree by means of 1.1 in § 1,i.e. :



$= \text{IFpTHENqELSEr} = (p \wedge q) \vee ((\neg p) \wedge r).$

4. An Example

We shall present now an example of obtaining the minimal form of a boolean function by the method of the ITE tree.

The algorithm of obtaining the minimal form of a boolean function by the method of the ITE tree is the following :

Step 1 : The ITE tree is derived from the algebraic form of the function.

Step 2 : The minimal tree is obtained, by applying Q and R.

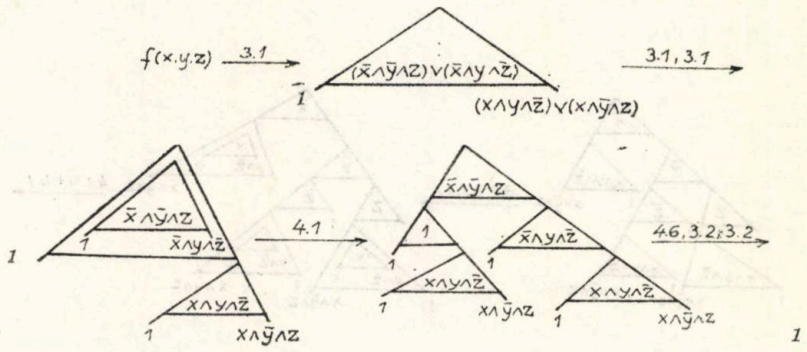
Step 3 : The algebraic minimal form of the clause is derived from the minimal ITE tree.

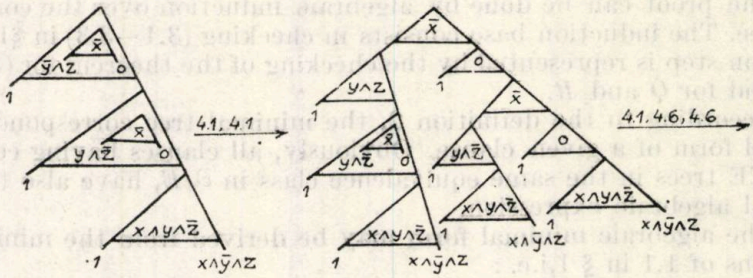
If necessary, step 1 and step 2 may be done simultaneously in order to use a smaller amount of computer memory.

We shall present now an example of applying this algorithm.

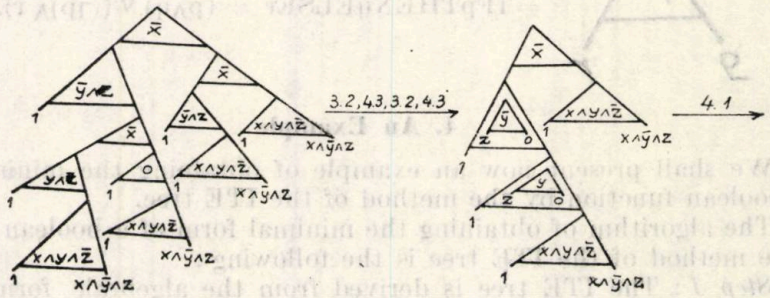
Let $f(x, y, z) = (\bar{x} \wedge \bar{y} \wedge z) \vee (\bar{x} \wedge y \wedge \bar{z}) \vee (x \wedge y \wedge \bar{z}) \vee (x \wedge \bar{y} \wedge z)$, be a boolean function.

The transformations operated on the trees correspond to the rules in §1, as indicated by the numbers above the arrows, where 4.3= the operator R and 4.5= the operator Q. Their order does not necessarily indicate the order they are to be applied, but it indicates the order in which they should be applied, from left to right and from top to bottom of the tree. This example is presented in fig. 6.

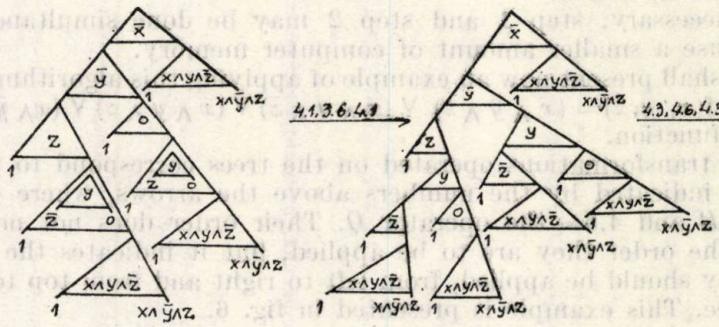




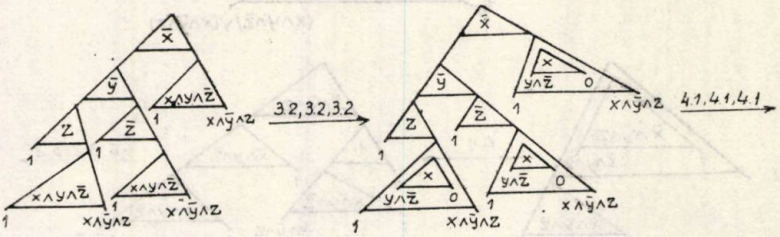
2



3



4



5

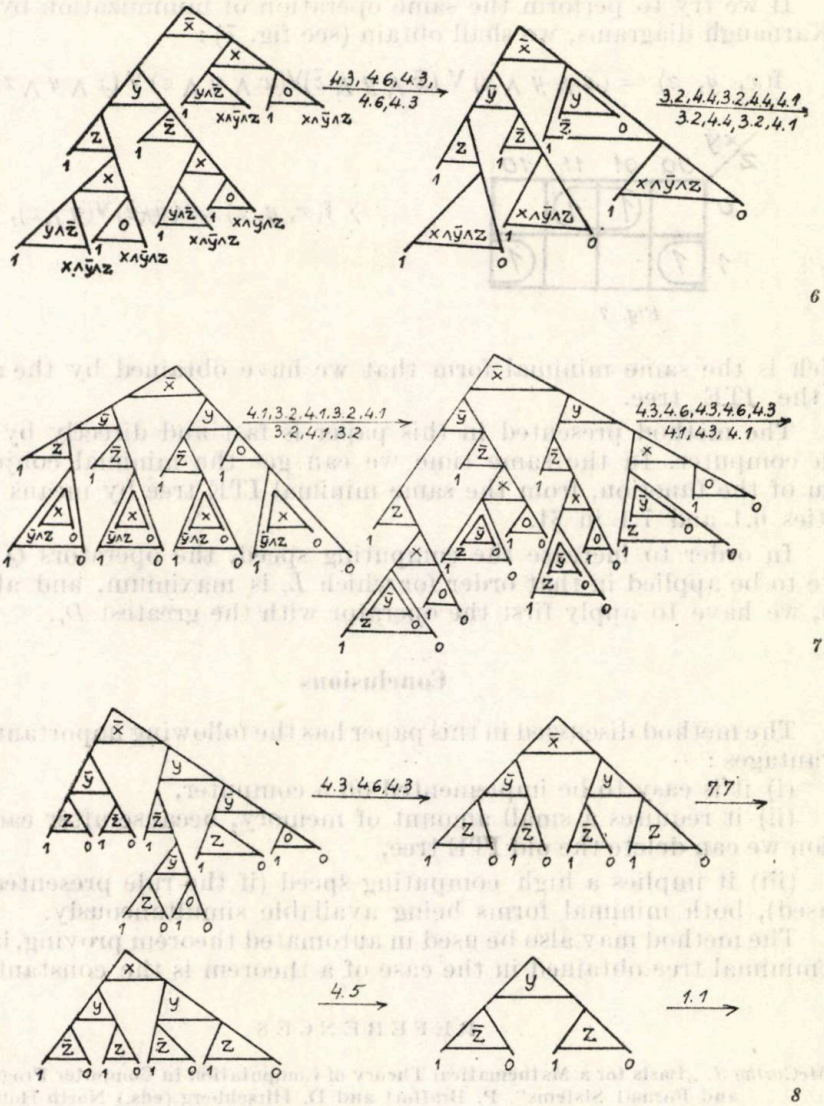


Fig. 6

This is the minimal ITE tree associated to the function f(x, y, z), which can be written in an algebraic form as follows :

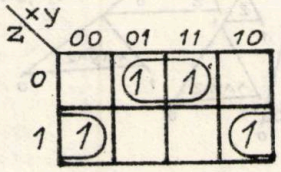
$$\xrightarrow{1.1} (y \wedge \bar{z}) \vee (\bar{y} \wedge z),$$

$$\text{i.e. } f(x, y, z) = (y \wedge \bar{z}) \vee (\bar{y} \wedge z),$$

which is the minimal form of the function.

If we try to perform the same operation of minimization by means of Karnaugh diagrams, we shall obtain (see fig. 7):

$$f(x, y, z) = (\bar{x} \wedge \bar{y} \wedge z) \vee (\bar{x} \wedge y \wedge \bar{z}) \vee (x \wedge y \wedge \bar{z}) \vee (x \wedge \bar{y} \wedge z),$$



$$\dots\dots\dots\rangle\ f(x, y, z) = (y \wedge \bar{z}) \vee (\bar{y} \wedge z),$$

Fig. 7

which is the same minimal form that we have obtained by the method of the ITE tree.

The method presented in this paper is fast and directly by means of a computer. In the same time we can get the minimal conjunctive form of the function, from the same minimal ITE tree by means of properties 6.1 and 7.1 in §1.

In order to increase the computing speed, the operators Q and R have to be applied in that order for which L_r is maximum, and at equal L_r's, we have to apply first the operator with the greatest D_r.

Conclusions

The method discussed in this paper has the following important advantages:

(i) it is easy to be implemented on a computer,

(ii) it requires a small amount of memory, because after each operation we can delete the old ITE tree,

(iii) it implies a high computing speed (if the rule presented in §4 is used), both minimal forms being available simultaneously.

The method may also be used in automated theorem proving, because the minimal tree obtained in the case of a theorem is the constant 1.

REFERENCES

[1] *McCarthy J.* „Basis for a Mathematical Theory of Computation in Computer Programming and Formal Sistems", P. Braffort and D. Hirschberg (eds.) North-Holland Publishing Company, 1963.

[2] *John V. Guttag, Ellis Horowitz, David R. Musser,* „Abstract Data Types and Software Validation", ISI, August, 1976.

O metodă pentru minimizarea automată a funcțiilor booleene, bazată pe arbori DACĂ-ATUNCI-ALTFEL

Articolul prezintă o metodă pentru minimizarea automată a funcțiilor booleene. Metoda se bazează pe calculul DACĂ-ATUNCI-ALTFEL, prezentat în [1], și pe un tip special de arbori, arborii DACĂ-ATUNCI-ALTFEL. Metoda obține automat forma minimală a unei funcții de n variabile (funcție booleană), atît în forma conjunctivă cît și în cea disjunctivă, simultan, oricare ar fi n finit folosind o mică cantitate de memorie și de timp de calcul.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ

apare trimestrial, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" şi „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din institut. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa privind articolele, schimburile de publicaţii şi abonamentele se fac pe adresa institutului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
РАЗДЕЛ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Выходит четыре раза в год, являясь продолжением прежних научных периодических журналов, „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" и „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского политехнического института. В пределах возможностей будут опубликоваться и научно-исследовательские работы специалистов извне.

Переписка, обмен периодическими изданиями и подписка производятся по адресу института.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
ELECTROTECHNICS SERIES

The Bulletin is issued quarterly, continuing the old scientific periodicals : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" and „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti".

Organized on a new basis, it primarily reflects the scientific activity of the academic staff from Institute. Researchers from outside the institute can also publish their papers within the available space.

The correspondance regarding the articles, change of publications and subscriptions are sent to the following address.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SÉRIE ÉLECTROTECHNIQUE

parait tous les trois mois, continuant les anciens périodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" et „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Organisé sur de nouveaux principes il reflète tout d'abord l'activité scientifique du corps enseignant de l'Institut. Dans la limite de l'espace disponible on peut y publier aussi les travaux scientifiques des collaborateurs de l'extérieur.

L'adresse pour la correspondance concernant les articles, les échanges de publications et les abonnements est :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
ROMÂNIA
Splaiul Independenţei nr. 313
Căsuţa Poştală nr. 2356
(pentru Buletinul Institutului)
Seria Electrotehnică

1981 APR 2 8

Lei 20

F 1130/2

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

SERIA ELECTROTEHNICĂ

TOMUL XLII NUMĂRUL 4 ANUL 1980
OCTOMBRIE—DECEMBRIE

COMITETUL DE REDACȚIE

REDACTOR RESPONSABIL : Academician *Radu Voinea*

MEMBRII : Prof. dr. ing. *Constantin Bălă* (redactor responsabil adjunct) ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin* (secretar științific) : Prof. dr. docent ing. *Virgil Constantinescu* ; Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu* ; Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan* ; Prof. dr. ing. *Nicolae Geru* ; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* ; Prof. dr. *Ion Grădișteanu* ; Prof. dr. ing. *Gheorghe Hortopan* ; Prof. ing. *Jean Moncea* ; Academician *Ecaterina Ciorănescu Nenițescu* ; Prof. dr. ing. *Aurel Oprean* ; Prof. dr. ing. *Mircea Petrescu* ; Prof. dr. ing. *Ion Popescu* ; Prof. dr. ing. *Marin Rădoi* ; Prof. dr. ing. *Marcel Segărceanu* ; Prof. dr. *Octavian Stănășilă* ; Prof. dr. docent ing. *Ion Teoreanu* ; Prof. dr. docent *Rodica Vîlcu*.

Editor : Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București
Splaiul Independenței 313, Tel. 31.40.10, România, Căsuța poștală 2356
TELEX : 10.490 PIBUH

Readers from abroad can get subscriptions for this newspaper trough ILEXIM import-export press, 13 Decembrie St. Nr. 3, P.O.B. 2001, telex 011226, Bucharest ROMANIA

Sumar

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖNYVTÁR ES DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1983

MATEMATICĂ

Ecaterina Cioară
Asupra unui algoritm mixt de „clasificare''. O aplicație în tehnică 3

Cornelia Niculescu
O clasă de ecuații diferențiale de ordinul întîi neliniare; proprietăți geometrice ale curbelor integrale 13

FIZICĂ

Rodica Bena, Iuliana Cuculescu, Ana Enache, I. Baciu
Transmisie optică și proprietăți electrice ale mixturii colesterice compensate clorura de colesteril și nonanoat de colesteril 19

Gabriela Cone
Efecte magneto-optice cu radiație coerentă în cîmp magnetic axial 25

ELECTROTEHNICĂ

M. Preda, Ioana Dorobanțu
Formula topologică generală în metodele topologice bazate pe grafele unor scheme echivalente cu elemente uniport speciale. II. 35

Corina Fluerașu
O metodă de aproximare pentru calculul pătrunderii cîmpului electromagnetic sinusoidal în piese cilindrice neomogene 43

ELECTRONICĂ

D. Stanomir
Variational Analysis of Nonlinear Electrical Networks. II RLC Networks . . . 55

AUTOMATICĂ

T. Söderström, P. Stoica
On Criterion Selection in Prediction Error Identification of Least-Squares Models 65

I. Russ
Sinteza sistemelor optimale liniare cu variații mari ale parametrilor 69

CALCULATOARE

Cr. Zervos, Irina Athanasiu
Detectability of Logical Faults in Sequential Logic Circuits 77

Florica Moldoveanu
Unele aspecte ale proiectării produselor program I 89

D. Golumbovici, R. Pop
Interpolator liniar pas cu pas cu calcul de discriminant și minimizarea erorii de interpolare 97

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 4

C.Z.: 519.14
681.3.04/06

MATEMATICĂ

ASUPRA UNUI ALGORITM MIXT DE „CLASIFICARE". O APLICAȚIE ÎN TEHNICĂ

ECATERINA CIOARĂ*

În afara algoritmilor de clasificare automată care se referă la găsirea celei mai bune partiții a unei mulțimi finite E, P. Constantinescu [6] definește problema de clasificare în clase ce pot avea și elemente comune care poate fi asociată cu probleme de "fuzzy sets".

Avînd în vedere importanța pe care o prezintă realizarea de algoritmi de clasificare nepartiționată pentru rezolvarea de probleme "fuzzy", vom adapta o metodă de clasificare dinamică de tip "noduri dinamice" [4] pentru realizarea de clase ce pot avea și elemente comune, obținînd astfel un algoritm mixt de "clustering". Se comentează apoi programul de calcul „CLANEP" și rezultatele aplicării acestuia în tehnică.

Creșterea volumului de date ca urmare a dezvoltării societății impune sistematizarea acestora în vederea adoptării corecte a deciziilor. O etapă premergătoare adoptării deciziilor o constituie *clasificarea datelor și a informațiilor*.

Se dezvoltă astfel disciplina cunoscută sub numele de taxonomie matematică existînd în prezent numeroși algoritmi care permit utilizarea calculatorului pentru rezolvarea problemelor de clasificare.

Majoritatea algoritmilor de clasificare propuși pînă acum constau în găsirea unei partiții a unei mulțimi finite E astfel încît fiecare obiect „să se asemene" mai mult cu obiectele din clasa din care face parte, decît cu cele exterioare.

În afară de problema găsirii partițiilor (claselor disjuncte de elemente) în 1966 Paul Constantinescu [6] definește problema de clasificare în clase ce pot avea și elemente comune urmînd ca decidentul prin condiții suplimentare care nu au fost cuprinse în relațiile dintre elemente și criterii să aleagă arborele cel mai convenabil. Prezența unor elemente comune în clase pe același nivel sau nivele diferite în arbore, permite să se aprecieze similitudinile între clase care conduc la o mai bună cunoaștere a structurii mul-

Manuscris predat redacției la data de 7 iulie 1979.
* Lector dr. Catedra Matematică I

ţimii elementelor. Aceste probleme de clasificare pot să fie asociate cu probleme de *mulţimi vagi* [12], caracterul „vag" fiind dat tocmai de intersecţiile nevide între clase.

Avînd în vedere importanţa pe care o prezintă realizarea de algoritmi de clasificare nepartiţionată pentru rezolvarea de probleme vagi vom adapta metoda „nodurilor dinamice" [3] care este o metodă de clasificare partiţionată, pentru realizarea de clase în care să putem avea 1, 2, ... p elemente comune, evitînd astfel dificultăţile tehnice actuale legate de elaborarea arborilor întîlnite la algoritmii de clasificare nepartiţionată propuşi pînă în prezent. Superioritatea acestui algoritm mixt de clasificare care face obiectul acestei lucrări, în raport cu precedenţii algoritmi de clasificare nepartiţionată constă în următoarele :

— în cazul unei mulţimi mari de obiecte ($n \geqslant 350$) metoda este interesantă prin rapiditatea sa şi puţinul loc memorie cerut ;

Cîştigul de timp (rapiditatea metodei) provine din faptul că nu necesită decît calcularea distanţelor dintre obiecte şi anumite grupe de obiecte şi din utilizarea teoremei lui Huygens [4], [10] pentru calculul acestora. Dacă avem de clasificat $n = 3000$ tipuri de sortimente atunci matricea distanţelor va avea 4.498.500 elemente. Evident că pentru astfel de dimensiuni apar dificultăţi mari de calcul atît din punct de vedere al duratei rulării programelor cît şi al memoriei calculatorului. M. Stancu, M. Stoica [13] propun pentru evitarea scrierii tuturor elementelor matricei distanţelor, aplicarea metodei Monte-Carlo pin care se calculează numai eşantioane ale acestei matrici. Evident că prin aceasta nu se mai obţine cea mai bună soluţie de clasificare, dar se poate considera totuşi satisfăcător de bună pentru necesităţile practice.

— în cazul problemelor de dimensiuni mari nu putem folosi nici metode de analiză factorială a corespondenţelor sau orice alte metode care proiectează indivizii pe un plan factorial, deşi aceste metode sînt insensibile la numărul indivizilor, pentru că rezultatele în acest caz sînt confuze şi foarte greu de interpretat ;

— în practică adesea se dovedeşte inutil arborele exhaustiv al tuturor claselor obţinut printr-o analiză ierarhică a datelor.

În continuare vom arăta cum se poate aplica metoda nodurilor dinamice modificată pentru a răspunde unui scop de clasificare nepartiţionată.

1. Algoritmul de bază al clasificării nepartiţionate

1.1. *Notaţii*

Fie :

— E — mulţimea obiectelor ce urmează a fi clasificate.

— A — o mulţime (care va fi E sau R^n în funcţie de variantele alese)

— P^k — mulţimea k — uplurilor lui E adică :

— $P^k = \{P = (P_1, \ldots P_i, \ldots P_k)/P_i \subset E, \ (\forall)\ i = 1, \ldots k\}$

L^k — mulţimea k — uplurilor lui A, adică :

$L^k = \{L = (L_1, \ldots L_i, \ldots L_k)/L_i \subset A, \ (\forall)\ i = 1, \ldots k\}$

$V^k = P^k \times L^k$

— $d : E \times E \to R^+$ — o funcţie care va exprima distanţa sau similaritatea între obiecte.

— $D : E \times P(E) \to R^+$ — o funcţie care va exprima distanţa de la un obiect $x \in E$ la o clasă $Y \in P(E)$. ($P(E)$ — mulţimea părţilor lui E)

— două funcţii f şi g astfel încît :

$$f : L^k \to P^k \text{ şi } g : P^k \to L^k$$

— o funcţie criteriu $W : L^k \times P^k \to R^+$

1.2. *Algoritmul de bază şi definirea tripletului* (f. g. w)

Algoritmul de bază constă în aplicarea alternativă a funcţiilor f şi g plecînd de la $L^{(0)} = (L_1^{(0)}, \ldots L_k^{(0)}) \in L^k$ generat aleator.

Definirea tripletului (f, g, w)

Definirea funcţiei f

$f : L^k \to P^k$ definită prin $P = f(L)$ astfel încît :

$$P_i = \{x \in E / |D(x, L_i) - D(x, L_j)| < \varepsilon \text{ pentru cel puţin un } j \neq i\}$$

În cazul egalităţii se afectează x clasei P_i dacă $i < j$

Definirea funcţiei g

Pentru definirea lui g avem nevoie de A, R, n_i :

— $R : A \times T \times P^k \to R^k$ unde $T = \{i / 1 \leqslant i \leqslant k, k \text{ întreg}\}$

— n_i — un nr. constant în timpul derulării algoritmului

— $g : P^k \to L^k$ definită prin $g(P) = L$ astfel încît :

$L = (L_1, \ldots, L_i \ldots L_k)$ unde

$L_i = \{x \in E / R(x, i, P) \leqslant R(y, i, P), \ (\forall)\, y \in C_E L_i, \ \text{card}\ (L_i) = n_i\}$ adică mulţimea a „n_i" puncte din E pentru care R(x, i, P) este minimă.

Definirea funcţiei criteriu w :

— $W : L^k \times P^k \to R^+$ definită prin :

$$W(v) = \sum_{i=1}^{k} \sum_{y \in L_i} R(y, i, P) \quad (\forall)\, v = (L, P) \in V^k$$

Observaţie

Algoritmul de bază al clasificării nepartiţionate se deosebeşte de cel dat de metoda „nodurilor dinamice" [3] numai în ce priveşte funcţia f, adică numai în ce priveşte modul de construire al claselor. În acest nou

algoritm clasele nemaiformînd o partiție a lui E convergența algoritmului nu poate fi asigurată. Ne vom mulțumi în acest caz la oprirea procesului după un număr de pași, soluția optimă fiind aceea care corespunde valorii minime a funcției criteriu W.

Teoremă

Fie $L = (L_1, \ldots L_i \ldots L_k) \in L^k$. Dacă $\varepsilon = \max_{i,j} \Delta(L_i, L_j)$ (1)

unde Δ este distanța simetrică definită prin :

$\Delta(L_i, L_j) = d(G(L_i), G(L_j), G(L_j)$ fiind centrul de greutate al mulțimii L_i, atunci $(\forall)\ x \in E$, $\exists$ cel puțin nu „i", $i = 1, \ldots k$ astfel încît :

$$|D(x, L_i) - D(x, L_j)| < \varepsilon \qquad (\forall)\ j = 1 \ldots k$$

Demonstrație

Dacă $D(x, L_i) = d(x, G(L_i))$ unde „d" este de exemplu distanța euclidiană, atunci în triunghiul ale cărui vîrfuri sînt :

$x, G(L_i), G(L_j)$ avem evident :

$$|d(x, G(L_i)) - d(x, G(L_j))| < dG(L_i), G(L_j)) < \max_{i,j} d(G(L_i), G(L_j)) = \varepsilon$$

În practică ε se ia de forma : $\varepsilon = p \max_{i,j} i, j\ \Delta(L_i, L_j)$ (2)

unde p este ales de utilizator în funcție de cerințele decidentului.
De exemplu, el poate fi de forma : 0.3. k. card (E) $\leqslant n \leqslant$ 0.4.k card (E) (3) unde „n" este numărul total de apariții a elementelor $x \in E$ în cele „k" clase.

Avînd în vedere analogia algoritmului „nodurilor dinamice" cu cel al clasificării nepartiționate vom obține variante ale acestuia corespunzătoare variantelor algoritmului nodurilor dinamice [4]

Deoarece la fiecare pas al algoritmului nucleele claselor se modifică pentru a evita calculul lui ε la fiecare pas, vom combina metoda nodurilor dinamice cu cea a clasificării nepartiționate obținînd următorul

2. Algoritm mixt de clasificare

În această variantă algoritmul constă în următorii pași :

1. Se aplică asupra mulțimii E algoritmul nodurilor dinamice .în mod iterativ plecînd de la $L^{(0)} = (L_1^{(0)}, \ldots L_k^{(0)})$ generat în mod aleator pînă la

obținerea partiției P_q corespunzătoare optimului local (dacă procesul s-a oprit după q iterații)

2 — Se aplică funcția g, calculîndu-se nucleele claselor partiției P^q.

3 — Se calculează ε cu formula (2)

4 — Se aplică funcția f definită la 1.2 pentru obținerea de clase a căror intersecție este nevidă.

5 — Se verifică testul lui ε (3)

În caz afirmativ se reia algoritmul de la pasul 1, plecînd de la o altă alegere inițială $L^{)} \in L^k$ a nucleelor. Procesul se oprește după efectuarea unui număr „r" dat de alegeri inițiale L

În caz negativ se modifică ε (mărindu-l sau micșorîndu-l după cum e nevoie) și se reia algoritmul de la pasul 1.

6. Se calculează $W^* = \min_{1 \leqslant i \leqslant l} W_i$, $l \leqslant r$, unde W_i reprezintă valoarea funcției criteriu dată de algoritmul nodurilor dinamice corespunzătoare celei de-a i-a alegeri inițiale, iar „l" reprezintă numărul de situații pentru care s-a verificat testul lui ε

Avantajele acestui algoritm mixt față de cel expus la 1 sînt următoarele:

— nu conduce la clase egale

— convergența algoritmului este asigurată de convergența algoritmului nodurilor dinamice

— permite obținerea unei game largi de clase nedisjuncte după cerințele decidentului, prin schimbarea testului lui ε

— permite decidentului să aleagă dintre soluțiile obținute pe baza proprietăților care au putut fi cuantificate acea structură de clase care corespunde pe tabloul complex care arată similitudinile între clase și unor criterii suplimentare care nu au putut fi cuantificate.

3. O aplicație în tehnică

Un număr de 3000 de produse furnizate de Uzina Policolor au fost clasificte după 25 parametri care reprezintă timpii mașină utilizați în efectuarea anumitor operații necesare pentru fabricarea produselor și anume: frecare, nuanțare, condiționare — tipizare și finisare — ambalare. Pentru fiecare din cele 4 operații sînt necesare unele din următoarele mașini: mașini 3 volți, mori cu nisip, mori cu perle, finisor, malaxor, inertol, mori cu bile. Astfel fiecare produs este caracterizat printr-un vector cu 25 componente.

Aplicînd algoritmul 2, cu $n = 3000$, $k = 6$, $n_1 = 3$, $(\forall)$ $i = 1, \ldots 6$ am obținut la fiecare din cele 10 alegeri inițiale ale nucleelor o împărțire în clase nedisjunctie. Luînd $\varepsilon = \frac{1}{10} \max_{i,j} D(L_i, L_j)$ se constată că la alegerile 1, 2, 5, 7, 9, 10 se verifică testul lui ε:

$$0{,}3.6.3000 \leqslant n \leqslant 0{,}4.6.3000$$

Vom lua în considerație acea împărțire în clase nedisjuncte corespunzătoare valorii minime a criteriului dintre valorile obținute la alegerile 1, 2, 5, 7, 9, 10, adică situația 5, așa cum rezultă din calcule.

Prin modificarea testului lui ε, putem obține o altă împărțire în clase, după cerințele decidentului.

În comparație cu arborele ierarhic obținut printr-o metodă de tip noduri dinamice [4] pentru aceleași date, rezultatele furnizate de programul „CLANEP" — clasificare nepartiționată pe care-l vom expune la 4, ne dau în plus posibilitatea alegerii dintre soluțiile obținute, a acelei structuri de clase care să corespundă și unor criterii suplimentare ce nu au putut fi cuantificate, iar prin schimbarea testului lui ε obținerea unei frecvențe dorite de apariție a celor n=card (E) elemente în cele k clase și prin aceasta o jalonare cît mai flexibilă a capacităților de produse pe grupe de utilaje.

4. Program de clasificare nepartiționată „CLANEP"

Programul determină „k" clase nedisjuncte ale mulțimii E și conține două părți :

— prima parte generează o partiție pe mulțimea E folosind *modulul „NØDIN"*

— a doua parte generează un număr de k clase nedisjuncte, plecînd de la partiția dată de modulul NØDIN, folosind modulul *„CLASE NEDISJUNCTE"*

Modulul NØDIN apelează subrutinele : HASARD, CALP, DISTIE, DISTA, IMPR, IMPR 2, IMPR 5.

Subrutina HASARD

Furnizează „k" clase de elemente determinate în mod aleator. După felul cum e alcătuită această subrutină, utilizată de mai multe ori consecutiv, nu dă aceleași clase de elemente (etaloane) ceea ce ne permite să observăm influența alegerii etaloanelor asupra convergenței și preciziei calculelor.

Subrutina CALP

Calculează centrele de greutate și variantele claselor conform formulei :

$$\text{Var}\,(X) = \frac{1}{\text{Card}\,(X)} \sum_{y \in X} (y - g\,(X))^T\, D\,(y - g(X)) =$$

$$= \frac{1}{\text{Card}\,(X)} \sum_{y \in X} y^T\, D_y - g(X)^T\, Dg(X),\ (\forall)\ X \in P(E)$$

Cantitățile $y^T Dy$ reprezintă normele vectorilor (indivizilor) și se află în tabloul CAR. (vezi schema logică anexată).

Subrutina DISTIE

Calculează distanța de la un element $i \in E$ la o mulțime $X \in P(E)$ după formula :

$$D(y, X) = \frac{1}{\text{card}\,(X)} \sum_{x \in X} d(y, x)$$

Conform teoremei lui Huygens [4] avem :

$$D(y, X) = \text{Var}(X) + d(y, g(X)) = \text{Var}(X) + ((y - g(X))^T D(y - g(X))$$

unde g(X) este centrul de greutate al mulţimii X ale cărui componente sînt calculate de subrutina CALP.

Subrutina DISTA

Calculează distanţele a „k" cupluri de elemente reprezentînd centrele de greutate ale claselor, respectiv ale nucleelor lor.

Subrutinele IMPR, IMPR2, IPMR5 sînt folosite pentru imprimarea rezultatelor.

Modulul „CLASE NEDISJUNCTE" apelează subrutinele : DISTIE1, IMPR3, MINIM, RMAX.

Subrutina DISTIE 1

Se foloseşte pentru calculul distanţei de la un punct la o mulţime de puncte.

Subrutinele MINIM, RMAX

Calculează minimul, respectiv maximul dintr-un şir de numere date.

Subrutina IMPR3

Se foloseşte pentru imprimarea claselor nedisjuncte.

Programul conţine :

La intrare :

1) Lista parametrilor utilizaţi :
— nr. de indivizi de clasificat — IMAX
— nr. de parametri pe individ — JMAX
— nr. de clase cerute — KMAX
— nr. maxim de iteraţii prevăzute — NALG
— nr. de alegeri ale nucleelor — IPTIØN
— parametrul definind distanţa — IMAT
2. Tablourile datelor : NUMSUJ (I), $I = 1$, IMAX
TAB(J), $J = 1$, JMAX

La ieşire :

1. Lista parametrilor utilizaţi
2. Tabloul datelor
3. Pentru fiecare alegere a etaloanelor :

a) pentru fiecare iteraţie : — indivizii claselor C_k, $k = 1$, KMAX şi numărul lor
— indivizii nucleelor L_k, $k = 1$, KMAX şi numărul lor
— varianta claselor Var (C_k), $k = 1$,KMAX
— varianta nucleelor Var (L_k), $k=1$, KMAX
— distanţa de la nucleu la clasă :

$$D(L_k, C_k) = \text{card } (C_k)[\text{Var } (C_k) + \text{Var } (L_k) + d(g(C_k), g(L_k)),$$
$$k = 1, \text{ KMAX}$$

— Valoarea criteriului pentru fiecare iteraţie :

$$W(L, P) = V_2 = \sum_{K=1}^{KMAX} D(L_k, C_k)$$

PROGRAM DE CLASIFICARE NEPARTIȚIONATĂ „CLANEP"

Organigramă generală

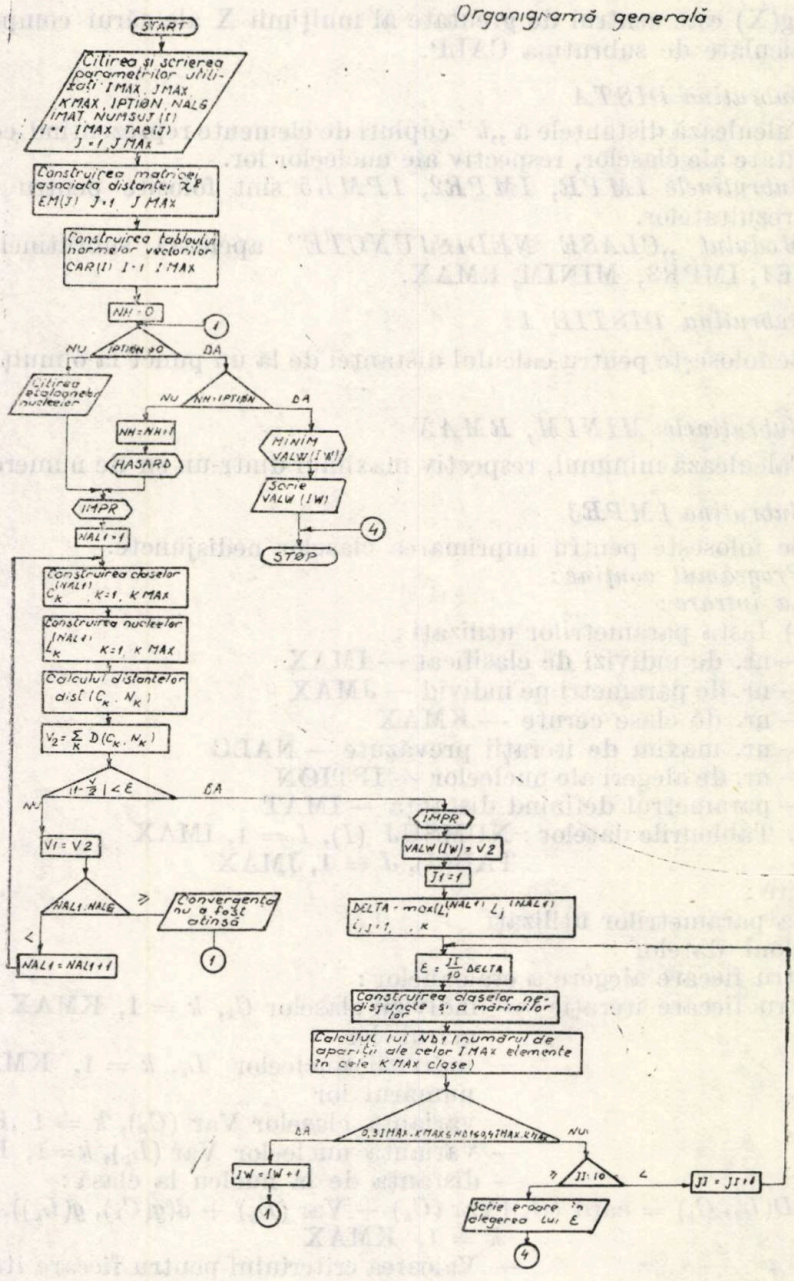


Fig. 1

b) pentru fiecare valoare a lui p :

$b_1)$ $\varepsilon = p \max_{i,j} D(L_i, L_j)$, $i, j = 1,$ KMAX

$b_2)$ indivizii claselor nedisjuncte și numărul lor

4. Valoarea criteriului $W = \min_{1 \leqslant i \leqslant l} W_i$ (vezi 2)

Dăm în continuare schema logică a programului „CLANEP"

BIBLIOGRAFIE

1. *Benzécri, J. P.*, „L'analyse des données" — Dunod, 1973
2. *Bonner, R. , E.* Journal of Research and Development, vol. 8. Ian. 1964
3. *Cioară, E.* Buletin I.P.B Seria Electrotehnică tom XLI, nr. 2, 1979
4. *Cioară, E*, Seria Mecanică, tom XLII, 3, 1980
5. *Cioară, E.*, Foundations of Control engineering, vol. 4, No. 4, 1979.
6. *Constantinescu, P*, Computer Journal, Ian. 1966.
7. *Constantinescu, P*, British Journal for Statistical Psychology, 1968.
8. *Diday, E.*, „La methode des nuées dynamiques et la reconnaissance des formes", I.R.I.A., 1970.
9. *Diday, E.*, „Optimisation en clasification automatique et reconnaissance des formes", R.A.I.R.O., 3, 61, 1972
10. *Diday, E*, Revue de Statistique Appliquée vol XIX, nr. 2, 1971
11. *Diday, E. Govaert, G*, „Apprentissage et mesures de ressemblances adaptatives" , I.R.I.A., 1974
12. *Zadeh, L. A.* „Fuzzy sets" — Inf. Control, 8, 1965
13. *Stancu Minasian, I., M., Stoica, M.* Stud. și cercet. de calc. ec. și cib. ec., 1975.

Sur un algorithme mixte de „CLUSTERING".

A part des algorithmes de classification automatique consistant à fournir une „bonne partition" d'un ensemble fini E, P. Constantinescu [6] definit le problème de classification en classes qui peuvent avoir aussi des éléments communs, qui peut être associé aux problèmes de „fuzzy sets".

En tenant compte de l'importance de la réalisation des algorithmes de classification non — partitionnée pour résoudre des problèmes "fuzzy", nous adapterons une méthode de classification dinamique du type "nuées dinamiques" [4] pour réaliser des classes qui peuvent avoir aussi des elements communs, en obtenant de cette façon un algorithme mixte de "clustering". Puis on commente le programme "CLANEP" et les résultats de son application dans la technique.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 4

C.Z.: 517.93

O CLASĂ DE ECUAȚII DIFERENȚIALE DE ORDINUL ÎNTÎI NELINIARE; PROPRIETĂȚI GEOMETRICE ALE CURBELOR INTEGRALE

CORNELIA NICULESCU *

Autoarea se ocupă de o clasă de ecuații diferențiale de forma

$$(I)\quad F(x, y, y') = \sum_{i=0}^{i=n} (a_i x + b_i y + c_i) \left(\frac{dy}{dx}\right)^i = 0,$$

(a, b, c fiind constante reale, nu toate nule)
care se prezintă ca o extensiune a unei clase studiată de geometrul Ginno Loria, în legătură cu proprietățile unor curbe analoage curbelor algebrice. Se arată totodată reducerea acestei clase la ecuațiile de tip Lagrange, precum și proprietățile curbelor integrale, corespunzătoare.

Printre acestea se găsesc curbe remarcabile (clotoida, lemniscata, lănțișorul etc.) folosite în tehnică.

I. În lucrarea de față ne vom ocupa de o clasă de ecuații diferențiale de forma :

$$F(x, y, y') = (a_n x + b_n y + c_n)\left(\frac{dy}{dx}\right)^n + (a_{n-1}x + b_{n-1}y + c_{n-1}\left(\frac{dx}{dx}\right)^{n-1} +$$

$$+ \ldots + (a_i x + b_i y + c_i)\left(\frac{dx}{dy}\right)^i + \ldots + a_0 x + b_0 y + c_0 = 0,$$

a_i, b_i, c_i fiind cantități reale, nu toate nule ($i = 1, 2, \ldots . n$).

Această clasă se impune ca o extensiune a ecuațiilor de tip *Lagrange*, după cum vom arăta în cele ce urmează; totodată ele se pot atașa de alte clase mai generale, cercetate de geometrul italian *Ginno Loria*, în legătură cu proprietățile unor curbe analoage curbelor algebrice.

Vom presupune coeficientul $A_n(x, y) = a_n x + b_n y + c_n \neq 0$; deci vom exclude punctele situate pe dreapta $A_n = 0$; rezultă — potrivit teoremei fundamentale a algebrei — că ecuația (1) va avea n rădăcini

Manuscris predat redacției la data de 21 martie 1980
* Lector dr., Catedra Matematici II

în y', deci n *ramuri* ale curbei integrale vor trece prin fiece punct (x, y) al planului în ipoteza că aceste rădăcini sînt reale. Presupunînd în plus că $\frac{\partial F}{\partial y'} \neq 0$, deci că (1) nu are rădăcini multiple, *fiecare soluție reală* y' va fi o funcție continuă de x și y, — cu $\frac{dy'}{dy}$ finită.

Condiția Lipschitz fiind îndeplinită de coeficienții A_i,

$$A_i = a_i x + b_i y + c_i$$

deoarece

$$A_i(x, y_1) - A_i(x, y_2) = b_i(y_1 - y_2),$$

$$|A_i(x, y_1) - A_i(x, y_2)| \leqslant L|y_1 - y_2|,$$

unde $|b_i| \leqslant L$, rezultă că aceeași proprietate o va avea și funcția $F(x, y, y')$[1] Conchidem că ecuația rezolvată în raport cu y', satisfăcînd o condiție Lipschitz — va avea *soluții unice*, care să treacă printr-un punct dat al planului (teorema de existență a lui Cauchy).

Aceste considerații nu se mai aplică, dacă ecuația (1) are rădăcini multiple. Punctele pentru care pot exista aceste rădăcini se obțin din eliminarea lui y' între

$$F(x, y, y') = 0 \quad \text{și} \quad \frac{F(x, y, y')}{\partial y'} = 0$$

Pentru aceste puncte, teorema lui Cauchy nemaifiind aplicabilă, vom încerca un studiu direct, evidențiat pe un caz particular, anume cazul ecuației [2]

$$A_2(x, y)y'^2 + A_1(x, y)y' + A_0(x, y) = 0, \tag{2}$$

din care se vor putea trage concluzii și pentru cazul general.

II. Să notăm :

$$P(x, y) = \frac{a_1 x + b_1 y + c_1}{a_2 x + b_2 y + c_2},$$

$$Q(x, y) = \frac{a_0 x + b_0 y + c_0}{a_2 x + b_2 y + c_2},$$

atunci ecuația diferențială (2) se va scrie :

$$y'^2 + P(x, y) \cdot y' + Q(x, y) = 0, \tag{2_1}$$

unde vom exclude punctele dreptei $a_2 x + b_2 y + c_2 = 0$.

Punctele planului pentru care ecuația (2_1) are soluții multiple (dublă, în cazul de față) sînt situate pe conica

$$P^2 - 4Q = 0$$

sau

$$(3) \qquad (a_1x + b_1y + c_1)^2 - 4(a_0x + b_0y + c_0)(a_2x + b_2y + c_2) = 0$$

care este curba caracteristică [3] a ecuației (2_1). Această conică nu are puncte multiple (duble), decît în cazul degenerării ei.

Ori degenerarea nu se produce decît pentru

$$-4\Delta^2 = 0,$$

Δ, fiind determinantul formelor $A_i (i = 0, 1, 2)$. Deci dacă aceste forme sînt liniar independente (în adevăr se observă imediat relația $A_0\gamma_0 + A_1\gamma_1 + A_2\gamma_2 = \Delta$, $\gamma_i (i = 0, 1, 2$ fiind minorii elementelor c_i în $\Delta)$, conica caracteristică e nedecompozabilă și nu avem decît puncte simple pe această curbă; conica nu se poate descompune decît în cazul dependenței celor trei forme și în acest caz punctul de intersecție al celor două drepte de descompunere este un punct multiplu (dublu), deci un punct singular al integralelor. Lăsînd de o parte acest caz, să cercetăm cazul cînd tangenta la curba integrală și tangenta la caracteristică coincid; condiția este

$$\frac{P\dfrac{\partial P}{\partial x} - 2\dfrac{\partial Q}{\partial x}}{P\dfrac{\partial P}{\partial y} - 2\dfrac{\partial Q}{\partial y}} = -\frac{P}{2}$$

sau

$$(4) \qquad 2\left(P\frac{\partial P}{\partial x} - 2\frac{\partial Q}{\partial x}\right) + P\left(P\frac{\partial P}{\partial y} - 2\frac{\partial Q}{\partial y}\right) = 0$$

Sistemul (3), (4) poate fi compus din ecuații distincte sau echivalente. În primul caz — de altfel general — rezultă că ecuația (2) nu are o integrală singulară. În al doilea, conchidem că (3) este o integrală singulară a ecuației considerate. Ori ecuația (4) este o cubică

$$A_1A_2[(a_1b_2)y + (a_1c_2)] - 2A_2^2[(a_0b_2)y + a_0c_2)] +$$
$$A_1^2[(a_2b_1)x + (b_1c_2)] - 2A_1A_2|(a_2b_0)x + (b_0c_2)| = 0$$

ale cărei puncte de intersecție cu conica (3) sînt date de A_2 și conica

$$A_1[(a_1b_2)y + (a_1c_2)] - 2A_2[(a_0b_2)y + (a_0c_2)] +$$
$$+ 4A_0[(a_2b_1)x + (b_1c_2)] - 2A_1[(a_2b_0)x + (b_0c_2)] = 0.$$

Se poate deci găsi o posibilitate ca ecuația (3) să fie o integrală singulară a ecuației (2_1). Am construit astfel toate ecuațiile diferențiale de forma (2_1) care au integrală singulară.

Concluzii asemănătoare — care cer calcule mai dificile și laborioase — se pot trage și pentru ecuațiile diferențiale de forma:

$$y'^3 + P(x, y)y' + Q(x, y) = 0\,;\; y'^4 + P(x, y)y'^2 + Q(x, y)y' + R(x, y) = 0,$$

a căror tratare poate fi dusă pînă la capăt.

III. Ecuațiile diferențiale de forma (1) pot fi înglobate în clasa ecuațiilor de *tip Lagrange*.

Într-un adevăr punînd $p = y'$ și evidențiind factorii x și y, se obține:

$$x \cdot P_n(p) + yQ_n(p) + R_n(p) = 0,$$

unde

$$P_n(p) = \sum_0^n a_i p^i\,;\; Q_n(p) = \sum_0^n b_i p^i\,;\; R_n(p) = \sum_0^n c_i p^i\,;$$

dificultatea problemei este astfel precizată, iar studiul integralelor singulare se poate urmări în toată generalitatea pe această formă. În cazul $n = 2$ problema se reduce la simple cuadraturi.

IV. O altă posibilitate de reducere a ecuației (1), constă în utilizarea transformării lui *Legendre*

$$x = Y'\,;\; y = XY - Y\,;\; y' = X.$$

Obținem în acest caz *ecuația liniară*

$$Y' P_n(X) + X \cdot Q_n(X) - Y \cdot Q_n(X) + R_n(X) = 0, \tag{5}$$

a căror integrală reprezintă *curbele polar-reciproce* curbelor integrale ale ecuației considerate. Și în acest caz integrarea este o problemă de cuadraturi.

Această reducere ne dă deci posibilitatea de a privi problema sub un dublu aspect: aspectul punctual și cel tangențial.

V. Vom numi curbele integrale ale ecuației (1), curbe *pan-algebrice* — numire dată de *Ginno-Loria* [4] unei clase mult mai întinse de curbe cu proprietăți asemănătoare curbelor algebrice.

În general *aceste curbe pan-algebrice sînt transcendente*, cuprinzînd în cazuri particulare și curbele algebrice (de ex. conice).

Ținînd seama de cele spuse la paragraful IV, rezultă următoarele proprietăți ale acestor curbe:

1. Printr-un punct al planului trec „n" curbe pan-algebrice.

2. *Există o singură curbă pan-algebrică tangentă unei drepte date a planului*; în adevăr există o singură curbă (5) ce trece printr-un punct dat al planului, deci — prin transformarea Legendre — o singură curbă, tangentă unei drepte (transformata corespunzătoare a punctului).

3. Punctele de contact ale tangentelor duse dintr-un punct arbitrar la o curbă „$P-A$" se află pe curba

$$(\Gamma),\ A_1(b-y)^n + A_2(b-y)^{n-1}\cdot(a-x) + \ldots + A_i(b-y)^{n-i+1}(a- \\ -x)^{i-1} + \ldots + A_{n+1}(a-x)^n = 0\,;$$

curbă algebrică de ordinul $(n+1)$, care are în punctul (a, b) un punct multiplu de ordinul n. *Conchidem că* (Γ) *este o curbă unicursală.*

4. Tangentele în punctele de tăiere ale unei drepte cu o curbă „$P-A$", aparțin unei curbe algebrice de clasa $(n+1)$. Această proprietate este duala precedentei.

5. Vîrfurile (punctele singulare) ale unei curbe „$P-A$" se găsesc pe o curbă algebrică; într-adevăr eliminarea lui „y" între ecuație și derivata sa, duce la curbă algebrică.

6. Duala propoziției de mai înainte este: *Tangentele în punctele de întoarcere* (rebrusment) *ale unei curbe „$P-A$" sînt tangente și la o curbă algebrică.*

7. *Traiectoriile ortogonale ale unei familii de curbe „$P-A$" sînt curbe „$P-A$" căci prin înlocuirea lui y' cu* $\left(-\frac{1}{y'}\right)$ *ecuația se reproduce ca structură.* Rezultă că traiectoriile ortogonale se bucură de aceleași proprietăți ca și curbele primitive.

8. Normalele unei curbe „$P-A$", în punctele de contact cu tangentele unui fascicol, sînt ele însăși tangente la o curbă algebrică (extinderea unei teoreme a lui Yoüel asupra normalelor unei cicloide, tang. la o conică).

Alte proprietăți sînt privitoare la „hessiene", „steineriene", „curbe paralele", „podare" sau „curbe inverse".

Studiul acestor curbe pan-algebrice capătă un interes și mai accentuat, dacă amintim că printre ele se găsesc curbe remarcabile (clotoida, lănțișorul, lemniscata, trochoida) folosite în tehnică.

BIBLIOGRAFIE

1. *Y. Y. Stepanov*, Curs de ec. diferențiale, ed. V, Editura tehnică, 1955, pag. 116, pag. 140—151
2. *E. Lainé*, Précis d'Analise ,Mathématique, tome II, Libr. „Vuibert", 1927 pag. 19—26.
3. *Ginno Loria*, Curve sghembe vol. I, edit. Zanichelli, Bologna, pag. 276.

A Class of Nonlinear Differential Equations of First Order and Geometrical Properties of Integral Curves.

This work deals with a class of differential equations of the type:

$$(1)\quad F(x, y, y')\sum_{i=0}^{i=n}(a_i x + b_i y + c_i\left(\frac{dy}{dx}\right)^i = 0$$

(a_i, b_i, c_i all real, but not all null)
which present themselves as an extension of a class studied by the Italian geometrician Ginno Loria in connection with the properties of some curves, analogous to the algebrical curves. At the same time, it is shown the reducing of these classes to the Lagrange type equations, as well as the properties of the corresponding integral curves. Remarkable curves are found among these (the clotoide, the lemniscate, the catenary etc.) which are used in techniques.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 4

C.Z.: 537.212
536.581

FIZICĂ

TRANSMISIE OPTICĂ ȘI PROPRIETĂȚI ELECTRICE ALE MIXTURII COLESTERICE COMPENSATE CLORURA DE COLESTERIL ȘI NONANOAT DE COLESTERIL

RODICA BENA, IULIANA CUCULESCU, ANA ENACHE, I. BACIU *

Transmisiile optice și caracteristicile I—V au fost înregistrate simultan în timpul procesului de nematizare, la cîteva temperaturi, în mixtura colesterică compensată clorură de colesteril și nonanoat de colesteril.

S-au calculat valorile rezistențelor corespunzătoare texturilor planare și nematice.

De asemenea s-au estimat energiile de activare pentru texturile colesterice planară și conic focală și pentru textura nematică folosind dependențele de tip Arrhenius.

Introducere

În mixturile colesterice binare compensate se produce transformarea de fază colesteric-nematic sub acțiunea unui cîmp electric exterior aplicat [1], [2], [3]. De asemenea, există o temperatură la care mixtura este nematică și în absența unui cîmp electric, temperatura la care are loc compensarea totală a amestecului format dintr-un compus dextrogir și unul levogir [4], [5]. Procesul de nematizare al mixturilor respective are loc în mod diferit la temperaturi mai mici sau mai mari decît temperatura corespunzătoare compensării (T_N) [6], [7]. Transmisia optică între polaroizi paraleli crește continuu cu creșterea cîmpului aplicat pentru temperaturi mai mici decît T_N și caracterul optic al amestecului este dextrogir ** [8]. Pentru temperaturi mai mari decît T_N, transmisia între polaroizi paraleli scade cu creșterea cîmpului pînă la o valoare minimă, etapă ce corespunde rotirii cu 90° a helicei colesterice, apoi transmisia crește, producîndu-se nematizarea și caracterul optic al amestecului este levogir.

În timpul procesului de nematizare, substanța adoptă aranjamente microstructurale specifice cristalelor lichide colesterice respectiv texturile planară, conic focală și homeotropă cu amprente.

Asupra mixturii binare colesterice compensate clorură de colesteril + nonanoat de colesteril 70 : 30 % molar s-au efectuat măsurători

Manuscris predat redacției la data de 10 iunie 1980

* Asistent ; Șef lucrări dr. ; Asistent ; Catedra Fizică ; Șef lucrări dr. Catedra Chimie organică

** În convenția lui de Vries

de transmisie optică simultan cu înregistrarea caracteristicilor curent-tensiune, pentru un şir de temperaturi, urmărindu-se şi modificările microstructurale.

Rezultate experimentale

Mixtura compensată clorură de colesteril + nonanoat de colesteril 70 : 30% molar a fost preparată prin dizolvarea ambilor componenţi în tetra clorură de carbon pentru omogenizarea amestecului. După evaporarea completă a solventului la cald, substanţa a fost încapsulată prin capilaritate între electrozi transparenţi din SnO_2 neprelucraţi mecanic, separaţi cu izolatori Mylar. Celulele au fost etanşate cu răşină epoxidică. Termostatarea s-a realizat într-un cuptoraş controlat electric, cu pereţi transparenţi. Temperatura s-a măsurat cu un termocuplu din Cu-Constantan, cu precizie de 0,1°C.

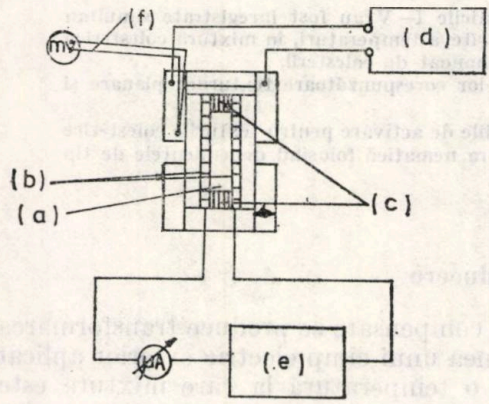


Fig. 1 — Montaj experimental
a — cristal lichid
b — electrozi transparenţi din SnO_2
c — distanţori Mylar
d — dispozitiv termostatare
e — alimentare circuit electric al probei
f — termocuplu

Probele s-au plasat pe masa unui microscop polarizant de cercetare, M.C.5, echipat cu celulă fotovoltaică din Si pentru înregistrarea transmisiei optice.

Caracteristicile I — V s-au trasat cu ajutorul montajului experimental din fig. 1, curentul măsurîndu-se cu un multimetru Tesla cu precizia 1×10^{-9} A.

În fig. 2 este redat aspectul microstructural al amestecului în apropierea temperaturii de compensare, care este în jur de 20°C [9]. Se observă coexistenţa domeniilor nematice şi colesterice conic focale, separate de o regiune cu amprente.

Figura specifică de difracţie Bragg în fascicul laser se obţine rotită spre stînga (fig. 3) ceea

Fig. 2. — Coexistenţa regiunilor nematice (a), conic focală (b) şi cu amprente (c)

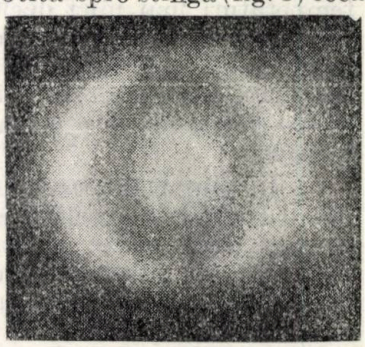


Fig. 3. — Figură de difracţie Bragg obţinută în fascicolul unui laser cu He-Ne ; t = 25°C (levogir)

ce indică un caracter levogir al amestecului, caracter care se manifestă începînd de la temperaturi ce depășesc temperatura de compensare [6], [7].

Din geometria figurii de difracție, folosind relația Bragg, s-a determinat valoarea pasului, obținîndu-se 0,5 μm la temperatura camerei, în concordanță cu valoarea determinată direct din dimensiunea medie a amprentelor din fig. 2.

Cîmpul electric a fost aplicat la temperaturile : 24°C 27°C, 35°C, 45°C și 53,5°C. La toate aceste temperaturi transmisia a scăzut pentru valorile crescătoare ale cîmpului electric, începînd de la OV, minimul transmisiei se realizează pentru valori ale cîmpului între 22 V — 37 V (fig. 4—8).

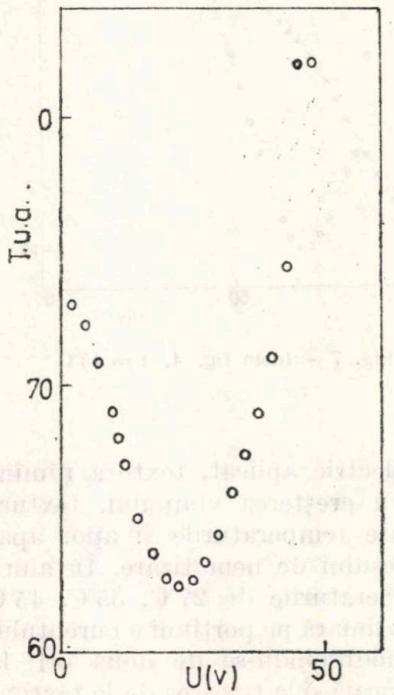


Fig. 4. — Transmisia optică (o) și curentul electric (x) în funcție de tensiunea aplicată ; t=24°C)

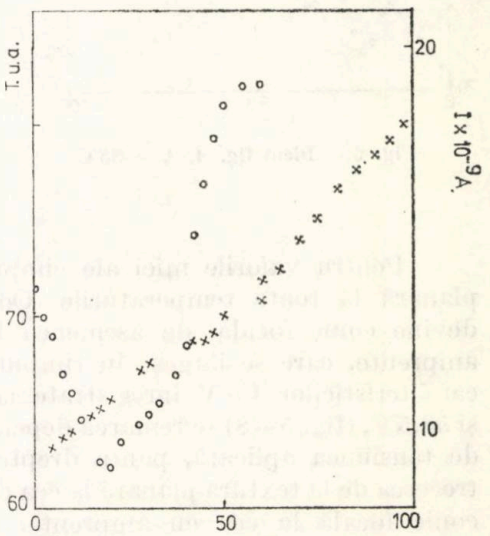


Fig. 5 — Idem, fig. 4, t = 27°C

Valorile transmisiei optice și valorile curentului electric redate în fig. 4—8, în funcție de cîmpul electric aplicat au fost înregistrate numai după ce valoarea lor s-a stabilizat în urma aplicării fiecărui cîmp. Timpii cei mai lungi de stabilizare a transmisiei corespund cîmpurilor electrice la care se produce nematizarea.

Texturile inițiale la cele cinci temperaturi au fost respectiv : planară cu amprente slab conturate la 24°C, planară la 27°C, 35°C și 45°C și conic focală la 53,5°C.

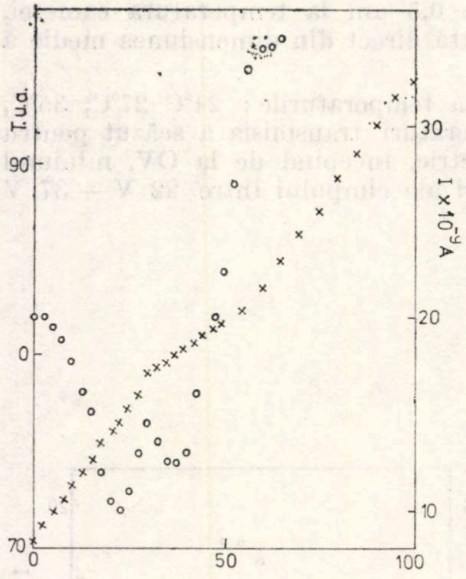


Fig. 6 — Idem fig. 4, t = 35°C

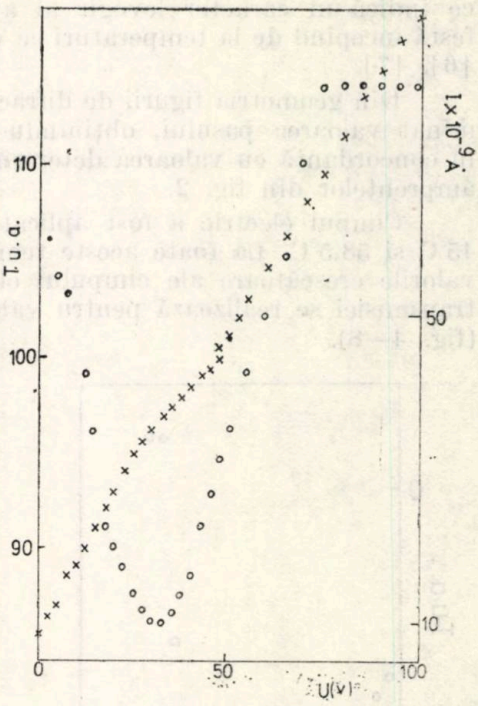


Fig. 7 — Idem fig. 4, t = 45°C

Pentru valorile mici ale cîmpului electric aplicat, textura rămîne planară la toate temperaturile. Odată cu creşterea cîmpului, textura devine conic focală, de asemenea la toate temperaturile şi apoi apar amprente, care se lărgesc în timpul procesului de nematizare. În alura caracteristicilor I—V înregistrate la temperaturile de 27°C, 35°C, 45°C şi 53,5°C, (fig. 5—8) se remarcă dependenţa liniară pe porţiuni a curentului de tensiunea aplicată, panta dreptelor modificîndu-se de două ori, la trecerea de la textura planară la cea conic focală şi la trecerea de la textura conic focală la cea cu amprente.

În fig. 9 este reprezentată dependenţa de temperatură a rezistenţei diferitelor tipuri de texturi care se formează în timpul aplicării cîmpului electric respectiv. Valorile rezistenţelor au fost determinate din pantele caracteristicilor I—V.

Aplicînd tensiunea de 60 V mixturii studiate, s-a înregistrat valoarea curentului electric în funcţie de temperatură, obţinîndu-se dependenţa de tip Arrhenius din fig. 10; prin prelucrarea acestei dependenţe s-au calculat energiile de activare corespunzătoare texturilor colesterice planară şi conic focală şi fazei nematice, obţinîndu-se: $\Delta E_p = 0{,}32$ eV; $\Delta E_{cf} = 0{,}63$ eV; $\Delta E_n = 0{,}98$ eV.

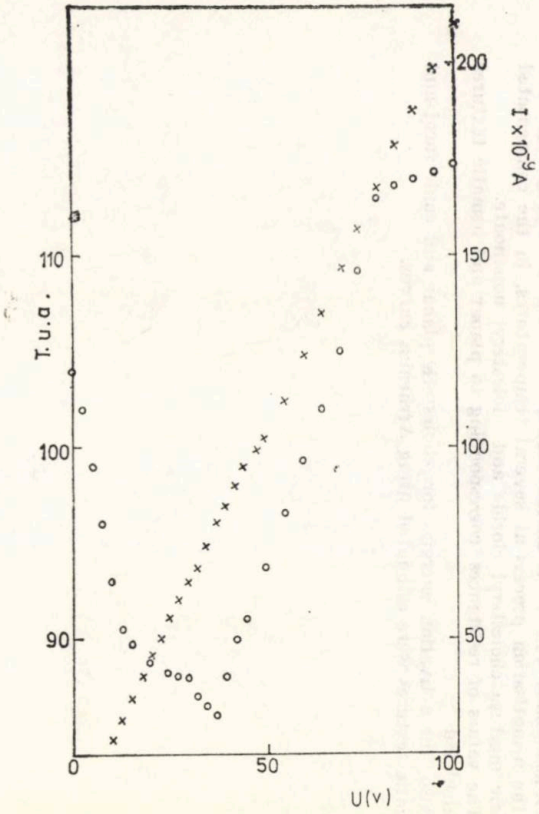


Fig. 10 — Logaritmul curentului electric în funcție de inversul temperaturii la încălzire și răcire (U = 60 V)

● × încălzire
○ × răcire

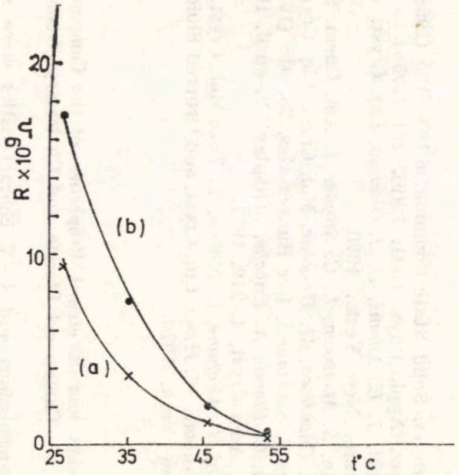


Fig. 9 — Dependența de temperatură a rezistenței texturii planare (a) și nematice (b).

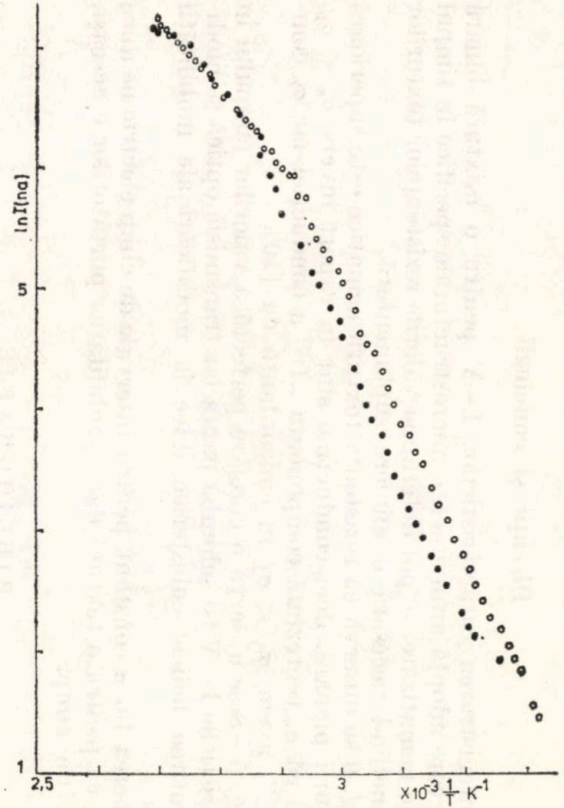


Fig. 8 — Idem fig. 4, t = 53,5°C

Discuții și concluzii

Din înregistrarea caracteristicilor I—V pentru o mixtură binară compensată care adoptă aranjamente microstructurale specifice în timpul procesului de nematizare, se pot determina valorile rezistențelor texturilor respective, nefiind necesară o aliniere suplimentară.

Din fig. 9 se observă că rezistența texturii nematice este superioară celei a texturii planare, deci conducțiile sînt în raport invers $\sigma_n < \sigma_p$. Presupunînd că σ_n reprezintă componenta „||" a conducției iar σ_P componenta „⊥", avem $\sigma_{||} < \sigma_\perp$ în concordanță cu [10].

Din fig. 5—8 se observă o corelare perfectă a valorilor cîmpului în care caracteristicile I—V își schimbă panta iar transmisia optică se modifică, deci rotirea helicei colesterice duce la modificări ale mobilității purtătorilor.

Menținerea lui σ constant pentru intervale de cîmp electric ne duce la concluzia că pentru o textură dată, mobilitatea purtătorilor e aceeași, nedepinzînd de cîmp.

BIBLIOGRAFIE

1. *P. G. de Gennes*, Solid State Commun, 6.163—165 (1968).
2. *R. B. Meyer*, Appl. Phys. Lett, 12(9), 291 (1968).
3. *J. J. Wysocki, J. E. Adams, D. J. Olechna*, Liq. Cryst. and Ordend Fluids-Proceed. of. Symp. New York,, 1970.
4. *E. Sackmann, S. Meiboom, L. C. Snyder* J. Am. Chem. Soc. 89, 5981 (1967).
5. *C. Moțoc, I. Cuculescu, M. Honciuc*, Mol. Cryst. Liq. Cryst. 45 (1978).
6. *H. Y. Rega, E. Sackmann*, Ber Bunsen Ges. 78, 915 (1974).
7. *I. Cuculescu, C. Florea, A. Enache*, „Display" 2, april, 1980 (England).
8. *H. de Vries*, Acta Cryst, 4, 219, 1951.
9. *S. Masubuchi, T. Akahane, K. Nakao, T. Tako* Mol. Cryst. Liq. Cryst, 38, 265—274, 1977)
10. *G. Dir., J. Adams, W. Haas*, Liq. Cryst, and Ordered Fluids, 429—435. Proceed. of Symp New York, 1970.

Transmission and Electrical Properties of the Compensated Cholesteric Mixture Cholesteryl Cloride and Cholesteryl Nonanoate

Transmissions and I—V characteristics were simultaneously registered during the nematisation process at several temperatures, in the compensated cholesteric mixture cholesteryl cloride and cholesteryl nonanoate.

The values of resistances corresponding to planar and nematic textures were calculated.

Also, the activation energies for cholesteric planar and conic focal and for nematic textures were estimated using Arrhenius curves.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 4

C.Z.: 538.615
535.331

EFECTE MAGNETO-OPTICE CU RADIAȚIE COERENTĂ ÎN CÎMP MAGNETIC AXIAL

GABRIELA CONE*

În această lucrare se prezintă particularitățile efectelor magneto-optice obținute cu ajutorul radiației coerente. Se evidențiază necesitatea tratării cuantice a acestor fenomene pentru a putea explica din punct de vedere cantitativ efectele neliniare. În încheiere se enumeră aplicații ale acestor efecte în știință și tehnică.

Efectul principal al unui cîmp magnetic axial asupra radiației coerente este despicarea liniei în componentele sale Zeeman σ_+ și σ_-. Această despicare duce la două fenomene distincte : un dicroism circular negativ, deoarece cîștigul la o anumită frecvență va fi diferit pentru lumina polarizată circular dreapta și cea polarizată circular stînga, și o rotație Faraday, partea reală a indicelui de refracție fiind diferită pentru cele două polarizări. Dacă radiația coerentă (laser) este liniar polarizată, dicroismul circular o transformă în polarizată eliptic și rotația Faraday duce la o rotație a axelor elipsei.

1. Efectul Faraday

Efectul Faraday, foarte des folosit pentru a obține informații despre structura și proprietățile mediilor, este unul din procesele fizice descris cu ajutorul tensorului electromagnetic $\chi^{em}_{ijk}(-\omega\,;\,\omega\,;\,0)$.

Unghiul θ cu care este rotit planul de polarizare, pe unitatea de lungime a mediului activ, în cîmpul magnetic axial $\bar{B}$,

$$\theta = \frac{\omega}{2c}(n^- - n^+) = V(\omega)B, \tag{1}$$

este determinat de constanta Verdet $V(\omega)$, care depinde de parametrii mediului și de frecvența radiației. În gazele rarefiate, unde se pot neglija spinul și efectele magnetice, $V(\omega)$ este dat de formula clasică a lui Becquerel [1]:

$$V(\omega) = -\frac{\mu_B}{\hbar c}\,\omega^2\frac{\mathrm{d}n\,(\omega)}{\mathrm{d}\omega}, \tag{2}$$

Manuscris predat redacției la data de 28 aprilie 1980
* Șef lucrări, Catedra Fizică

unde $\mu_B = \frac{|e|\hbar}{2m}$ este magnetonul lui Bohr și $n(\omega)$ este indicele de refracție al mediului. O analiză cuantică mai detaliată [2, 3] arată că $V(\omega)$ conține trei termeni:

$$V(\omega) = \frac{\pi \mu_B}{\hbar c} \omega \left[A(\omega) + B(\omega) + \frac{C(\omega)}{kT} \right], \tag{3}$$

unde constantele $A(\omega)$ și $B(\omega)$ sînt funcții diferite de ω și $C(\omega)$ descrie partea dependentă de temperatură a lui $V(\omega)$.

În timp ce calcularea lui $n(\omega)$ din (2) presupune o singură însumare, calcularea coeficienților A și B din (3) include o însumare peste spectrul discret simultan cu o integrare peste spectrul continuu al stărilor staționare ale sistemului cuantic [4]. Problema se simplifică doar la rezonanță, adică atunci cînd ω este apropiat de o frecvență de absorbție a sistemului, cînd în sumă rămîn doar termenii de rezonanță. Termenul $C(\omega)$ este direct proporțional cu susceptivitatea paramagnetică a atomului în stările cu momentul cinetic orbital $L > 0$ și este nenul chiar în stările S_J pentru momentul cinetic $S = J \neq 0$ [4].

Introducînd în formula din electrodinamica clasică

$$(n_{\pm}^2 - 1) E_{\pm}(\omega) = \varepsilon_0 P_{\pm}(\omega), \tag{4}$$

dezvoltarea vectorilor polarizație electrică și magnetică [5],

$$\begin{aligned} \bar{p}(t) &= \bar{p}(0) + [\bar{p}(\omega) e^{-i\omega t} + c.c], \\ \bar{m}(t) &= \bar{m}(0) + [\bar{m}(\omega) e^{-i\omega t} + c.c.], \end{aligned} \tag{5}$$

rezultă pentru unghiul θ, în cazul unui atom izolat, următoarea expresie:

$$\theta = -\frac{\omega \varepsilon_0}{2c} \frac{iP_y(\omega)}{nE_x(\omega)} = -\frac{i\omega\varepsilon_0}{2nc} \{\chi_{yx}^{e}(-\omega; \omega) + \chi_{yxz}^{eem}(-\omega; \omega; 0) B_z\}, \tag{6}$$

unde vectorul inducție a cîmpului magnetic $\bar{B}$ este paralel cu axa Oz, iar $\bar{E}$ este polarizat de-a lungul lui Ox. Dacă se consideră un ansamblu de atomi cu densitatea N_0 la temperatura T, ec. (16) trebuie mediată considerînd funcția de distribuție statistică:

$$f_r = C \exp\left[-\frac{\Delta E}{kT} \right], \tag{7}$$

$$\text{unde } \Delta E = < n J M | -(\mu \bar{B}) | n J M > = \mu_B g_J MB, \tag{8}$$

g_J fiind factorul Landé al atomului. Ca rezultat, χ_{yx}^{e} din (6) este înmulțit

cu $\left(-\frac{\Delta E}{kT}\right)$. În urma medierii peste proiecțiile M ale lui J a expresiei obținute rezultă :

$$\overline{\chi^{eme}_{ijk}}(-\omega\,;\,0,\,\omega) = \frac{1}{2J+1}\,\chi^{eme}_{ijk}(-\omega\,;\,0,\,\omega) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ j & i & k \end{pmatrix} R_{01}, \qquad (9)$$

unde

$$R_{01} = \frac{3}{\sqrt{3(2J+1)}} \left\{ \sum_{J_1, J_2} (-1)^{J_1 - J} \left[\begin{Bmatrix} 1 & J_1 & J \\ 1 & J_2 & J \\ 1 & 1 & 0 \end{Bmatrix} \cdot \right.\right.$$

$$[\langle nJ \| \bar{d} g_{J_1}(E_n - \omega\,;\, \bar{r}_1, \bar{r}_2) \cdot \bar{\mu} g_{J_2}(E_n - \omega\,;\, \bar{r}_2, \bar{r}_3) \cdot \bar{d} \| nJ\rangle -$$

$$- \langle nJ \| \bar{d} g_{J_1}(E_n + \omega\,;\, \bar{r}_1, \bar{r}_2) \cdot \bar{\mu} g_{J_2}(E_n + \omega\,;\, \bar{r}_2, \bar{r}_3) \cdot \bar{d} \| nJ\rangle] +$$

$$+ \left[1 - \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ J & J_1 & J_2 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} J & J & 0 \\ 1 & 1 & J_1 \end{Bmatrix} (\langle nJ \| \bar{\mu} g_{J_1}(E_n\,;\, \bar{r}_1, \bar{r}_2) \cdot \bar{d} g_{J_2}(E_n - \omega\,;\right.$$

$$\left.\left. \bar{r}_2, \bar{r}_3) \cdot \bar{d} \| nJ\rangle - \langle nJ \| \bar{\mu} g_{J_1}(E_n\,;\, \bar{r}_1, \bar{r}_2) \cdot \bar{d} g_{J_2}(E_n + \omega\,;\, \bar{r}_2, \bar{r}_3) \cdot \bar{d} \| nJ\rangle) \right],$$

iar simbolul $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ i & j & k \end{pmatrix}$ are proprietăți de antisimetrie asemănătoare cu acelea ale tensorului Levi-Civita ε_{ijk} și este nul dacă $(i + j + k) \neq 0$.

Expresia finală a constantei Verdet se poate scrie sub forma :

$$V(\omega) = \frac{\theta}{B(0)} = \frac{\omega}{2\hbar c} N_0 \left(\frac{1}{\sqrt{6}} R_{01} - \frac{\mu_B g_J}{3kT} \sqrt{\frac{J(J+1)}{6}}\, \alpha_1 \right), \qquad (11)$$

unde

$$\alpha_1 = \frac{3(-1)^{2J}}{\sqrt{3(2J+1)_{2J}}} \sum_{J_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ J & J & J_1 \end{pmatrix} [M_{J_1}(E_n + \omega) - M_{J_1}(E_n - \omega)], \qquad (12)$$

$$\text{iar } M_{J_1}(E) = \langle nJ \| \bar{d} g_{J_1}(E, \bar{r}, \bar{r}')\, \bar{d} \| nJ\rangle \qquad (13)$$

este un element de matrice.

Explicitînd expresia lui $V(\omega)$ pentru stările cu $J = 1/2$ și neglijînd dependența funcției Green de momentele J_1 și J_2 (adică folosind funcția Green pentru atomul de hidrogen cu momentul cinetic orbital $L = 1$) α_1 se anulează și se obține chiar formula lui Becquerel (2). În concluzie, diferența dintre expresiile (2) și (3) se datorește despicării spin-orbită a stărilor excitate ale atomului, factor neluat în considerare în teoria clasică a efectului Faraday. Comparînd calculele bazate pe formulele (11) și (12) se observă că departe de rezonanță (cînd dezacordul frecvenței depășește despicarea spin-orbită) diferența este foarte mică, de $(1 \div 2)\%$, iar cu cît ne apropiem de rezonanță diferența devine mai importantă. Termenul

dependent de temperatură $C(\omega)$ din (3) este legat de polarizabilitatea vectorială și are o contribuție semnificativă în regiunea frecvențelor optice. La frecvența laserului cu *Nd* contribuția lui $C(\omega)$ la $V(\omega)$ este de $\sim 15\%$ în cazul atomului de *Cs* în condiții normale [6].

Sursele laser de putere creează condițiile pentru studierea atît a efectelor clasice magnetooptice cît și a unei varietăți de fenomene noi, neliniare. În cîmpul unei unde coerente luminoase intense devin importante corecțiile dependente de intensitatea undei.

Corecțiile neliniare la rotația Faraday devin importante în două cazuri: (a) cînd se studiază rotația planului de polarizare a unei unde electromagnetice (de probă) de frecvență ω și cu intensitate mică, care se propagă după o direcție paralelă cu intensitatea cîmpului magnetic, iar mediul, devenit optic activ, este iluminat cu un fascicul laser cu frecvența $\omega_L \neq \omega$. În acest caz unghiul de rotație al planului de polarizare depinde de intensitatea laser într-un mod descris de susceptivitatea $\chi_{ijklm}(-\omega\,;\ \omega,\ -\omega_L,\ \omega_L, 0)$ [7,8]; (b) cînd unda, a cărei rotație a planului de polarizare se studiază, este chiar unda laser, care induce în mediul devenit optic activ nelinearități, ce produce o rotație suplimentară, proporțională cu intensitatea undei. Deoarece, în acest caz, nu se mai folosește o undă de probă, punerea în evidență experimentală este mai puțin dificilă. În cazul laserului cu He—Cd s-a obținut un unghi de rotație de 3° într-un cîmp magnetic de 300 Gs. [9].

În cazul (b), scriind expresia obișnuită a constantei Verdet (1) și ținînd cont că într-o aproximație satisfăcătoare [10].

$$\varepsilon_0(n_\pm - 1)E_\pm(\omega) = P_\pm(\omega) = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} P_x(\omega) \pm iP_y(\omega) \qquad (14),$$

(în cazul în care unda se propagă paralel cu intensitatea cîmpului magnetic) de-a lungul axei Oz) rezultă din (1) și (14) că:

$$V(\omega) = i \frac{\omega N_0}{2cn} [\chi_{xyz}(-\omega\,;\ \omega,\ 0) + \chi_{xyyyz}(-\omega\,;\ \omega,\ -\omega, 0)\,|E|^2]. \qquad (15)$$

În relația (15) N_0 este numărul de atomi din unitatea de volum a mediului optic activ, iar n indicele de refracție al mediului.

Ec. (15) se rezolvă relativ simplu în cazul stărilor nedegenerate cu $J = 0$, cînd $\chi_{xy}(-\omega\,;\ \omega) = 0$. În cazul degenerării $V(\omega)$ conține și termeni dependenți de temperatură, care sînt dificil de calculat. Aproximația stărilor nedegenerate se poate aplica cu succes în cazul hidrogenului, a atomilor metalelor alcaline și a gazelor inerte [10].

La rezonanță, cînd mediul activ este același cu mediul laser activ, ponderea efectelor neliniare crește puternic. În acest caz calculele devin deosebit de laborioase, ne mai putîndu-se neglija nici un termen.

Așezarea rotatorului Faraday într-o cavitate rezonantă duce la multiplicarea unghiului de rotație a planului de polarizare pentru o singură traversare, θ. Multiplicarea este cu atît mai mare cu cît unghiul θ este mai mic și poate ajunge pînă la valoarea de o sută în mediile solide și pînă la două sute în mediile gazoase.

Unghiul de rotație ψ la rezonanță poate fi definit sub forma [11]:

$$\psi = \text{arctg } (M \text{ tg } \theta), \tag{16}$$

unde

$$M = \frac{1 + R \exp [-\alpha L]}{1 - R \exp [-\alpha L]}, \tag{17}$$

R fiind reflectivitatea oglinzii de ieșire, α constanta de atenuare,

$$\alpha = \frac{4\pi \mu \sigma}{nc}, \tag{18}$$

(σ — conductivitatea electrică, $n = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$), iar L lungimea cavității.)

Îndepărtînd oglinda de ieșire, adică făcînd în (18) pe $R = 0$, rezultă $M = 1$ și se verifică că θ este unghiul de rotație al planului de polarizare la o traversare a mediului activ. Valoarea maximă a factorului de multiplicare M este dată de limita raportului ψ/θ cînd $\theta \to 0$. Din relația (18) se vede că M este mare cînd $1 - R$ și α L sînt mult mai mici decît unitatea, adică

$$M = \frac{2}{1 - R + \alpha L}, \text{ pentru } 1 - R, \ \alpha L \ll 1. \tag{19}$$

Pentru $R = 0{,}99$. la solide, unde $\alpha L = 0{,}01$, $M \simeq 100$, iar la gaze unde $\alpha L \simeq 0$, $M \simeq 200$.

Înlocuind pe (19) în (17) rezultă

$$\text{tg } \psi = \frac{2\theta}{1 - R + \alpha L}. \tag{20}$$

2. Dicroismul circular

Așezăm mediul optic activ într-un rezonator și pentru a studia starea de polarizare a radiației alegem un model format dintr-un laser cu ferestre Brewster în care materialul activ amplifică radiația polarizată circular doar într-un sens și a cărei oglinzi au aceeași reflectanță în așa fel încît densitatea de putere să poată fi considerată aceeași în tot mediul activ. Acest model se poate aplica unui laser real în cazul în care cîmpul magnetic este destul de intens pentru a rezolva complet linia în componentele sale σ_+ și σ_- [12].

Pentru a determina starea de polarizare a luminii laser este convenabilă folosirea formalismului calculului lui Jones. Dacă propagarea cîmpului electromagnetic are loc de-a lungul axei Oz, atunci cîmpul electric în cavitate poate fi descris prin vectorul lui Jones $\bar{\varepsilon}_0 = \{E_x, E_y\}$. Oglinzile, mediul activ laser și ferestrele Brewster au asociate matricile de polarizare $\bar{\bar{R}}$, $\bar{\bar{M}}_L$ și respectiv $\bar{\bar{M}}_B$. Dacă o undă, care este reflectată de una din oglinzi, se propagă prin mediul laser și este reflectată și de cealaltă oglindă, starea ei de polarizare va fi dată de vectorul Jones :

$$\bar{\varepsilon}_1 = \bar{\bar{R}} \ \bar{\bar{M}}_B \ \bar{\bar{M}}_L \ \bar{\bar{M}}_B \bar{\varepsilon}_0. \tag{21}$$

În starea staționară, datorită simetriei cavității, $\bar{\varepsilon}_1 = \bar{\varepsilon}_0$. Atunci (21) devine :

$$\{\bar{\bar{R}}\,\bar{\bar{M}}_B\,\bar{\bar{M}}_L\,\bar{\bar{M}}_B - \bar{\bar{I}}\}\,\bar{\varepsilon}_0 = 0, \tag{22}$$

unde $\bar{\bar{I}}$ este matricea unitate. Aceasta este o ecuație cu valori proprii. În acest caz valoarea proprie interesantă este unitatea și căutăm matricea $\bar{\bar{M}}_L$ care satisface pe (22). Dacă (22) este satisfăcut are loc saturarea cîștigului laser.

Pentru ca (22) să aibă o soluție trebuie ca

$$\det\{\bar{\bar{R}}\,\bar{\bar{M}}_B\,\bar{\bar{M}}_L\,\bar{\bar{M}}_B - \bar{\bar{I}}\} = 0. \tag{23}$$

Matricea R are expresia :

$$\bar{\bar{R}} = \begin{pmatrix} r & 0 \\ 0 & r \end{pmatrix}, \tag{24}$$

unde r este reflectanța oglinzilor. Dacă presupunem că lumina polarizată în planul de incidență nu suferă nici o reflexie pe ferestrele Brewster,

$$\bar{\bar{M}}_B = \begin{pmatrix} \alpha_0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \tag{25}$$

unde α_0 se obține cu formula lui Fresnel (pentru sticlă $\alpha_0 = 0{,}853$).

Dacă presupunem că materialul laser activ transmite lumina polarizată circular stînga fără amplificare sau atenuare și amplifică lumina polarizată circular dreapta cu o cantitate β, matricea polarizare pentru mediul activ laser va fi (în reprezentare carteziană) :

$$\bar{\bar{M}}_L = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(1+\beta) & \frac{i}{2}(1-\beta) \\ -\frac{1}{2}(1-\beta) & \frac{1}{2}(1+\beta) \end{pmatrix} \tag{26}$$

Înlocuind (24) — (26) în (3) rezultă ecuația caracteristică

$$[r\alpha^2(1+\beta) - 2]\,[r(1+\beta) - 2)] - r^2\alpha^2(1-\beta)^2 = 0, \tag{27}$$

care are rădăcina

$$\beta = \frac{r(1+\alpha^2) - 2}{2r^2\alpha^2 - r(1+\alpha^2)}, \tag{28}$$

pentru saturarea cîștigului laser.

Rezolvînd (27) pentru vectorul propriu $\bar{\varepsilon}_0$ rezultă (fără normare)

$$\bar{\varepsilon}_0 = \begin{Bmatrix} i\frac{r\alpha}{2}(1-\beta) \\ 1-(1+\beta)\cdot\frac{r\alpha^2}{2} \end{Bmatrix}. \tag{29}$$

Relațiile (29) și (28) determină starea de polarizare a luminii laser

3. Metode de măsurare a celor două efecte

Măsurarea rotației planului de polarizare

Pentru măsurarea rotației planului de polarizare o metodă de detecție liniară este mult mai sensibilă decît o metodă de detecție pătratică. Dacă la rotația θ produsă de mediul devenit optic activ se adaugă o rotație constantă θ_0 intensitatea curentului fotomultiplicatorului este dată, atîta timp cît unghiul $(\theta + \theta_0)$ rămîne mic, de

$$I = I_0(\theta^2 + 2\theta\theta_0 + \theta_0^2) + k_i I_0 + I_{int}, \tag{30}$$

unde I_0 este curentul în absența oricărei rotații, termenul $k_i I_0$ se datorește imperfecțiunii montajului optic, iar I_{int} este curentul de întuneric.

Termenul $21_0\theta\theta_0$ variază liniar cu unghiul de rotație θ ce urmează a fi măsurat. Dacă unghiul θ_0 este modulat, adică

$$\theta_0 = \theta_m \cos \Omega t, \tag{31}$$

relația (30) devine

$$I = I_0\left(\theta^2 + \frac{\theta_m^2}{2} + \frac{\theta_m^2}{2}\cos^2 \Omega t + 2\theta_m \cos \Omega t\right) + k_i I_0 + I_{int}. \tag{32}$$

Dacă se așează în calea fasiculului un amplificator selectiv acordat pe frecvența de modulație Ω, doar termenul $2I_0\theta_m\theta \cos \Omega t$ va fi detectat. Modularea unghiului θ_0 se poate realiza producînd o oscilație mecanică unuia din polarizatori sau utilizînd efectul Faraday.

În lucrarea [13] se găsesc amănunte referitoare la modul de realizare a montajului.

În figura 1 este reprezentată schema montajului experimental pentru măsurarea rotației planului de polarizare.

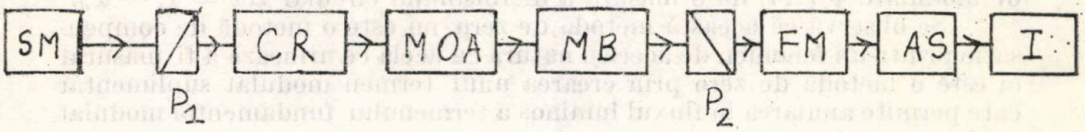


Fig. 1 — Montaj experimental pentru măsurarea unghiului de rotație a planului de polarizare. *SM* — sursă monocromatică; P_1, P_2 — polarizori; *CR* — compensator al rotației; *MOA* — mediu optic activ; *MB* — modulator de birefringență; *FM* — fotomultiplicator; *AS* — amplificator selectiv; *I* — înregistrator

b) Măsurarea dicroismului circular

Metoda de măsurare a dicroismului circular recomandată de marea majoritate a autorilor este metoda de zero. O metodă de zero are avantajul că măsurătoarea nu depinde de fluxul luminos utilizat, de cîştigul fotomultiplicatorului şi nici de electronică. Această metodă constă în utilizarea unui fascicul incident Φ_0 polarizat liniar şi modulat cu frecvenţa Ω Se poate reprezenta fluxul luminos incident 0_0 sub forma [14]:

$$\Phi_0 = \overline{\Phi} + \Phi(\Omega\ t), \tag{33}$$

unde $\overline{\Phi}$ este fluxul mediu într-o perioadă şi $\Phi(\Omega t)$ este variaţia fluxului faţă de valoarea medie în aceeaşi perioadă. Fluxul luminos incident după traversarea unui modulator, care introduce o diferenţă de drum $\delta = \delta_m \sin \Omega\ t$, se transformă succesiv şi periodic într-o undă polarizată circular stînga şi apoi dreapta. După traversarea mediului se obţin fluxurile $\Phi_0 e^{-\alpha_s}$ şi $\Phi_0\ e^{-\alpha_d}$ (α_s şi α_d sînt coeficienţii de absorbţie ai celor două unde, care în cazul cînd mediul optic activ coincide cu mediul laser activ, devin coeficienţi de amplificare) a căror diferenţă permite să se determine dicroismul circular.

Fluxul rezultant va fi:

$$\Phi = \frac{1}{2} \exp\left[-\frac{\alpha_s + \alpha_d}{2}\right] [\overline{\Phi} + \overline{\Phi}(\Omega\ t)]\ [2 - (\alpha_s - \alpha_d) \cdot \sin(\delta_m \sin \Omega\ t)], \tag{34}$$

sau după dezvoltare,

$$\Phi = \frac{1}{2} \exp\left[-\frac{\alpha_s + \alpha_d}{2}\right] [2\overline{\Phi} - (\alpha_s - \alpha_d)\overline{\Phi} \sin(\delta_m \sin \Omega t) + 2\Phi(\Omega\ t) + \ldots.]. \tag{35}$$

În expresia fluxului recepţionat de fotomultiplicator există doi termeni modulaţi cu frecvenţa Ω, care pot fi izolaţi de ceilalţi termeni printr-o amplificare selectivă. Primul termen modulat este proporţional cu dicroismul circular şi este termenul de detecţie. Al doilea termen modulat este independent de dicroism şi depinde doar de profunzimea de modulare a fluxului incident Φ_0, fiind termenul de compensaţie. Reglînd adîncimea de modulare se pot anula în curentul din fotomultiplicator termenii cu frecvenţa Ω. Astfel, se realizează o metodă de zero şi măsurarea adîncimii de modulare Φ ($\Omega\ t$) dă o măsură a dicroismului circular $\Delta\alpha = \alpha_s - \alpha_d$.

Se observă că această metodă de zero nu este o metodă de compensaţie printr-un fenomen de aceeaşi natură cu acela ce urmează a fi măsurat ci este o metodă de zero prin crearea unui termen modulat suplimentar care permite anularea în fluxul luminos a termenului fundamental modulat cu frecvenţa Ω.

În figura 2 este reprezentată schema unui astfel de dispozitiv. Gradatorul de flux reglează şi măsoară adîncimea de modulare a fasciculului Φ polarizat liniar şi modulat convenabil.

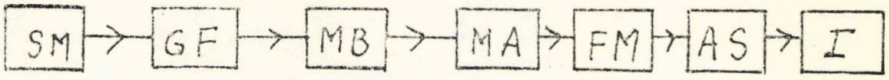


Fig. 2 — Montaj experimental pentru măsurarea dicroismului circular. SM — sursă monocromatică; *GF* — gradator de flux; *MB* — modulator de birefringență; *MA* — mediu activ; *FM* — fotomultiplicator; *AS* — amplificator selectiv; *I* — înregistrator.

4. Aplicații

Aceste efecte magnetooptice cu radiație coerentă au aplicații multiple în știință și tehnică, cum ar fi, de exemplu: măsurarea intensității cîmpurilor magnetice tranzitorii [15], măsurarea proprietăților centrilor *F* a cristalelor din halogenuri ale metalelor alcaline, relevînd caracterul stării excitate înainte de relaxarea rețelei [16], determinarea coeficientului de absorbție pentru tranzițiile atomice ale vaporilor metalici [17], determinarea structurii de bandă a cristalelor din dispersia rotației Faraday [18] punerea în evidență a efectelor de neconservarea parității în tranzițiile atomice [19], măsurarea anizotropiei magnetice a straturilor subțiri de granați [20], punerea în evidență a rezonanțelor bifotonice [21], calcularea constantei Curie — Weiss la temperaturi joase, pentru semiconductori [22], măsurarea neomogenității de concentrație a impurităților în semiconductori [23] și multe altele.

BIBLIOGRAFIE

[1] *V. Volkenstein* "Molecular Optics" Moscova (1951)
[2] L. *Rosenfeld, Z.* Phys. *57*, 835 (1929)
[3] *R. Serber*, Phys. Rev. *41*, 489, (1932)
[4] *A. D. Buckingham, P. I. Stephens*, Ann. Rev. Phys. Chem, *17*, 399 (1966)
[5] *N. L. Manakov, V. D. Ovsiannikov, S. Kielich*, Acta phys. Pol. *A53*, 581 (1978)
[6] *N. L. Manakov, V. D. Ovsiannikov, S. Kielich*, Acta Phys. Pol. *A53*, 595 (1978)
[7] *S. Kielich*, Bull. Soc. Amis Sci. Lett. de Poznan, *21B*, 47 (1978/69)
[8] *S. Kielich, R. Zawodny*, Opt. Acta, *20*, 867 (1973)
[9] *G. Cone, C. Cristescu, I. M. Popescu, A. Preda*, Rev. Roum. Phys. în curs de apariție
[10] *S. Kielich, N. L. Manakov, V. D. Ovisiannikov*, Acta Phys. Pol. *A53*, 737 (1978)
[11] *C. Rosenberg, C. B. Rubinstein, D. R. Herriott*, Appl. Opt. *3*, 1079 (1964)
[12] *D. C. Sinclair*, J.O.S. . *56*, 127 (1966)
[13] *M. Billardon, J. Badoz*, C. R. Acad. Sc. Paris, *248*, 2466 (1959)
[14] *M. Billardon, J. C. Rivoal, J. Badoz*, Rev. de Phys. Appl. *4*, 353 (1969)
[15] *J. Matecki, M. Surma, J. Gibalewicz*, Acta Phys. Pol. *XVI*, 151 (1957)
[16] *J. Mort, F. Lüty, F. Brown*, Phys. Rev. *137*, A566 (1965)
[17] *W. Winiarczyk*, Acta Phys. Pol *A52*, 157 (1977)
[18] *S. Kase, K. Ohi*, Ferroelectrics, *8*, 419 (1974)
[19] *C. Bouciat*, Phys. Lett. *48B*, 11 (1974)
[20] *P. J. Rijnierse, H. Logmans, R. Metselaar, W. T. Stacy*, Appl. Pha. *8*, 143 (1975)
[21] *L. S. Vasilenko* Jetp Lett. *12*, 161 (1970)
[11] *R. Romenstein, S. Geshwind, G. E. Deolin*, Phys. Rev. Lett. *35*, 803 (1975)
[23] *V. S. Vasiliev, I. Kaganovski*, Zavod. Labor. *39*, 1145 (1973)

Des effets magnétooptiques obtenus en utilisant la radiation cohérente dans la champ magnétique axial.

Dans ce travail on présent les particularités des effets magnétooptiques obtenus en utilisant la radiation cohérente. On fait remarquer la nécessité d'expliquer quantique ces phénomènes. De cette manière on obtient les termes nonlinéaires. En conclusion on présent des applications des ces effets dans la science et dans la technique.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 4

ELECTROTEHNICĂ

C.Z.: 621.316
538.565
513.83

FORMULA TOPOLOGICĂ GENERALĂ ÎN METODELE TOPOLOGICE BAZATE PE GRAFELE UNOR SCHEME ECHIVALENTE CU ELEMENTE UNIPORT SPECIALE

MARIUS PREDA, IOANA DOROBANȚU *

În lucrare se deduce o formulă topologică generală valabilă pentru calculul oricărei funcții de rețea la circuite cu surse comandate de orice tip, în metodele topologice bazate pe grafele unor scheme echivalente cu elemente uniport speciale

Introducere

În lucrarea [1] s-au prezentat elementele uniport idealizate cu incidențe speciale ce stau la baza unor metode topologice noi sau cunoscute din literatură și s-a dedus printr-o demonstrație generală, ce nu ține seamă de natura elementelor idealizate utilizate în schemele echivalente ale circuitelor active, o formulă topologică ce exprimă impedanța de transfer dintre două porți (de intrare și de ieșire) pentru circuite active cu surse de curent comandate în tensiune.

În prezenta lucrare formula topologică dedusă în [1] se generalizează pentru calculul oricărei funcții de rețea, la circuite cu orice fel de surse comandate.

În cele ce urmează pentru indicarea elementelor cu incidențe speciale se vor folosi simbolurile din [1].

1. Demonstrarea formulei topologice generale a metodelor topologice bazate pe utilizarea unor elemente uniport speciale

Formula topologică (13) din [1] se poate generaliza pentru calculul oricărei funcții de rețea la circuite cu surse comandate de orice tip.

În acest caz formula (13) devine:

$$F = -\frac{S_{c1}}{S_{f1}}, \tag{1}$$

unde: F este o funcție de rețea oarecare.

Manuscris predat redacției la data de 27 martie 1980
* Prof. dr. ing.; Șef lucrări dr. ing., Catedra Electrotehnică.

S_{c1} — suma valorilor subgrafelor ($\mathcal{S}_{iu}$) din graful G_1 [1] care conțin cîte una din laturile orientate unitate ale elementelor uniport speciale corespunzătoare sursei de reacție ieșire-intrare

S_{f1} — suma valorilor subgrafelor ($\mathcal{S}_{iu}$) din G_1 care nu conțin nici o latură unitate a sursei de reacție.

Graful G_1 al schemei echivalente cu elementele uniport speciale, la care se referă formula (1), conține pentru fiecare sursă comandată k cîte patru laturi orientate de transmitanță egală cu $\pm P_k$, unde P_k este parametrul de comandă al sursei comande.

Aceste laturi sînt plasate și au transmitanța ca și în cazul sursei de curent comandate de tensiune, așa cum se indică în fig. 1 a.

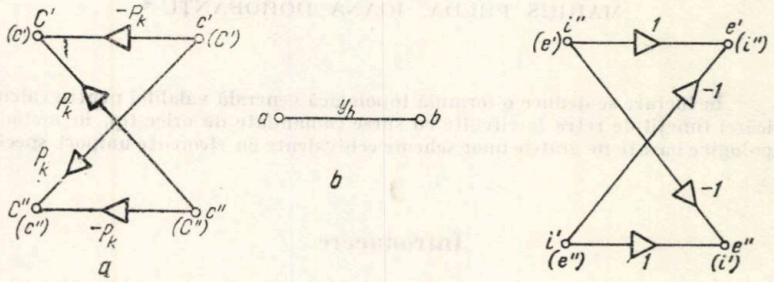


Fig. 1 Fig. 2

Pentru sursa comandată de reacție ieșire-intrare, în graful G_1 intervin ca și pentru orice altă sursă comandată, patru laturi orientate, însă de transmitanță ± 1 (fig. 2).

În gradul G_1, pentru fiecare element pasiv h intervine o latură neorientată de transmitanță egală cu admitanța y_h a elementului pasiv (fig. 1 b).

Subgrafele ($\mathcal{S}_{iu}$) care nu conțin laturi orientate ale unei surse comandate k (care poate fi de exemplu sursa de reacție) sînt prin definiție subgrafe ($\mathcal{S}_{iu}$) din graful $G_{1(k)}$ corespunzător circuitului cu sursa k pasivizată corespunzător.

Observație : Faptul că cele patru laturi din fig. 1 a și din fig. 2 pot fi orientate, în funcție de natura elementelor uniport cu incidențe speciale utilizate, fie de la poarta de comandă către poarta comandată, fie în sens invers, se indică în graf prin scrierea în paranteză sub fiecare bornă, a bornei corespunzătoare de la poarta cealaltă.

Pentru demonstrarea formulei topologice (1) se consideră pe rînd cîte o sursă comandată : de tensiune comandată de tensiune, de curent comandată de curent, de tensiune comandată de curent și se arată că pentru astfel de surse rămîne valabilă formula impedanței de transfer (13).

Faptul că sursa de reacție, a cărei natură depinde de natura funcției de rețea cerute, este tot o sursă comandată, ce poate fi tratată ca oricare alta din circuit, face ca demonstrarea valabilității formulei (13) din [1] să justifice în același timp formula (1) din prezenta lucrare.

Cazul sursei de tensiune comandate de tensiune

$$(E = A_U\ U)$$

Dacă poarta comandată a acestei surse (sursă de tensiune) este legată în serie cu un element pasiv y (fig. 3 a) sursa de tensiune obținută se poate transfigura în sursă de curent (fig. 3 b). Se consideră porțiunea de graf G_1 corespunzătoare circuitului echivalent cu elemente uniport speciale (fig. 3 c). Se observă că termenii impedanței de transfer care nu se reduc, conțin parametrul y.

a) în termenii care conțin parametrul de comandă $Y_e = A_U\ y$ al sursei echivalente și

b) în termenii care conțin numai acest parametru y fără să conțină factorul Y_e. (Aceasta, deoarece subgrafele ($\$_{iu}$) care conțin latura y și una din laturile orientate ale sursei comandate sînt în număr par și se reduc între ele, fapt ce era de așteptat, funcțiile de transfer ale circuitelor liniare fiind liniare în orice parametru de circuit).

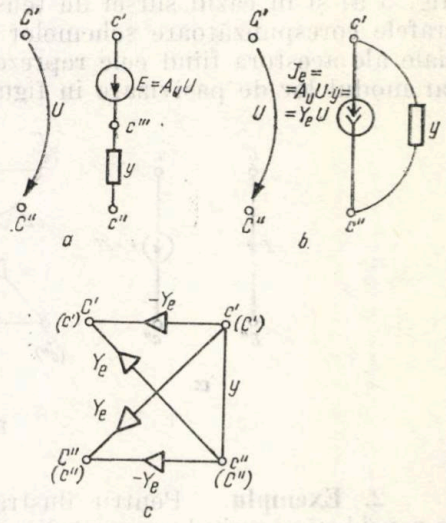


Fig. 3

Trecerea la cazul general al unei surse de tensiune comandate de tensiune (care nu are obligatoriu legat în serie cu poarta ei comandată un element pasiv y) se obține făcînd trecerea la limită $y \to \infty$, care conduce la circuitul din fig. 4 a. După această trecere la limită în funcția de transfer, termenii care conțin parametrul A_U sînt termenii ce corespund subgrafelor ($\$_{iu}$) (arbori orientați convergent sau divergent, păduri cu bucle neutre) care conțin cîte una din laturile orientate ale părții din graf indicată în fig. 4 b.

De asemenea, după trecerea la limită, termenii care nu conțin pe Y_e se obțin prin simplificarea lui y din termenii ce conțineau acest parametru y (și nu-l conțineau pe Y_e). Acești termeni corespund subgrafelor ($\$_{iu}$) din graful modificat în așa fel încît în porțiunea de graf corespunzătoare sursei (C', C'' ; c', c'') latura y este eliminată prin scurtcircuit (fig. 4 c).

Cele de mai sus arată că termenii din impedanța de transfer care conțin parametrul A_U al sursei comandate considerate sînt subgrafe ($\$_{iu}$) care conțin o latură de transmitanță $\pm A_U$ în graful G_1' ce pentru această sursă conține cele patru laturi orientate ale sursei (fig. 4 b), iar termenii care nu conțin parametrul A_U sînt subgrafe ($\$_{iu}$) din graful G_1 ce corespunde circuitului cu această sursă pasivizată corespunzător (gol la bornele porții de comandă și scurtcircuit la bornele porții comandate (fig. 4 c)).

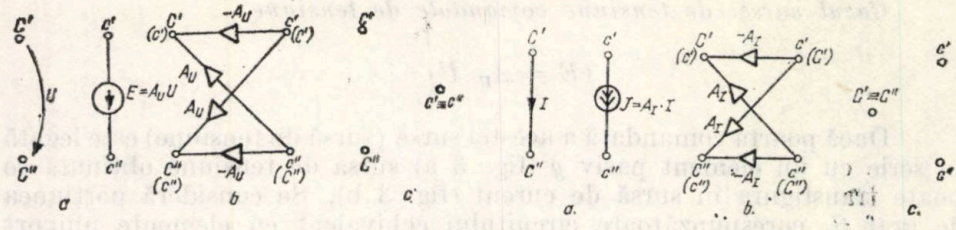


Fig. 4 Fig. 5

Analog se procedează în cazul sursei de curent comandate de curent (fig. 5 a) și în cazul sursei de tensiune comandate de curent (fig. 6 a), grafele corespunzătoare schemelor echivalente cu elemente uniport speciale ale acestora fiind cele reprezentate în figurile 5 b și respectiv 6 b, iar modul lor de pasivizare în figurile 5 c și respectiv 6 c.

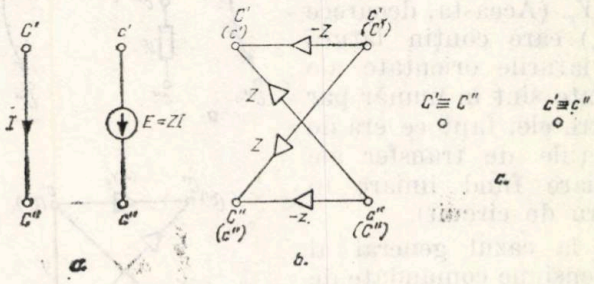


Fig. 6

2. **Exemplu**. Pentru ilustrarea metodelor topologice prezentate se consideră circuitul cu sursă de tensiune comandată de curent din fig. 7, pentru care se determină factorul operațional de transfer în tensiune

$$A_{U_{ei}} = \frac{U_e}{U_i},$$

utilizînd graful schemei echivalente cu elemente uniport speciale (I_{ei} U_{e_*i}) și formula topologică generală (1).

Sursa independentă de tensiune de la poarta de intrare se înlocuiește cu o sursă de tensiune comandată de tensiunea de ieșire (sursa de reacție) (fig. 7 b), pentru circuitul obținut alcătuindu-se schema echivalentă cu elemente uniport speciale (I_{ei} U_{e_*i}) din figura 7 c. Schemei echivalente îi corespunde graful cu laturi orientate din fig. 8 a, în care pentru a distinge laturile cu aceeași transmitanță, acestora li s-au atașat indicii ($'$), ($''$), ($'''$). Alegînd nodul $i' = e''$ ca nod de referință, arborii orientați divergent față de acest nod, care conțin cîte o latură orientată de la fiecare sursă comandată sînt :

$$y_2 Z' y_1 1' y_3, \quad y_2 Z' y_1 (-1'') y_3,$$

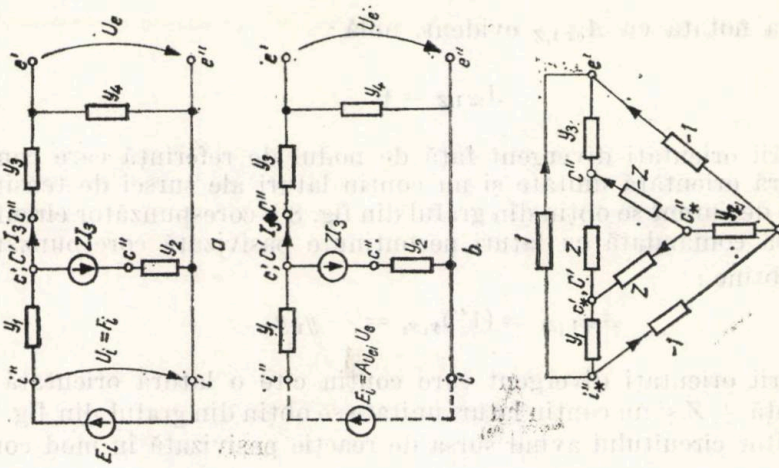


Fig. 7

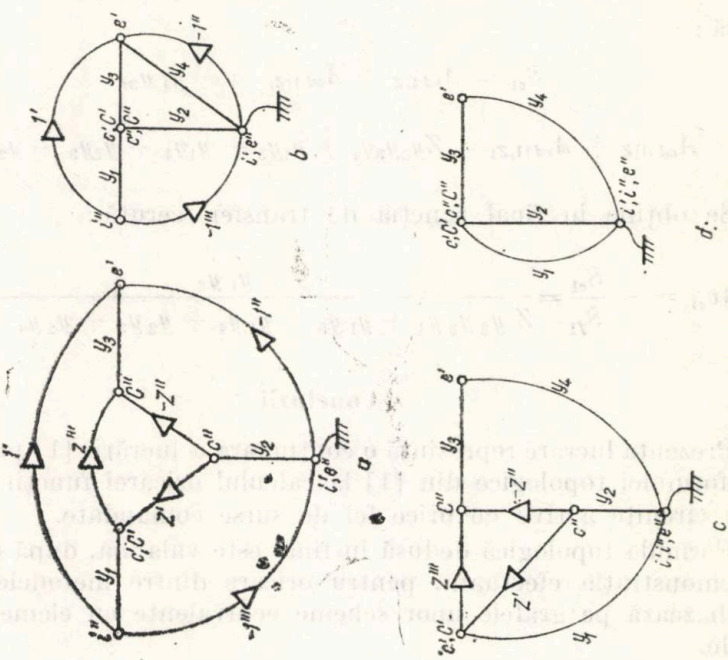


Fig. 8

avînd suma notată cu $A_{od\,1,Z}$ evident, nulă:

$$A_{od\,1,Z} = 0.$$

Arborii orientați divergent față de nodul de referință care conțin cîte o latură orientată unitate și nu conțin laturi ale sursei de tensiune comandate de curent se obțin din graful din fig. 8 b corespunzător circuitului cu sursa comandată cu laturi neconținute pasivizată corespunzător.

Se obține:

$$A_{od\,1\,(Z)} = (1'')_{y_1 y_3} = -\,y_1\,y_3.$$

Arborii orientați divergent care conțin cîte o latură orientată de transmitanță $\pm Z$ și nu conțin laturi unitate se obțin din graful din fig. 8c, corespunzător circuitului avînd sursa de reacție pasivizată în mod corespunzător.

Pentru suma valorilor acestor arbori se obține:

$$A_{od\,(1)Z} = Z' y_2 y_3 y_4 + y_1(-Z'') y_2 y_4 + y_1 y_2 y_4 (Z''') = Z y_2 y_3 y_4$$

Arborii orientați divergent care nu conțin laturi ale surselor comandate se reduc la arborii grafului din fig. 8 d, corespunzător circuitului cu ambele surse comandate pasivizate, suma valorilor lor fiind egală cu:

$$A_{od\,(1,Z)} = y_1 y_3 + y_1 y_4 + y_2 y_3 + y_2 y_4 + y_3 y_4$$

Rezultă:

$$S_{c1} = A_{od\,1,Z} + A_{od\,1(Z)} = -\,y_1\,y_3,$$

$$S_{f1} = A_{od\,(1)Z} + A_{od\,(1,Z)} = Z y_2 y_3 y_4 + y_1 y_3 + y_1 y_4 + y_2 y_3 + y_2 y_4 + y_3 y_4$$

Se obține în final funcția de transfer cerută:

$$Av_{ei} = -\frac{S_{c1}}{S_{f1}} = \frac{y_1\,y_3}{Z\,y_2\,y_3\,y_4 + y_1\,y_3 + y_1\,y_4 + y_2\,y_3 + y_2\,y_4 + y_3\,y_4}$$

Concluzii

Prezenta lucrare reprezintă o continuare a lucrării [1] prin generalizarea formulei topologice din [1] la calculul oricărei funcții de rețea și pentru circuite active cu orice fel de surse comandate.

Formula topologică dedusă în final este valabilă, după cum rezultă din demonstrația efectuată, pentru oricare dintre metodele topologice ce se bazează pe grafele unor scheme echivalente cu elemente uniport speciale.

BIBLIOGRAFIE

[1] *M. Preda, Ioana Dorobanțu*, Buletinul I.P.B., nr. 3, 1980.
[2] *J. S. Mason*, Proc. Inst. Radio. Engrs., nr. 45, iunie, 1957.
[3] *W. K. Chen*, IEEE. Trans. Circuit Theory, vol. C.T-12, nr. 12, martie, 1965.
[4] *A. Nathan*, IEEE. Trans. Circuit Theory, vol. CT-12, nr. 3, sept. 1965.
[5] *M. Preda, Ioana Dorobanțu*, Rev. Roum. Sci. Techn. — Electrotechn. et. Energ., 23, 1, 1978.
[6] *Ioana Dorobanțu*, „Contribuții la studiul topologic al circuitelor electrice", Teză de doctorat, București, 1975.
[7] *M. Preda, Ioana Dorobanțu*, Rev. Roum. Sci, Tehn. — Electrotechn et Energ., 19, 4, 1974.

Extension of the Topological Methods Based on the Use of the Uniport Elements with Special Incidences

A general topological formula is derived, that may be applied when computing network functions of circuits with controlled sources of any kind, by using topological methods based on the graphs of equivalent circuits with special uniport elements.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 4

C.Z.: 538.3
536.2
621.315.5

O METODĂ DE APROXIMARE PENTRU CALCULUL PATRUNDERII CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC SINUSOIDAL ÎN PIESE CILINDRICE NEOMOGENE

CORINA FLUERAȘU *

Se prezintă o metodă numerică pentru calculul pătrunderii cîmpului electromagnetic sinusoidal în interiorul unor conductoare tubulare, bazată pe reprezentarea unui perete subțire conductor printr-o pînză de curent (J_s) cu o conductivitate superficială (σ_s) și o pînză de flux magnetic (b_s) cu o permeabilitate magnetică superficială (μ_s).

1. Introducere

În fig. 1. este prezentată o situație întîlnită frecvent în practica încălzirii prin inducție. Calculul puterii dezvoltate în piesă presupune determinarea pătrunderii cîmpului electromagnetic în cuprinsul acesteia. În marea majoritate a cazurilor, piesa supusă încălzirii este feromagnetică, fapt care complică calculul electromagnetic, atît datorită proprietăților magnetice neliniare, cît și datorită variației proprietăților de material cu temperatura, în special la depășirea temperaturii Curie.

Datorită celor două cauze prezentate mai sus, materialul piesei este neomogen din punct de vedere al proprietăților electrice și magnetice.

Studiul complet al problemei prezentate presupune rezolvarea simultană a celor două probleme — de cîmp electromagnetic și de încălzire, cuplate prin intermediul mărimilor de material dependente de temperatură. Un astfel de studiu poate fi efectuat numai prin metode numerice.

Deoarece constanta de timp de difuzie termică este mult mai mare decît constanta de timp electromagnetică, este posibil ca în fiecare moment în parte, problema de cîmp electromagnetic să fie tratată ca o problemă de regim permanent, evoluția în timp a cîmpului electromagnetic fiind deci privită ca un șir regimuri permanente.

În lucrarea de față se prezintă o metodă de aproximare originală pentru calculul pătrunderii cîmpului electromagnetic armonic în cuprinsul unei piese conductoare sub formă de țeavă, neomogenă din punct de vedere al proprietăților electrice și magnetice. Metoda a fost folosită și în cazul unei piese conductoare sub formă de placă plană [7].

2.1. Prezentarea metodei

2.1. Modelul teoretic

Pentru rezolvarea numerică a problemei enunțate se adoptă un model teoretic bazat pe următoarele ipoteze simplificatoare :

Manuscris predat redacției la data de 10 iunie 1980
* Asist. ing., Catedra Electrotehnică.

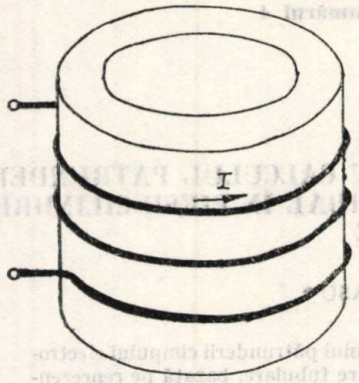


Fig. 1. Încălzirea inductivă a unui conductor tubular.

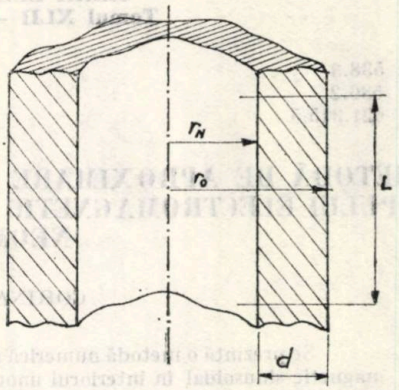


Fig. 2. Dimensiunile geometrice ale modelului teoretic.

a) Se consideră o țeavă cilindrică delimitată geometric de razele r_0 și r_{Np} și de lungimea L suficient de mare ($L \gg r_0$; $L \gg r_{Np}$), astfel încît efectele de capăt să poată fi neglijate (fig. 2). Modelul teoretic, reprezentat în fig. 2 este, deci, cel al unei țevi cilindrice infinit extinse, a cărei permeabilitate magnetică și conductivitate electrică depind numai de coordonata r:

$$\mu = \mu(r); \quad \sigma = \sigma(r) \tag{1}$$

b) Considerînd că pe fețele țevii cilindrice se aplică un cîmp magnetic exterior, tangent, cu valorile $\mathbf{h}_{e1}(t)$ și $\mathbf{h}_{e2}(t)$ pe cele două fețe, orientat după axa Oz (al cărui versor este $\mathbf{k}$)

$$\mathbf{h}_{e1} = \mathbf{k}\, h_{e1}(t); \quad \mathbf{h}_{e2} = \mathbf{k}\, h_{e2}(t) \tag{2}$$

care variază sinusoidal în timp:

$$h_{e1}(t) = H_{e1\,max} \sin(\omega t + \varphi_1); \quad h_{e2} = H_{e2\,max} \sin(\omega t + \varphi_2) \tag{3}$$

c) Se neglijează nelinearitatea proprietăților magnetice, astfel încît toate mărimile vor varia sinusoidal în timp, fapt care permite reprezentarea în complex.

2.2. Metoda de calcul.

Se divizează țeava într-un număr N_p de țevi elementare, concentrice cu țeava inițială, cu grosimi suficient de mici încît fiecare țeavă elementară în parte să poată fi considerată omogenă din punct de vedere al lui μ și σ, fapt care permite rezolvarea problemei neomogene prin „însumarea" unor probleme elementare omogene.

Ideea metodei numerice propuse consistă în rezolvarea fiecărei probleme „elementare" printr-o metodă analoagă celei prezentate în [4] prin care o țeavă de grosime „d", permeabilitate magnetică μ și con-

ductivitate electrică σ este reprezentată printr-o pînză de curenți $\underline{\mathbf{J}}_s$ și o pînză de flux magnetic $\underline{\mathbf{B}}_s$, avînd ca suport o suprafață conductoare dotată cu o *conductivitate superficială complexă* $\underline{\sigma}_s$ și o *permeabilitate superficială complexă* $\underline{\mu}_s$, definite de relațiile :

$$\underline{\mu}_s = \mu \cdot d \cdot \frac{\operatorname{th} \frac{\underline{\gamma}\, d}{2}}{\frac{\underline{\gamma}\, d}{2}}; \quad \underline{\sigma}_s = \sigma \cdot d \cdot \frac{\operatorname{th} \frac{\underline{\gamma}\, d}{2}}{\frac{\underline{\gamma}\, d}{2}} \tag{4}$$

Ecuațiile în complex ce corespund legii circuitului magnetic și legii inducției electromagnetice aplicate țevii cu $r_{i-1} > r > r_i$ (cuprinsă între punctele de calcul $i-1$ și i) (fig. 3) sînt :

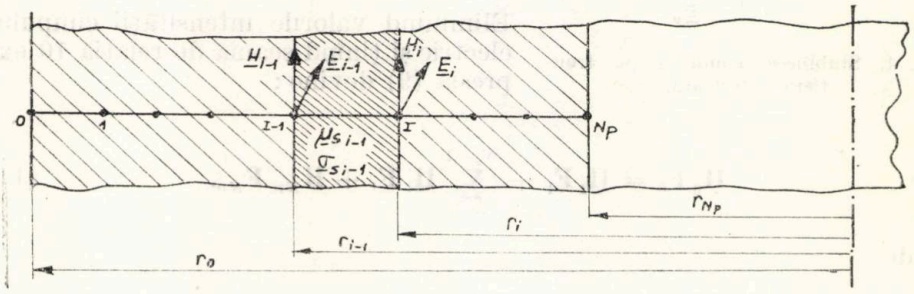


Fig. 3. Rețeaua de discretizare.

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{H}}_{i-1} - \underline{\mathbf{H}}_i &= \underline{\sigma}_{si-1} \frac{\underline{\mathbf{E}}_{i-1} + \underline{\mathbf{E}}_i}{2} \\ 2\pi r_{i-1} \underline{\mathbf{E}}_{i-1} - 2\pi r_i \underline{\mathbf{E}}_i &= j\omega 2\pi \frac{r_i + r_{i-1}}{2} \underline{\mu}_{si-1} \frac{\underline{\mathbf{H}}_i + \underline{\mathbf{H}}_{i-1}}{2} \end{aligned} \tag{5}$$

Aceste relații sînt valabile pentru orice țeavă elementară, deci pentru $i = 0 \ldots . N_p$ unde $N_p + 1$ este numărul total de puncte de calcul pentru problema magnetică.

Folosind următoarele notații :

$$\underline{\mathbf{m}}_{i-1} = \frac{j\omega \underline{\mu}_{si-1}}{4}; \quad \underline{\mathbf{n}}_{i-1} = \frac{2}{\underline{\sigma}_{si-1}} \cdot \frac{r_{i-1}}{r_{i-1} + r_i}; \quad \underline{\mathbf{n}}'_{i-1} = \frac{2}{\underline{\sigma}_{si-1}} \frac{r_i}{r_{i-1} + r_i} \tag{6}$$

și eliminînd intensitatea cîmpului electric, se obține următoarea ecuație pentru cîmpul magnetic :

$$\underline{\mathbf{H}}_{i-1}(\underline{\mathbf{m}}_{i-1} - \underline{\mathbf{n}}_{i-1}) + \underline{\mathbf{H}}_i(\underline{\mathbf{m}}_{i-1} + \underline{\mathbf{n}}_{i-1} + \underline{\mathbf{m}}_i + \underline{\mathbf{n}}'_i) + \underline{\mathbf{H}}_{i+1}(\underline{\mathbf{m}}_i - \underline{\mathbf{n}}'_i) = 0 \tag{7}$$

Condițiile la limită sînt :

$$\underline{\mathbf{H}}(r_0) = \underline{\mathbf{H}}_{t0} = \underline{\mathbf{H}}_0 \tag{8}$$

$$\underline{\mathbf{H}}_0 - \underline{\mathbf{H}}_{Np} = \sum_{i=1}^{Np-1} \underline{\sigma}_{si-1} \frac{\underline{\mathbf{E}}_{i-1} + \underline{\mathbf{E}}_i}{2} + \underline{\sigma}_{sNp-1} \frac{\underline{\mathbf{E}}_{Np-1} + \underline{\mathbf{E}}_{Np}}{2} \tag{9}$$

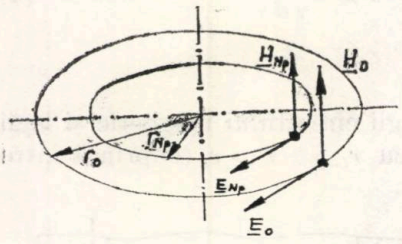


Fig. 4. Stabilirea condiției pe frontiera interioară.

în care relația de legătură dintre $\underline{\mathbf{E}}_{Np}$ și $\underline{\mathbf{H}}_{Np}$ se obține aplicînd legea inducției electromagnetice conturului din fig. 4 și este :

$$\underline{\mathbf{E}}_{Np} = j\,\omega\,\mu_0 \frac{r_{Np}}{2} \underline{\mathbf{H}}_{Np} \tag{10}$$

Eliminînd valorile intensității cîmpului electric și ținînd seama de relația 10 expresia (9) devine :

$$\underline{\mathbf{H}}_0 \underline{\mathbf{F}}_0 = \underline{\mathbf{H}}_1 \underline{\mathbf{F}}_1 + \sum_{i=1}^{Np-1} \underline{\mathbf{H}}_i \underline{\mathbf{F}}_i + \underline{\mathbf{H}}_{Np} \underline{\mathbf{F}}_{Np}. \tag{11}$$

unde

$$\underline{\mathbf{F}}_0 = 2 - \underline{\sigma}_{s0}(\underline{\mathbf{m}}_0 + \underline{\mathbf{n}}'_0)$$

$$\underline{\mathbf{F}}_1 = \underline{\sigma}_{s0}(\underline{\mathbf{m}}_0 - \underline{\mathbf{n}}'_0 + \underline{\mathrm{m}}_1 + \underline{\mathbf{n}}'_1) + \underline{\sigma}_{s1}(\underline{\mathrm{m}}_1 + \underline{\mathbf{n}}'_1)\,;\ \mathrm{i} = 2 \ldots \mathrm{Np} - 1 \tag{12}$$

$$\underline{\mathbf{F}}_i = \underline{\sigma}_{si-2}(\underline{\mathrm{m}}_{i-1} - \underline{\mathbf{n}}'_{i-1}) + \underline{\sigma}_{si-1}(\underline{\mathbf{m}}_{i-1} - \underline{\mathbf{n}}'_{i-1} + \underline{\mathbf{m}}_i + \underline{\mathbf{n}}'_i) + \underline{\sigma}_{si}(\underline{\mathbf{m}}_i + \underline{\mathbf{n}}'_i)$$

$$\underline{\mathbf{F}}_{Np} = \underline{\sigma}_{sNp-2}(\underline{\mathbf{m}}'_{Np-1} - \underline{\mathbf{n}}'_{Np-1}) + \underline{\sigma}_{sNp-1}\left(\underline{\mathbf{m}}_{Np-1} - \underline{\mathbf{n}}'_{Np-1} + j\,\omega\,\mu_0 \frac{r_{Np}}{2}\right) + 2$$

În felul acesta, pentru cele $N_p + 1$ puncte de calcul ale cîmpului magnetic se obține cu relațiile (7), (8) și (11) un sistem de N_p (se cunoaște H_0) ecuații cu N_p necunoscute ($H_1 \ldots\ldots H_{Np}$),

$$\begin{gathered} \underline{\mathbf{H}}_{i-1}(\underline{\mathbf{S}}_{i-1}) + \underline{\mathbf{H}}_i(\underline{\mathbf{C}}_i) + \underline{\mathbf{H}}_{i+1}(\underline{\mathbf{D}}_i) = 0\,; \quad i = 1 \ldots N_p - 1 \\ \underline{\mathbf{H}}_0 \underline{\mathbf{F}}_0 = \underline{\mathbf{H}}_1 \underline{\mathbf{F}}_1 + \sum_{i=2}^{Np-2} \underline{\mathbf{H}}_i \underline{\mathbf{F}}_i + \underline{\mathbf{H}}_{Np} \underline{\mathbf{F}}_{Np} \end{gathered} \tag{13}$$

unde s-au folosit notațiile

$$\underline{\mathbf{S}}_{i-1} = \underline{\mathbf{m}}_{i-1} - \underline{\mathbf{n}}_{i-1}\,;\ \underline{\mathbf{C}}_i = \underline{\mathbf{m}}_{i-1} + \underline{\mathbf{n}}_{i-1} + \underline{\mathbf{m}}_i + \underline{\mathbf{n}}_i\,;\ \underline{\mathbf{D}}_i = \underline{\mathbf{m}}_i - \underline{\mathbf{n}}_i \tag{14}$$

Sistemul (13) este un sistem de Np ecuații algebrice în complex și poate fi scris sub următoarea formă matricială :

$$[\underline{\mathbf{A}}]\cdot[\underline{\mathbf{H}}] = [\underline{\mathbf{H}}_e] \tag{15}$$

unde

$$[\underline{\mathbf{H}}] = [\underline{\mathbf{H}}_1 \ldots\ldots \underline{\mathbf{H}}_{Np}]_t \tag{16}$$

este vectorul necunoscutelor,

$$[\underline{\mathbf{H}}_e] = [-\underline{\mathbf{H}}_0\,\underline{\mathbf{S}}_0,\ 0, \ldots, 0,\ \underline{\mathbf{H}}_0\,\underline{\mathbf{F}}_0]_t \tag{17}$$

reprezintă membrul drept, iar matricea coeficienților (complecși) are următoarea structură

$$[A] = \begin{vmatrix} \underline{\mathbf{C}}_1 & \underline{\mathbf{D}}_1 & & & \\ 1 & \underline{\mathbf{C}}_2 & \underline{\mathbf{D}}_2 & & 0 \\ & & & & \\ & 0 & \underline{\mathbf{S}}_{Np-2} & \underline{\mathbf{C}}_{Np-1} & \underline{\mathbf{D}}_{Np-1} \\ \underline{\mathbf{F}}_1 & \underline{\mathbf{F}}_2 & \ldots\ldots & \underline{\mathbf{F}}_{Np-1} & \underline{\mathbf{F}}_{Np} \end{vmatrix} \tag{18}$$

Sistemul de ecuații (15) poate fi rezolvat prin metoda factorizării [9] adaptată la structura particulară a matricii coeficienților.

Puterea activă dezvoltată în țeava „i" căreia i se aplică pe suprafețele laterale intensitatea cîmpului magnetic $\underline{\mathbf{H}}_i$ și $\underline{\mathbf{H}}_{i-1}$ este dată de relația :

$$P_i = K_{pji}|\underline{\mathbf{H}}_i - \underline{\mathbf{H}}_{i+1}|^2 + K_{pbi}|\underline{\mathbf{H}}_i + \underline{\mathbf{H}}_{i+1}|^2 \tag{19}$$

expresiile coeficienților K_{pj} și K_{pb} fiind :

$$K_{pj} = \frac{2\pi r_m}{\sigma\cdot d}\frac{\psi_r\left(\frac{d}{\delta}\right)}{|\psi|^2}\,;\quad K_{pb} = \frac{1}{\sigma\cdot d}\left[-2\pi r_m\left(\frac{d}{\delta}\right)^2\psi_i\left(\frac{d}{\delta}\right)\right] \tag{20}$$

ψ_r și ψ_i sînt partea reală și partea imaginară a funcțiunii [4] :

$$\underline{\psi}\left(\frac{d}{\delta}\right) = \frac{\operatorname{th}\frac{\gamma d}{2}}{\frac{\gamma d}{2}}\,;\quad \gamma = \sqrt{j\omega\mu\sigma}\quad \delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} \tag{21}$$

3. Exemplu numeric

În scopul ilustrării caracteristicilor metodei de aproximare propuse, au fost efectuate calcule pentru următoarele date:

Permeabilitatea relativă $\mu_r = 100$
Conductivitatea electrică $\sigma = 10^6[\Omega m]^{-1}$
Razele interioară, exterioară R_{int}, R_{ext} $= 0/10, 10/20, 90/100$ mm
Frecvenţa $f = 50; 500; 5000$ Hz
Numărul de intervale de discretizare $N_p = 2; 10; 20$

Tabelul 1

Cazuri studiate

Frecvenţa f[Hz[	Adînc. de pătrundere δ[mm[	Nr. de intervale Np	$\frac{h}{\delta}$	Rint/Rext [mm]	Figura
50	7,118	2	0,7025	0/10	
				10/20	
				90/100	
		10	0,1405	0/10	Fig. 5.a.1.
				10/20	
				90/100	Fig. 6.a.1.
		20	0,07025	0/10	Fig. 5.a.2.
				10/20	
				90/100	Fig. 6.a.2.
500	2,251	2	2,221	0/10	
				10/20	
				90/100	
		10	0,4443	0/10	Fig. 5.b.1.
				10/20	
				90/100	Fig. 6.b.1.
		20	0,222	0/10	Fig. 5.b.2.
				10/20	
				90/100	Fig. 6.b.2.
5 000	0,712	2	7,025	0/10	
				10/20	
				90/100	
		10	1,405	0/10	Fig. 5.c.1.
				10/20	
				90/100	Fig. 6.c.1.
		20	0,7025	0/10	Fig. 5.c.2.
				10/20	
				90/100	Fig. 6.c.2.

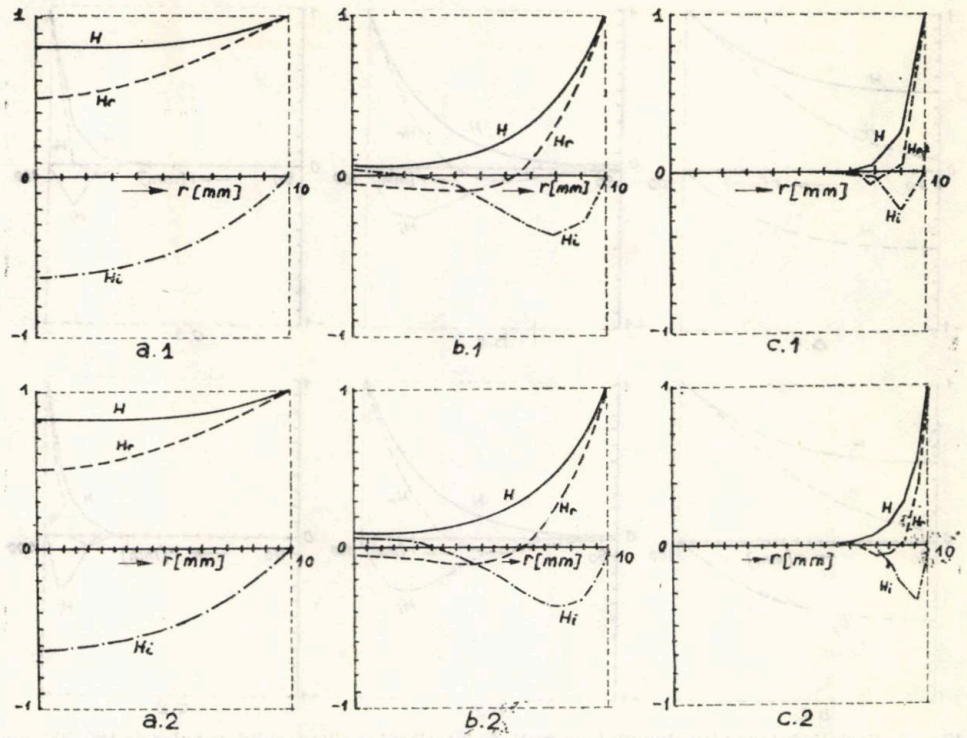


Fig. 5. Variaţia intensităţii cîmpului magnetic în interiorul conductorului cilindric plin de 20 mm

a) la 50 Hz
b) la 500 Hz
c) la 5000 Hz

Au fost studiate combinaţii între dimensiunile conductoarelor, frecvenţă şi numărul de puncte de discretizare, indicate în tabelul 1, în care s-a indicat pentru fiecare caz în parte şi raportul h/δ dintre pasul discretizării şi adîncimea de pătrundere a cîmpului electromagnetic. După cum s-a arătat, principiul metodei de aproximare propuse consistă în reprezentarea fiecărui interval de discretizare printr-o pînză de curent şi o pînză de flux magnetic care ţin seama, în mod aproximativ, de repartiţia reală a cîmpului electromagnetic în conductorul asimilat cu o placă infinit extinsă.

Rezultă, deci, că pentru un conductor omogen, singura sursă de erori provine din abaterea faţă de o placă plană, cazul conductorului plin ($R_{int,ext}$ = 0/10 mm) fiind, din acest punct de vedere, cel mai nefavorabil dintre cele studiate, iar cel al ţevii de 90/100(mm) fiind cel mai favorabil.

Scopul principal al testelor efectuate a fost în consecinţă ilustrarea modului în care depind rezultatele de fineţea discretizării. Prezentăm în acest sens tabelele care urmează (Tabelul 2 şi 3). Tabelul 2 reprezintă valorile calculate ale amplitudinii cîmpului magnetic, reportat la

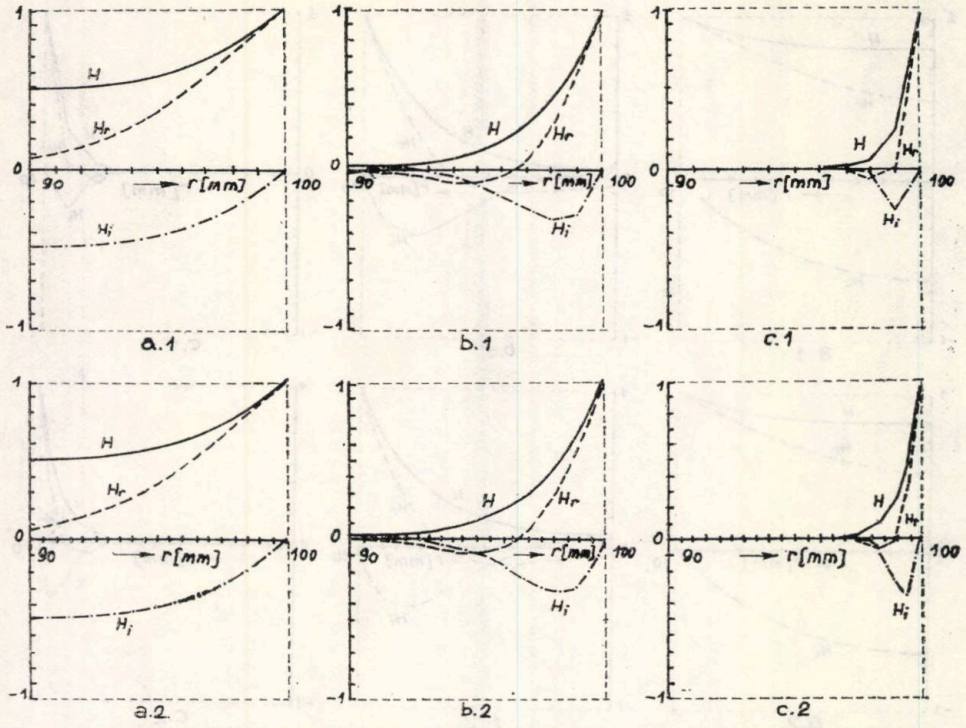


Fig. 6. Variația intensității cîmpului magnetic în interiorul conductorului tubular de 180/200 mm
a) la 50 Hz
b) la 500 Hz
c) la 5000 Hz

valoarea sa H_0 pe suprafață, iar Tabelul 3 reprezintă pierderile lineice Joule-Lentz, raportate la pătratul cîmpului de pe suprafață. Pentru comparație, în cazul conductorului cilindric plin, au fost date și pierderile lineice exacte, calculate cu formula:

$$\frac{P_l}{H_0^2} = \frac{P_s}{H_0^2} \cdot 2\pi a = 2\pi a \frac{1}{\sigma a} Re\left\{\underline{\gamma}_a \frac{I_1(\underline{\gamma}_a)}{I_0(\underline{\gamma}_a)}\right\} \tag{22}$$

$$\text{cu } \underline{\gamma} = \sqrt{j\,\omega\,\mu\,\sigma} = \sqrt{j}\,\frac{\delta}{\sqrt{2}} \tag{23}$$

care se transformă în:

$$\frac{P_l}{H_0^2} = \frac{2\pi\sqrt{2}}{\sigma} \frac{a}{\delta} \left[\frac{\text{ber}'(z)\,\text{ber}\,\varphi(z) + \text{bei}'(z)\text{bei}\,\varphi(z)}{\text{ber}\,\varphi^2(z) + \text{bei}\,\varphi^2(z)}\right] \tag{24}$$

unde ber(z) și ber(z) sînt funcțiunile lui Kelvin [10], iar z este:

$$z = \sqrt{2}\,\frac{a}{\delta} \tag{25}$$

Tabelul 2

Influența discretizării asupra valorilor calculate ale cîmpului magnetic.

a) Conductor cilindric plin Ø 20 mm

R	H/H_0 (unități relative)								
	$f = 50$ Hz			$f = 500$ Hz			$f = 5000$ Hz		
	$Np = 2$	$Np = 10$	$Np = 20$	$Np = 2$	$Np = 10$	$Np = 20$	$Np = 2$	$Np = 10$	$Np = 20$
9		0,94010	0,94032		0,67682	0,67706		0,25476	0,25864
8		0,89515	0,89561		0,46105	0,46140		0,06521	0,06721
7		0,86305	0,86377		0,31639	0,31675		0,01679	0,01762
6		0,84150	0,84247		0,21892	0,21920		0,00436	0,00467
5	0,79284	0,82809	0,82928	0,10839	0,15333	0,15352	0,09175	0,00114	0,00125
4		0,82054	0,82194		0,11056	0,11078		0,00031	0,00034
3		0,81684	0,81841		0,08555	0,08610		0,00008	0,00010
2		0,81539	0,81708		0,07414	0,07530		0,00002	0,00003
1		0,81499	0,81675		0,07079	0,07249		0,00001	0,00001
0	0,76228	0,81494	0,81693	0,02981	0,07034	0,07224	0,03069	0,00001	0,00001

b) Conductor tubular Ø 180/200 mm.

R	H/H_0 (unități relative)								
	$f = 50$ Hz			$f = 500$ Hz			$f = 5000$ Hz		
	$Np = 2$	$Np = 10$	$Np = 20$	$Np = 2$	$Np = 10$	$Np = 20$	$Np = 2$	$Np = 10$	$Np = 20$
99		0·86558	0,86558		0·64449	0,64450		0,24622	0,24659
98		0,75446	0,75447		0,41553	0,41554		0,06063	0,06081
97		0,66627	0,66628		0,26812	0,26814		0,01493	0,01500
96		0,60024	0,60025		0,17309	0,17311	0,00710	0,00368	0,00370
95	0,55374	0,55462	0,55464	0,10619	0,11139	0,11140		0,00091	0,00091
94		0,52633	0,52635		0,07080	0,07081		0,00022	0,00022
93		0,51115	0,51118		0,04411	0,04411		0,00005	0,00006
92		0,50457	0,50460		0,02804	0,02804		0,00001	0,00001
91		0,50257	0,50260		0,02132	0,02132		~0	~0
90	0,50086	0,50231	0,50234	0,01830	0,02029	0,02030	0,00006	~0	~0

Tabelul 3

Pierderi lineice calculate

a) Conductorul cilindric plin Ø 20 mm

Calculat cu N_p =	P_1/H_0^2 $W/m/(A/m)^2$		
	f = 50 Hz	f = 500 Hz	f = 5000 Hz
2	3,995 10^{-6}	2,064 10^{-5}	6,694 10^{-5}
10	4,244 10^{-6}	2,435 10^{-5}	8,279 10^{-5}
20	4,252 10^{-6}	2,461 10^{-5}	8,440 10^{-5}
exact	4,255 10^{-6}	2,468 10^{-5}	8,824 10^{-5}

b) Țeavă Ø 20/40 mm

Calculat cu N_p =	P_1/H_0^2 $W/m/(A/m)^2$		
	f = 50 Hz	f = 500 Hz	f = 5000 Hz
10	1,461 10^{-5}	5,235 10^{-5}	1,711 10^{-4}
20	1,463 10^{-5}	5,257 10^{-5}	1,727 10^{-4}

c) Țeavă Ø 180/200 mm

Calculat cu N_p =	P_1/H_0^2 $W/N/(A/m)^2$		
	g = 50 Hz	f = 500 Hz	f = 5000 Hz
2	9,100 10^{-5}	2,716 10^{-4}	8,608 10^{-4}
10	9,184 10^{-5}	2,757 10^{-4}	8,773 10^{-4}
20	9,186 10^{-5}	2,760 10^{-4}	8,789 10^{-4}

Se constată că, în cazul conductorului tubular de 90/100 mm, chiar o discretizare grosieră ($Np = 2$) asigură o precizie suficientă atît din punct de vedere al valorilor cîmpului, cît și din cel al pierderilor lineice. Concordanța este mai puțin bună în cazul conductorului plin cu diametrul de 20 mm, în care caz discretizarea cu $Np = 2$ este inacceptabilă, în special la frecvențe mari. Este de remarcat faptul că se obțin rezultate satisfăcătoare chiar pentru discretizări relativ grosiere, pentru care raportul h/δ dintre pasul discretizării și adîncimea de pătrundere este relativ mare, de ordinul unităților.

Concluzii

Avînd în vedere că la aplicarea metodei uzuale a diferențelor finite, bazată pe discretizarea ecuațiilor diferențiale ale cîmpurilor, pasul discretizării trebuie să fie mult mai mic decît adîncimea de pătrundere pentru o

redare corectă a fenomenelor, rezultă că metoda prezentată în lucrarea de față prezintă avantajul că permite discretizări mai puțin fine, fapt care conduce la economisirea memoriei și la reducerea timpului de calcul, fără a sacrifica precizia rezultatelor.

BIBLIOGRAFIE

1. *R. Răduleț*, Zur Theorie der eisenloser Inductionsöfen. Dissertation zur Erlangung der Doktorwürde, Eidgenossische Technische Hochschulle, Zürich, 1930.
2. *R. Răduleț*, Zur Vorausberechnung eisenloser Inductionsöfen, Bull. sc. Ecole Polyt., Timișoara, 1937, 7.
3. *R. Răduleț, C. I. Mocanu*, Contribuție la teoria cuptoarelor de inducție fără fier. ¦St. cercet. energetică Acad. R.P.R. 1963, 13.
4. *C. Fluerașu*, Cîmpul și acțiunile ponderomotoare ale pînzelor de curent și de flux magnetic cuasistaționar ; aplicații la formarea electromagnetică. Teză de doctorat, I.P.B., 1970.
5. *A. Bossavit*, Rapport sur l'état actuel des travaux de simulation numérique d'un four à induction destiné au rechauffage de demi-produits sidérurgiques Note E.D.F., H.I. 1793/02 (1975).
6. *W. Ames*, Numerical Methods for Partial Differential Equations, Nelson 1969, London.
7. *Corina Fluerașu*, Une méthode d'approximation pour le calcul de la pénétration du champ électromagnétique sinusoidal dans les conducteurs non-homogènes. Rev. Roum. Sci. Techn. — Electrotechn. et Energ. (în curs de apariție).
8. *A. Angot*, Complemente de matematici, Editura Tehnică Buc. 1965.
9. *L. O. Chua*, Computer-Aided Analysis of Electronic Circuits, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1975.
10. *Janke, Emde, Lösch*, Tafeln Höherer Funktionen, B. G. Teubner Verl., Stuttgart, 1960.

Une méthode d'approximation pour le calcul de la pénétration du champ électromagnétique sinusoidal dans les conducteurs cylindriques non-homogènes

On présente une méthode numèrique pour le calcul de la penetration du champ electromagnétique sinusoidal dans les conducteurs cylindriques, basseé sur la répresentation des plaques conductrices minces par des nappes de courants et de flux magnétique. La méthode permet l'utilisation des réseaux de discretisation moins fins que ceux imposés par la méthode des differences finies baseé sur la discretisation des equations du Maxwell, avec des consequences favorables au point de vue memoire et temps de calcul.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 4

ELECTRONICĂ

C.Z.: 621.396.611
536.7

VARIATIONAL ANALYSIS OF NONLINEAR ELECTRICAL NETWORKS. II. RLC NETWORKS

D. STANOMIR *

Here we treat networks which are built up from nonlinear resistors, inductors, capacitors and ideal drivers (current and voltage sources), briefly R L C networks. It is shown that the motion equations can be derived from a variational-thermodynamic principle and that there are two dual descriptions.

1. Topology of R L C networks

The vectors of voltages (currents) associated with some specified circuits elements are denoted as follows.

By assumption (see [9]) for any given network there is a tree which contains all the ideal voltage sources. Their vectors are denoted by $\mathbf{u}_E$ and $\mathbf{i}_E$. The corresponding co-tree includes all the ideal current sources. Their vectors are denoted by $\mathbf{u}_J$ and $\mathbf{i}_J$.

The resistors may be found in the tree (their vectors being denoted by $\mathbf{u}_G$ and $\mathbf{i}_G$) as well as in the co-tree (their vectors being denoted by $\mathbf{u}_R$ and $\mathbf{i}_R$).

The capacitors will be placed in the tree, their vectors being denoted by $\mathbf{u}_C$ and $\mathbf{i}_C$. If there exist loops which contain capacitors (or capacitors and ideal voltage source) only, then some capacitors must be placed in the co-tree, the vectors of these capacitors being denoted by $\mathbf{u}_D$ and $\mathbf{i}_D$.

The inductors will be placed in the co-tree, their vectors being denoted by $\mathbf{u}_L$ and $\mathbf{i}_L$. If there exist cut-sets which contains inductors (or inductors and ideal current sources) only, then some inductors must be placed in the tree, the vectors of these inductors being denoted by $\mathbf{u}_\Gamma$ and $\mathbf{i}_\Gamma$.

It is understood that a tree has been picked so that the aforementioned conditions be satisfied.

The vectors $\mathbf{u}$, which contains all branch voltages, and $\mathbf{i}$, which contains all branch currents, can be partitioned as follows

$$\begin{cases} \mathbf{u} = [\underbrace{\mathbf{u}_E^T,\ \mathbf{u}_C^T,\ \mathbf{u}_G^T,\ \mathbf{u}_\Gamma^T}_{\text{tree}};\ \underbrace{\mathbf{u}_D^T,\ \mathbf{u}_R^T,\ \mathbf{u}_L^T,\ \mathbf{u}_J^T}_{\text{co-tree}}]^T, \\ \mathbf{i} = [\underbrace{\mathbf{i}_E^T,\ \mathbf{i}_C^T,\ \mathbf{i}_G^T,\ \mathbf{i}_\Gamma^T}_{\text{tree}};\ \underbrace{\mathbf{i}_D^T,\ \mathbf{i}_R^T,\ \mathbf{i}_L^T,\ \mathbf{i}_J^T}_{\text{co-tree}}]^T \end{cases} \tag{1}$$

Manuscript received 31 May 1980
* Associated Professor Chair of Radiocommunication

According to (1) the F matrix, [1], is partitioned as follows

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{ED} & \mathbf{F}_{ER} & \mathbf{F}_{EL} & \mathbf{F}_{EJ} \\ \mathbf{F}_{CD} & \mathbf{F}_{CR} & \mathbf{F}_{CL} & \mathbf{F}_{CJ} \\ \mathbf{0} & \mathbf{F}_{GR} & \mathbf{F}_{GL} & \mathbf{F}_{GL} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{F}_{\Gamma J} & \mathbf{F}_{\Gamma J} \end{bmatrix} \tag{2}$$

where the corresponding submatrices have adequate sizes.

In the sequel we need the following

DEFINITION 1. A tree in a network is called *a normal tree* if

— it includes all the ideal voltage sources,
— it does not include any ideal current source,
— it include as much as possible capacitors,
— it includes as less as possible inductors.

This concept was firstly introduced by Bryant, [2].

It may be shown that every network has a normal tree. We remark that we have chosen a normal tree.

DEFINITION 2. A network is said to possess *excess elements* if it contains at least a loop including capacitors (and ideal voltage source) only or (and) a cut-set including inductors (and ideal current sources) only.

Clearly, if a network has no excess elements then

$$\mathbf{F}_{CD} = \mathbf{0}, \ \mathbf{F}_{ED} = 0, \ \mathbf{F}_{\Gamma L} = \mathbf{0}, \ \mathbf{F}_{\Gamma J} = \mathbf{0}.$$

In any network there exist two linear bases :

— the curent basis which is the link-branch current vector, i.e.

$$\mathbf{i}_t = [\mathbf{i}_D^T, \ \mathbf{i}_R^T, \ \mathbf{i}_L^T, \ \mathbf{i}_J^T]^T ; \tag{3}$$

— the voltage basis which is the tree-branch voltage vector, i.e.

$$\underset{*}{\mathbf{u}_t} = [\mathbf{u}_E^T, \ \mathbf{u}_C^T, \ \mathbf{u}_G^T, \ \mathbf{u}_\Gamma^T]^T. \tag{4}$$

The tree-branch currents can be expressed through the link-branch currents as follows

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_E &= -\mathbf{F}_{ED}\,\mathbf{i}_D - \mathbf{F}_{ER}\,\mathbf{i}_R - \mathbf{F}_{EL}\,\mathbf{i}_L - \mathbf{F}_{EJ}\,\mathbf{i}_J, \\ \mathbf{i}_C &= -\mathbf{F}_{CD}\,\mathbf{i}_D - \mathbf{F}_{CR}\,\mathbf{i}_R - \mathbf{F}_{CL}\,\mathbf{i}_L - \mathbf{F}_{CJ}\,\mathbf{i}_J, \\ \mathbf{i}_G &= -\mathbf{F}_{GR}\,\mathbf{i}_R - \mathbf{F}_{GL}\,\mathbf{i}_L - \mathbf{F}_{GJ}\,\mathbf{i}_J, \\ \mathbf{i}_\Gamma &= -\mathbf{F}_{\Gamma L}\,\mathbf{i}_L - \mathbf{F}_{\Gamma J}\,\mathbf{i}_J. \end{aligned} \tag{5}$$

The link-branch voltages can be expressed through tree-branch voltages as follows

$$\begin{aligned}
\mathbf{u}_D &= \mathbf{F}_{ED}^T\ \mathbf{u}_E + \mathbf{F}_{CD}^T\ \mathbf{u}_C,\\
\mathbf{u}_R &= \mathbf{F}_{ER}^T\ \mathbf{u}_E + \mathbf{F}_{CR}^T\ \mathbf{u}_C + \mathbf{F}_{GR}^T\ \mathbf{u}_G,\\
\mathbf{u}_L &= \mathbf{F}_{EL}^T\ \mathbf{u}_E + \mathbf{F}_{CL}^T\ \mathbf{u}_C + \mathbf{F}_{GL}^T\ \mathbf{u}_G + \mathbf{F}_{\Gamma L}^T\ \mathbf{u}_\Gamma,\\
\mathbf{u}_J &= \mathbf{F}_{EJ}^T\ \mathbf{u}_E + \mathbf{F}_{CJ}^T\ \mathbf{u}_C + \mathbf{F}_{GJ}^T\ \mathbf{u}_G + \mathbf{F}_{\Gamma J}^T\ \mathbf{u}_\Gamma.
\end{aligned} \tag{6}$$

2. Energy functions of a R L C network

For the first lagrangean description we take the link-branch electrical charges as a basis (generalized coordinates). We must assume that all inductors and resistors are current-controlled whereas all capacitors are charge-controlled.

So we can form the following energy or power functions

$$\begin{aligned}
T^* &= \int_0^{\mathbf{i}_L} \boldsymbol{\Psi}_L^T\ \delta\,\mathbf{i}_L + \int_{\mathbf{q}}^{\mathbf{i}_\Gamma} \boldsymbol{\Psi}_\Gamma^T\ \delta\,\mathbf{i}_\Gamma = T_L^* + T_\Gamma^*,\\
V &= \int_0^{\mathbf{q}_C} \mathbf{u}_C^T\ \delta\,\mathbf{q}_C + \int_0^{\mathbf{q}_D} \mathbf{u}_D^T\ \delta\,\mathbf{q}_D = V_C + V_D.\\
\mathcal{A}_E &= -\,\mathbf{u}_E^T\ \delta\,\mathbf{q}_E, \quad \mathfrak{L} = T^* - V,\\
\mathcal{G} &= \int_0^{\mathbf{i}_G} \mathbf{u}_R^T\ \delta\,\mathbf{i}_R + \int_0^{\mathbf{i}_R} \mathbf{u}_G^T\ \delta\,\mathbf{i}_G = \mathcal{G}_R + \mathcal{G}_G.
\end{aligned} \tag{7}$$

The functions which enter (7) are composite functions so that when a derivative is to be taken then one must write extensively

$$\begin{aligned}
T^* = T^*(\mathbf{i}_L,\ \mathbf{i}_\Gamma) &= T^*(\mathbf{i}_L) + T_\Gamma^*(\mathbf{i}_\Gamma) = T^*(\mathbf{i}_L) + \hat{T}_\Gamma^*(\mathbf{i}_L,\ \mathbf{i}_J) =\\
&= T^*(\mathbf{i}_L) + T_\Gamma^* \bigcirc (-\mathbf{F}_{\Gamma L}\ \mathbf{i}_L - \mathbf{F}_{\Gamma J}\ \mathbf{i}_J).
\end{aligned}$$

Comments 1.

In taking the virtual variation of energy (or power) functions one must take into account some facts.

a) If the generalized velocities of the generalized coordinates obey to some homogeneous relations (e.g. Kirchhoff theorems), then the virtual variations of the generalized coordinates obey to the same relations,

this fact stemming from the definition of the virtual variations, [7], [10]. Some authors prove this fact analytically, [4].

b) The ideal current sources, whose vector is $\mathbf{i}_J$, appear as parameters in energy (or power) functions so that their virtual variations are identically zero since they are prescribed time functions.

3. Motion equations of a R L C network

Now, we calculate the first virtual variation for the action integral of the modified lagrangean $\mathfrak{L} + \mathcal{A}_E$, taking into account that the virtual variations of the generalized coordinates must vanish at both ends. We get

$$\delta \int_{t_2}^{t_1} [\mathfrak{L} + \mathcal{A}_E]\, dt = \int_{t_2}^{t_1} [\delta \mathfrak{L} + \delta \mathcal{A}_E]\, dt = \int_{t_2}^{t_1} [\mathbf{f}_D^T\ \delta \mathbf{q}_D + \mathbf{f}_R^T\ \delta \mathbf{q}_R + \mathbf{f}_L^T\ \delta \mathbf{q}_L]\, dt,$$

(we have put $\delta \mathbf{q}_J = \mathbf{0}$)
where $\mathbf{f}_D$ (respectively $\mathbf{f}_R$ and $\mathbf{f}_L$) is *the thermodynamic force associated with the vector* $\delta \mathbf{q}_D$ (respectively $\delta \mathbf{q}_R$ and $\delta \mathbf{q}_L$).

By calculation we get further

$$\begin{aligned}
\mathbf{f}_D^T &= -\frac{\partial V_D}{\partial \mathbf{q}_D} - \frac{\partial V_C}{\partial \mathbf{q}_C}\frac{\partial \mathbf{q}_C}{\partial \mathbf{q}_D} - \frac{\partial \mathcal{A}_E}{\partial \mathbf{q}_E}\frac{\partial \mathbf{q}_E}{\partial \mathbf{q}_D} = \\
&= -\mathbf{u}_D^T + \mathbf{u}_C^T\ \mathbf{F}_{CD} + \mathbf{u}_E^T\ \mathbf{F}_{ED}; \\
\mathbf{f}_R^T &= -\frac{\partial V_C}{\partial \mathbf{q}_C}\frac{\partial \mathbf{q}_C}{\partial \mathbf{q}_R} + \frac{\partial \mathcal{A}_E}{\partial \mathbf{q}_E}\frac{\partial \mathbf{q}_E}{\partial \mathbf{q}_R} = \\
&= \mathbf{u}_C^T\ \mathbf{F}_{CR} + \mathbf{u}_E^T\ \mathbf{F}_{ER}; \qquad (9) \\
\mathbf{f}_L^T &= -\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial T_L^*}{\partial \mathbf{i}_L}\right] - \frac{d}{dt}\left[\frac{\partial T_\Gamma^*}{\partial \mathbf{i}_\Gamma}\frac{\partial \mathbf{i}_\Gamma}{\partial \mathbf{q}_L}\right] - \\
&\quad - \frac{\partial V_C}{\partial \mathbf{q}_C}\frac{\partial \mathbf{q}_C}{\partial \mathbf{q}_L} - \frac{\partial \mathcal{A}_E}{\partial \mathbf{q}_E}\frac{\partial \mathbf{q}_E}{\partial \mathbf{q}_L} = \\
&= -\mathbf{u}_L^T + \mathbf{u}_\Gamma^T\ \mathbf{F}_{\Gamma L} + \mathbf{u}_C^T\ \mathbf{F}_{CL} + \mathbf{u}_E^T\ \mathbf{F}_{EL}.
\end{aligned}$$

The virtual differential of the content $\mathcal{G}$ is given by

$$\delta \mathcal{G} = \tilde{\mathbf{f}}_D^T\ \delta \mathbf{i}_D + \tilde{\mathbf{f}}_R^T\ \delta \mathbf{i}_R + \tilde{\mathbf{f}}_L^T\ \delta \mathbf{i}_L, \qquad (10)$$

(here we have $\delta \mathbf{i}_J = \mathbf{0}$)

where $\tilde{\mathbf{f}}_D$ (respectively $\tilde{\mathbf{f}}_R$ and $\tilde{\mathbf{f}}_L$) is the *dissipative force associated with the vector* $\delta\mathbf{i}_D$ (respectively $\delta\mathbf{i}_R$ and $\delta\mathbf{i}_L$).

We get

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{f}}_R^T &= \frac{\partial \mathcal{G}_R}{\partial \mathbf{i}_R} + \frac{\partial \mathcal{G}_G}{\partial \mathbf{i}_G}\frac{\partial \mathbf{i}_G}{\partial \mathbf{i}_R} = \mathbf{u}_R^T - \mathbf{u}_G^T\,\mathbf{F}_{GR}; \\ \tilde{\mathbf{f}}_L^T &= \frac{\partial \mathcal{G}_G}{\partial \mathbf{i}_G}\frac{\partial \mathbf{i}_G}{\partial \mathbf{i}_L} = -\mathbf{u}_G^T\,\mathbf{F}_{GL}; \quad \tilde{\mathbf{f}}_D^T = \mathbf{0} \end{aligned} \tag{11}$$

Equating the thermodynamic forces to the dissipative forces coresponding to each vector we get

$$\begin{cases} \mathbf{f}_D = \mathbf{0}, \\ \mathbf{f}_R = \mathbf{f}_R, \\ \mathbf{f}_L = \mathbf{f}_L \end{cases} \tag{12}$$

i.e. the first three equations of (6), that is the Kirchhoff voltage theorem. This approach cannot give the voltages accross the ideal current sources since a current source can accept any voltage at its terminals. As we emphasized the current of the vector $\mathbf{i}_E$ appear as time parameters in the expressions of the other currents.

So we have obtained

THEOREM 1. Consider an electrical network which is built up from q-controlled capacitors, i-controlled inductors and resistors, ideal voltage sources as well as ideal current sources. Then a set of link-branch charges and currents corresponds to a natural motion (i.e. a distribution compatible with Kirchhoff voltage theorem) if and only if the thermodynamic forces equal the dissipative forces.

In the second (dual) lagrangean description we take the electrical fluxes in the tree-branches as a basis (generalized coordinates). Now we must assume that all the capacitors and resistors are voltage controlled whereas all the inductors are flux controlled.

We construct the following energy (power) functions

$$\begin{aligned} V^* &= \int_0^{\mathbf{u}_C} \mathbf{q}_C^T\,\delta\mathbf{u}_C + \int_0^{\mathbf{u}_D} \mathbf{q}_D^T\,\delta\mathbf{u}_D = V_C^* + V_D^*, \\ T &= \int_0^{\boldsymbol{\Psi}_\Gamma} \mathbf{i}_\Gamma^T\,\delta\boldsymbol{\Psi}_\Gamma + \int_0^{\boldsymbol{\Psi}_L} \mathbf{i}_L^T\,\delta\boldsymbol{\Psi}_L = T_\Gamma + T_L, \\ \mathcal{A}_J &= -\mathbf{i}_J^T\,\delta\boldsymbol{\Psi}_J, \quad \mathfrak{L}^* = V^* - T, \\ \mathcal{J} &= \int_0^{\mathbf{u}_G} \mathbf{i}_G^T\,\delta\mathbf{u}_G + \int_0^{\mathbf{u}_R} \mathbf{i}_R^T\,\delta\mathbf{u}_R = \mathcal{J}_G + \mathcal{J}_R. \end{aligned} \tag{13}$$

Then we take the first virtual variation of the dual modified lagrangean $\mathfrak{L}^* + \mathcal{A}_J$ and get

$$\delta \int_{t_2}^{t_1} [\mathfrak{L}^* + \mathcal{A}_J] \, dt = \int_{t_2}^{t_1} [\delta \mathfrak{L}^* + \delta \mathcal{A}_J] \, dt = \tag{14}$$

$$= \int_{t_2}^{t_1} [\mathbf{f}_C^T \, \delta \mathbf{\Psi}_D + \mathbf{f}_G^T \, \delta \mathbf{\Psi}_G + \mathbf{f}_I^T \, \delta \mathbf{\Psi}_I] \, dt,$$

where $\mathbf{f}_C$ (respectively $\mathbf{f}_G$ and $\mathbf{f}_I$) is *the thermodynamic force associated* with $\delta \mathbf{\Psi}_C$ (respectively with $\delta \mathbf{\Psi}_G$ and $\delta \mathbf{\Psi}_I$).

The first virtual variation of $\mathfrak{J}$ is expressed by

$$\delta \mathfrak{J} = \tilde{\mathbf{f}}_C^T \, \delta \mathbf{u}_C + \tilde{\mathbf{f}}_G^T \, \delta \mathbf{u}_G + \tilde{\mathbf{f}}_I^T \, \delta \mathbf{\Psi}_I. \tag{15}$$

Equating the thermodynamic forces to the dissipative forces we get (in a similar way)

THEOREM 2. Consider an electrical network which is built up from u-controlled capacitors and resistors, -controlled inductors, ideal current sources as well as ideal voltage sources. Then a set of tree-branch fluxes and voltages correspons to a natural motion (i.e. a distribution compatible with Kirchhoff current theorem) if and only if the thermodynamic forces equal the dispative forces.

4. Electrical networks and Onsager relations

The equations (12) and those which correspond to the dual description express the fact that the dissipation which occurs in resistors is compensated by the energy injected by the thermodynamic forces (stemming from reactive elements and ideal drivers).

At the same time equations (12) and their dual equations are evolutions equatios since they allow to find link-branch charge (respectively tree-branch fluxes) by use of the constitutive relations of the R L C elements. We shall treat this problem in a forthcoming paper.

Now, we remark that in finding the variational description we have used homogeneous bases, i.e. bases which contains physical quantities of the same type, [8], charges and currents or fluxes and voltages. This leads to the fact that the lagrangeans contains functions which reduce to quadratic forms when the network is linear.

It is known, [3], [6], that for linear systems the thermodynamic forces can be linearly expressed as functions of fluxes (intensive variables) and that the matrix associated with this representation is symmetric and is called phenomenological coefficient matrix. Meixner, [5], has shown that electrical networks exhibit this property. Here we generalize these facts for nonlinear electrical networks.

To this end we consider the dissipative forces (first variational description) and rewrite them by use of the constitutive relations of the resistors, i.e.

$$\mathbf{u}_R = R_l(\mathbf{i}_R),\ \mathbf{u}_G = R_l(\mathbf{i}_G). \tag{16}$$

We get

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{f}}_D = \mathbf{0}, \\ \tilde{\mathbf{f}}_R = \mathbf{R}_l\,(\mathbf{i}_R) - \mathbf{F}_{GR}^T\,\mathbf{R}_l\bigcirc(-\mathbf{F}_{GR}\,\mathbf{i}_R - \mathbf{F}_{GL}\,\mathbf{i}_L - \mathbf{F}_{GJ}\,\mathbf{i}_J), \\ \tilde{\mathbf{f}}_L = \mathbf{F}_{GL}^T\,\mathbf{R}_l\bigcirc(-\mathbf{F}_{GR}\,\mathbf{i}_R - \mathbf{F}_{GL}\,\mathbf{i}_L - \mathbf{F}_{GJ}\,\mathbf{i}_J). \end{cases} \tag{17}$$

Now, we calculate the first virtual variation of the thermodynamic forces taking into account that they equal the dissipative forces and these last can be expressed through (17), We get

$$\delta\mathbf{f}_D = \delta\tilde{\mathbf{f}}_D,\ \delta\mathbf{f}_R = \delta\tilde{\mathbf{f}}_R,\ \delta\mathbf{f}_L = \delta\tilde{\mathbf{f}}_L,$$

or in a matrix formulation

$$\begin{bmatrix} \delta\mathbf{f}_D \\ \delta\mathbf{f}_R \\ \delta\mathbf{f}_L \end{bmatrix} = \mathbf{M}_i \begin{bmatrix} \delta\mathbf{i}_D \\ \delta\mathbf{i}_R \\ \delta\mathbf{i}_L \end{bmatrix} \tag{18}$$

where the matrix $\mathbf{M}_i$ is of the form given in Table 1.

Table 1

Phenomenological coefficient matrix for nonlinear electrical networks.

$$\mathbf{M}_i = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & \dfrac{\partial \mathbf{u}_R}{\partial \mathbf{i}_R} + \mathbf{F}_{GR}^T \dfrac{\partial \mathbf{u}_G}{\partial \mathbf{i}_G}\,\mathbf{F}_{GR} & \mathbf{F}_{GR}^T \dfrac{\partial \mathbf{u}_G}{\partial \mathbf{i}_G}\,\mathbf{F}_{GL} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{F}_{GL}^T \dfrac{\partial \mathbf{u}_G}{\partial \mathbf{i}_G}\,\mathbf{F}_{GR} & \mathbf{F}_{GL}^T \dfrac{\partial \mathbf{u}_G}{\partial \mathbf{i}_G}\,\mathbf{F}_{GL} \\ \hline \end{array}$$

$$\mathbf{M}_u = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \mathbf{F}_{CR} \dfrac{\partial \mathbf{i}_R}{\partial \mathbf{u}_R}\,\mathbf{F}_{CR}^T & \mathbf{F}_{CR} \dfrac{\partial \mathbf{i}_R}{\partial \mathbf{u}_R}\,\mathbf{F}_{GR}^T & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{F}_{GR} \dfrac{\partial \mathbf{i}_R}{\partial \mathbf{u}_R}\,\mathbf{F}_{CR}^T & \dfrac{\partial \mathbf{i}_G}{\partial \mathbf{u}_G} + \mathbf{F}_{GR} \dfrac{\partial \mathbf{i}_R}{\partial \mathbf{u}_R}\,\mathbf{F}_{GR}^T & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \hline \end{array}$$

In a similar way for the dual description we obtain

$$\begin{bmatrix} \delta \mathbf{i}_C \\ \delta \mathbf{i}_G \\ \delta \mathbf{i}_\Gamma \end{bmatrix} = \mathbf{M}_u \begin{bmatrix} \delta \mathbf{u}_C \\ \delta \mathbf{u}_G \\ \delta \mathbf{u}_\Gamma \end{bmatrix}, \tag{19}$$

where the matrix $\mathbf{M}_u$ is of the form given in Table 1.

One proves without difficulty that

$$\mathbf{M}_i^T = \mathbf{M}_i \text{ and } \mathbf{M}_u^T = \mathbf{M}_u, \tag{20}$$

taking into account that $\mathbf{R}_l$ and $\mathbf{R}_l$ are diagonal mappings.

So we have obtained

THEOREM 3. Consider a R L C network which is described through a homogeneous basis ($\mathbf{q}_t$, $\mathbf{i}_t$ or $\mathbf{\Psi}_t$, $\mathbf{u}_t$). Then in any virtual tangent manifold (around an operating point) the thermodynamic forces obey Onsager relations (of course the phenomenological coefficients may depend on the operating point).

The assumption that the basis is homogeneous is essential. We will show that if the basis is a hybrid one (i.e. contains currents as well as voltages then the matrices M_i and M_u contain skew-symmetric submatrices therefore apart from Onsager coefficients we also have Casimir coefficients.

REFERENCES

1. *Balabanian N., Bickart Th.*, Teoria modernă a circuitelor electrice (traducere din l. engleză). Editura tehnică, Bucureşti, 1974.
2. *Bryant P. R.*, IRE Trans. on Circuit Theory, vol. CT-9, no. 3, pp. 303—306, Sept., 1962.
3. *Flower J. O.*, Journ. of Franklin Inst., vol. 291, no. 2, pp. 121—136, 1971.
4. *Jones D. L., Evans F. J.*, Journ. of Franklin Inst., vol. 295, no. 1, pp. 9—23, 1973.
5. *Meixner J.*, Thermodynamics of electrical networks and the Onsager-Casimir principle. Mathemat. Physics, vol. 4, no. 2, pp. 154—165, 1963.
6. *Prigogine Il.*, Introduction to the thermodynamics of irreversible processes. Interscience Publishers, New York, 1962.
7. *Stanomir D.* Elemente acustice în sistemele de transmisiune. Teză de doctorat. Institutul Politehnic Bucureşti, 1973.
8. *Stanomir D.*, Revue roum. sci. techn. série Electr. et Energ., vol. 22, no. 4, pp. 529—534, 1977.
9. *Stanomir D.*, Bul. Inst. Politehnic Bucureşti, Seria Electrotehnică, vol. XLII, nr. 1, ian-febr pp., 99—108, 1980.
10. *Stanomir D.* Teoria fizică a sistemelor electromecanice. În curs de publicare la Editura Academiei R.S.R.

Analiza variaţională a circuitelor electrice neliniare II Circuite RLC

În lucrare este prezentată descrierea variaţională a circuitelor electrice neliniare care conţin elemente de circuit R L C precum şi surse ideale. Se arată că există două descrieri variaţionale duale. Formularea adoptată pune în evidenţă forţele disipative şi forţele termodinamice din egalarea cărora decurg ecuaţiile de evoluţie. Totodată se arată că această clasă de reţele satisface relaţii de tip Onsager în varietatea virtuală tangentă în jurul unui punct de funcţionare.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 4

C Z. : 62—52
519.281.2

ON CRITERION SELECTION IN PREDICTION ERROR IDENTIFICATION OF LEAST-SQUARES MODELS

T. SÖDERSTRÖM, P STOICA *

It is shown that in the case of least-squares models a fairly general class of prediction error criteria give the same parameter estimate (which is the common minimizing element of those criteria). Moreover, the criteria have no other stationary point.

1. Introduction

The prediction error (PE) estimates of a dynamic system are obtained by minimizing some suitable scalar functions of the innovation covariance matrix, cf e.g. [3]. It is an interesting matter to investigate if and how the choice of functions will influence the estimates, see e.g. [1].

A simple answer to the above question can be obtained if the model has the least-squares (LS) structure. Thus it was shown in [5] that in such a case a fairly large class of functions give the same accuracy of estimates.

In this paper we extend the quoted result of [5], proving that the class of PE methods considered in [5] give, when applied to LS structure, the same estimate.

2. Preliminaries

Let $y(t)$ (of dimension ny) denote the output and $u(t)$ (of dimension nu) denote the input at time t of a stochastic discrete time dynamic system. Consider models of the following form

$$y(t) + A_1 y(t-1) + \ldots + A_{na}\, y(t-na) = B_1 u(t-1) + \ldots + B_{nb}\, u(t-nb) + \varepsilon(t), \tag{2.1}$$

where $\{A_i\}$ and $\{B_j\}$ are matrices of appropriate dimensions and $\varepsilon(t)$, $t = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ are the residuals assumed to be a sequence of independent and identically distributed random variables. The vector diffe-

Manuscript received 8 September 1980
* Docent, Uppsala University; Lecturer, Dept. Automatic Control

rence equation (2.1) is usually called the LS model or the LS structure since it is well suited for linear least squares estimation of the coefficient matrices [2, 4, 7].

Introduce the parameter matrix

$$\theta^T = [A_1 \dots A_{na} \quad B_1 \dots B_{nb}] \tag{2.2}$$

The residuals $\varepsilon(\cdot)$ are via (2.1) a function of θ. In order to stress this fact we will use the notation $\varepsilon(t, \theta)$. The interpretation of $\varepsilon(\cdot)$ as one-step prediction errors (or innovations) is well known.

Let $Q(\theta)$ be the sample covariance matrix of $\varepsilon(t, \theta)$:

$$Q(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N} \varepsilon(t, \theta)\varepsilon(t, \theta)^T \tag{2.3}$$

where N denotes the number of data.

A PE estimate $\hat{\theta}$ of the parameter matrix θ is obtained by minimizing some suitable scalar function $h(\cdot)$ of $Q(\theta)$, e.g. [3],

$$\hat{\theta} = \arg\min_{\theta} h(Q(\theta)), \tag{2.4}$$

The behaviour of the estimate (2.4) as N tends to infinity is investigated in [3] under very general conditions on the system generating the data. It is shown to be the same for a fairly large class of functions $h(\cdot)$. We shall not be concerned here with convergence properties of $\hat{\theta}$. Instead, we shall investigate if the choice of $h(\cdot)$ influences the estimate (2.4) for a finite N.

The set of suitable functions $\{h(\cdot)\}$ will have symmetric positive definite matrices as domain. They are further assumed to be differentiable with a positive definite matrix $H = H(Q)$ of first order derivatives, defined as

$$H = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial h}{\partial Q_{11}} & \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial h}{\partial Q_{12}} & \dots & \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial h}{\partial Q_{1ny}} \\ \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial h}{\partial Q_{12}} & \dfrac{\partial h}{\partial Q_{22}} & & \vdots \\ \vdots & & & \\ \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial h}{\partial Q_{1ny}} & \dots\dots\dots & & \dfrac{\partial h}{\partial Q_{ny\,ny}} \end{bmatrix} > 0 \tag{2.5}$$

The reason for introducing the „1/2" in the non diagonal elements is that care is necessary when taking gradients with respect to a symmetric matrix cf [8]. The convention used in (2.5) will be convenient in the analysis here.

An alternative but equivalent characterization of the set $\{h(\cdot)\}$ is discussed in the appendix.

Two typical examples of such functions are

$$h_1(\mathbf{Q}) = \det \mathbf{Q} \qquad h_2(\mathbf{Q}) = \operatorname{tr} S\mathbf{Q}$$

where S is a symmetric positive definite weighting matrix. The corresponding matrices of first order derivatives are

$$H_1 = \det \mathbf{Q} \cdot \mathbf{Q}^{-1} \qquad H_2 = S$$

It is not difficult to show that the positive definiteness implies that $h(\mathbf{Q})$ is increasing.

Proposition 2.1 Consider a differentiable function $h(\mathbf{Q})$ such that $H = \dfrac{\partial h}{\partial \mathbf{Q}}$ is positive definite for all arguments. Then if $\mathbf{Q}_1 > \mathbf{Q}_2 > 0$ it follows that $h(\mathbf{Q}_1) > h(\mathbf{Q}_2)$.

Proof Introduce the function $f(t) = h(\mathbf{Q}_2 + t(\mathbf{Q}_1 - \mathbf{Q}_2)) - h(\mathbf{Q}_2)$ where t is a scalar variable. We have to show that $f(1) > 0$. Note that $f(0) = 0$. Moreover, $f(t)$ is differentiable and $f'(t) = \operatorname{tr} H(\mathbf{Q}_2 + t\mathbf{Q}_1 - t\mathbf{Q}_2) \cdot (\mathbf{Q}_1 - \mathbf{Q}_2)$. Since both H and $\mathbf{Q}_1 - \mathbf{Q}_2$ are positive definite it is concluded that $f'(t) > 0$. The proposition then follows from its well-known scalar version.

Remark: If H is positive definite and $\mathbf{Q}_1 - \mathbf{Q}_2$ is only non negative definite but not identical zero it is still true that $h(\mathbf{Q}_1) > h(\mathbf{Q}_2)$.

For future purposes we introduce the notations

$$\varphi(t) = [-y(t-1)^T \dots -y(t-na)^T\, u(t-1)^T \dots u(t-nb)^T]^T \tag{2.6}$$

$$R_\varphi = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N} \varphi(t)\, \varphi(t)^T \tag{2.7}$$

$$R_{\varphi y} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N} \varphi(t)\, y(t)^T \tag{2.8}$$

$$R_y = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N} y(t)\, y(t)^T \tag{2.9}$$

The matrix R_φ will be non-singular, at least for large values of N, if the input is persistently exciting of a sufficient order and the possible feedback $y \to u$ fulfils some mild conditions, see [5]. It is assumed in the following that these conditions are valid.

The model (2.1) can now be rewritten in compact form as

$$y(t) = \varepsilon(t) + \theta^T \varphi(t) \tag{2.10}$$

3. Main results

From (2.3), (2.7) — (2.10) one can easily get a simple expression for the innovation sample covariance matrix, namely

$$Q(\theta) = R_y - \theta^T R_{\varphi y} - R_{\varphi y}^T \theta + \theta^T R_\varphi \theta \tag{3.1}$$

We then have the following simple but essential result

Proposition 3.1 Introduce the estimate

$$\hat{\theta} = R_\varphi^{-1} R_{\varphi y} \tag{3.2}$$

Then, if $\hat{\theta} \neq \theta$ it follows that

$$Q(\hat{\theta}) \leqslant Q(\theta),\ Q(\hat{\theta}) \neq Q(\theta) \tag{3.3}$$

Proof Some straight-forward calculating gives

$$Q(\theta) - Q(\hat{\theta}) = (\theta - R_\varphi^{-1} R_{\varphi y})^T R_\varphi (\theta - R_\varphi^{-1} R_{\varphi y}) = (\theta - \hat{\theta})^T R_\varphi (\hat{\theta} - \theta)$$

Since R_φ is a positive definite matrix the assertion follows immediately.

Corr Let $h(\cdot)$ be an arbitrary loss function fulfilling (2.5). Then $\hat{\theta}$, (3.2), gives the global minima of $h(Q(\theta))$.

Proof The assertion follows directly from proposition 2.1 and (3.3).

The consequence of these calculations is that the choice of the function $h(\cdot)$ has no importance for the estimate. All loss functions fulfilling (2.5) will give the same estimate.

We will now proceed to analyse in particular the possible existence of false stationary points. This aspect is interesting from a theoretical rather than a practical point of view since the optimization (2.4) can be done analytically for the present case, cf proposition 3.1.

The derivative of $h(Q(\theta))$ with respect to an arbitrary element $\theta_{\mu\nu}$ of the matrix θ can be written as

$$\frac{\partial h(Q(\theta))}{\partial \theta_{\mu\nu}} = \frac{1}{2}\left[\sum_{i=1}^{n_y}\sum_{j=1}^{n_y} \frac{\partial h(Q(\theta))}{\partial Q_{ij}} \frac{\partial Q_{ij}(\theta)}{\partial \theta_{\mu\nu}} + \sum_{i=1}^{n_y} \frac{\partial h(Q(\theta))}{\partial Q_{ii}} \frac{\partial Q_{ii}(\theta)}{\partial \theta_{\mu\nu}}\right] = \tag{3.4}$$

$$= \operatorname{tr} H \frac{\partial Q(\theta)}{\partial \theta_{\mu\nu}}$$

where the matrix H is symmetric and positive definite according to the general assumptions.

It is now possible to prove the following result.

Proposition 3.2 Consider an arbitrary differentiable function $h(Q)$ fulfilling (2.5), where $Q = Q(\theta)$ is given by (3.1). Then $\hat{\theta}$, (3.2), is the *unique* stationary point of $h(Q(\theta))$.

Proof Invoking (3.4) and the condition (2.5) it is sufficient to show that $\hat{\theta}$ is the unique stationary point of

$$h(\mathbf{Q}(\theta)) = \mathrm{tr}H\mathbf{Q}(\theta) = \mathrm{tr}HR_y - \mathrm{tr}H\theta^T R_{\varphi y} - \mathrm{tr}HR_{\varphi y}^T\theta + \mathrm{tr}H\theta^T R_\varphi \theta \tag{3.5}$$

where H is an arbitrary but constant positive definite matrix. The derivative of (3.5) with respect to the matrix θ can be found using the following differentiation rules given e.g. in [6].

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}X}\,\mathrm{tr}(XD) = D^T \tag{3.6}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}X}\,\mathrm{tr}(XDX^TC) = C^TXD^T + CXD, \tag{3.7}$$

where D, C and X are matrices of appropriate dimensions.

Some simple calculating gives

$$\frac{\partial h(\theta)}{\partial \theta} = -2R_{\varphi y}H + 2R_\varphi \theta H = 2(-R_{\varphi y} + R_\varphi \theta)H = 2R_\varphi(\theta - \hat{\theta})H \tag{3.8}$$

Since both R_φ and H are non-singular the proof is concluded.

For the considered model structure there is thus no reason for choosing any elaborated loss function $h(\mathbf{Q})$. The choice that seems to be used most common in theory, cf [2, 4, 7], is

$$h(\mathbf{Q}(\theta)) = \mathrm{tr}\mathbf{Q}(\theta) = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} \|\varepsilon(t;\ \theta)\|^2 \tag{3.9}$$

When the disturbances are gaussian distributed the maximum likelihood method is known to be equivalent to minimization of $h(\mathbf{Q}(\theta)) = \det \mathbf{Q}(\theta)$. From the above results it follows, however, that the resulting estimate will be precisely $\hat{\theta}$, (3.2).

Appendix

Consider the following two classes of differentiable functions $\{h(Q)\}$ with symmetric positive definite matrices as domain. The matrix of first order derivatives using the convention (2.5) will be denoted by H for a general argument.

$$C_1 : H > 0 \tag{A.1}$$

$$C_2 : \begin{cases} Q_1 \geqslant Q_2 > 0,\ Q_1 \neq Q_2 \text{ implies } h(Q_1) > h(Q_2) \\ \det\ H \neq 0 \end{cases} \tag{A.2}$$

It can now be proved that these two classes are equivalent.

Assertion A1 $C_1 \subset C_2$.

Proof. This result follows from the remark of proposition 2.1.

Assertion A2 $C_2 \subset C_1$

Proof. Take an arbitrary symmetric matrix C such that $C \geqslant 0$, $C \neq 0$, and a scalar $\alpha > 0$. Then from (A.2)

$$h(Q) \lhd h(Q + \alpha C) = h(Q) + \alpha trHC + 0(\alpha^2)$$

and thus $trHC \geqslant 0$. Diagonalize H as $H = S\Lambda S^T$ where S is orthogonal and Λ diagonal. Then

$$trHC = trS\Lambda S^T C = tr\Lambda(S^T CS) \geqslant 0$$

Choose $S^T CS = D$ as a diagonal matrix. We thus have $\sum_{i=1}^{N} \lambda_i d_i \geqslant 0$ for all sequences $d_1 \ldots d_n$ such that $d_i \geqslant 0$ all i, with strict inequality for at least one i. This clearly implies $H \geqslant 0$. Since by assumption $\det H \neq 0$ we conclude that $H > 0$ and the proof is finished.

REFERENCES

[1] *P. E. Caines, L. Ljung*, „Asymptotic normality and accuracy of prediction error estimators" Proc. JACC, Purdue, 1976.

[2] *R. L. Kashyap, R. E. Nasburg*, IEEE Trans. Automat. Control, vol. AC-19, pp. 784–797, Dec. 1974.

[3] *L. Ljung*, IEEE Trans. Automat. Control, vol. AC-23, pp. 770–783, Oct. 1978.

[4] *L. Ljung*, IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-21, pp. 779–781, Oct. 1976.

[5] *T. Söderström*, „Some notes on prediction error methods in system identification", Inst. of Technology, Uppsala University, Uppsala, Sweden, Report UPTEC 76 103R, Nov. 1976.

[6] *M. Athans*, The matrix minimum principle. Information and Control, vol. 11, pp. 592–606, 1968.

[7] *L. Keviczky, C. S. Bányász*, Some innovations to the multiple input multiple output identification and control. Periodica Polytechnica (Budapest), vol. 19, pp. 317–327, 1975.

[8] *J. W. Brewer*, IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-22, pp. 265–267, Apr. 1977.

Despre selecția criteriului în identificarea modelelor celor mai mici pătrate prin metoda erorii de predicție

Scopul acestui articol este de a arăta că în cazul modelelor celor mai mici pătrate, o clasă generală de criterii ale erorii de predicție conduc la aceeași estimație a parametrilor (care este dată de punctul de minim comun al acelor criterii). Mai mult, criteriile nu au alte puncte staționare.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 4

C.Z.: 681.513.5

SINTEZA SISTEMELOR OPTIMALE LINIARE CU VARIAȚII MARI ALE PARAMETRILOR

ION RUSS *

In articol se consideră problema sintezei unei comenzi optimale de sensibilitate redusă pentru sisteme liniare afectate de variații mari ale parametrilor. Procedura prezentată se bazează pe minimizarea diferenței dintre comanda dorită și comanda optimal adaptivă. Implementarea comenzii obținute este foarte simplă întrucît necesită doar rezolvarea unei ecuații de tip Riccati. Două exemple numerice permit compararea metodei propuse cu bine-cunoscuta problemă a regulatorului optimal liniar.

Introducere

Procedurile de proiectare cunoscute pentru sisteme liniare optimale supuse variației parametrilor [1 — 3] abordează, în principal, cazul deviațiilor infinit mici de la q_0, valoarea nominală a parametrilor. Aceste metode consideră introducerea în indicele de performanță original a unei forme pătratice pozitiv definite ce conține sensibilitățile stării evaluate la q_0, adică în termen de forma $\left(\frac{\partial x}{\partial q}\right)^T S \left(\frac{\partial x}{\partial q}\right)\Big|_{q_0=q^0}$.

Minimizarea indicelui astfel compus conduce, desigur, la obținerea unor traiectorii de stare relativ insensibile, dar, în ceea ce privește valoarea indicelui de performanță original ea este desigur deteriorată față de valoarea optimală. În această lucrare este prezentată o procedură de sinteză a unei comenzi optimale pentru sisteme liniare, ce comportă următoarele avantaje :

i) deviațiile parametrilor pot fi arbitrar de mari;

ii) nu este folosită o măsură a sensibilității întrucît ea este numai o proprietate „locală";

iii) utilizarea acestei legi de comandă conduce la limitarea deteriorării indicelui de performanță provocată de deviația parametrilor sistemului.

1. Formularea problemei

Se va considera problema regulatorului liniar optimal în următoarea formulare standard : fie sistemul :

$$\dot{x} = A(q)x + B(q)u \qquad x(0) = x_0 \tag{1}$$
$$x \in R^n ; u \in R^m ; q \in Q \subset R^r$$

unde mulțimea închisă Q (sau măcar cîteva puncte esențiale ale ei) se consideră cunoscută. Se dorește construcția unei comenzi cu reacție după stare de tipul :

$$u^* = -F(q)x \tag{2}$$

Manuscris predat redacției la data de 7 mai 1980
* Asistent ing. Catedra Automatică II

care să minimizeze un indice de performanţă integral-pătratic :

$$J_0 = \frac{1}{2}\int_0^{\infty}(x^T Q_0 x + u^T R_0 u)\mathrm{d}t \tag{3}$$

unde Q_0 şi R_0 sînt matrici semipozitiv, respectiv pozitiv definite.

Pentru q_0 — valoarea nominală a parametrilor — folosind notaţiile :

$$A(q_0) = A_0\,;\ B(q_0) = B_0\,;\ F(q_0) = F_0\,;\ K(q_0) = K_0$$

sistemul (1) devine :

$$\dot{x} = A_0 x + B_0 u \tag{4}$$

iar soluţia este dată de [4] :

$$u^*(q_0) = -F_0 x = -R_0^{-1} B_0^T K_0\, x \tag{5}$$

unde K_0 este soluţia ecuaţiei Riccati :

$$K_0 A_0 + A_0^T K_0 - K_0 B_0 R_0^{-1} B_0^T K_0 + Q_0 = 0 \tag{6}$$

Utilizarea comenzii optimale (5) conduce la o valoare minimă a indicelui de performanţă (3) dată de :

$$J_0^*(u^*,\ q_0) = \frac{1}{2} x_0^T K_0 x_0 \tag{7}$$

Pentru $q \neq q_0$ comanda (5) devine neoptimală şi prin utilizarea ei se obţine pentru funcţia de cost valoarea ([5] :

$$J_0^*\,(u^*,\ q) = \frac{1}{2} x_0^T P_1 x_0 \tag{8}$$

unde P_1 este soluţia ecuaţiei :

$$P_1(A - BR_0^{-1}B_0K_0) + (A - BR_0^{-1}B_0^T K_0)^T P_1 + K_0 B_0 R_0^{-1} B_0^T K_0 + Q_0 = 0 \tag{9}$$

Comanda $u^*(q_0)$ determinată în (5) este optimală numai pentru q_0. Pentru deviaţii ale parametrilor ($q \neq q_0$), comanda optimală va fi $u^*(q) \neq u^*(q_0)$. „Distanţa" dintre aceste comenzi poate fi exprimată de o normă sub forma :

$$||u^*(q_0) - u^*(q)|| = m_0(q) = \begin{cases} = 0 \text{ pentru } q = q_0 \\ > 0 \text{ pentru } q = q_0 \end{cases} \quad q \in Q \tag{10}$$

Funcţia $m_0(q)$ poate fi şi ea transformată într-un număr real astfel :

$$||m_0(q)|| = n_0, \quad q \in Q \tag{11}$$

Atunci, problema optimizării în prezenţa unor deviaţii ale parametrilor se consideră sub următoarea formă : să se construiască o lege de

comandă u ce optimizează sistemul (4) (pentru valoarea nominală q_0) cu restricția ca u să fie „apropiat" (în sensul normei (9)) de mărimile $u^*(q)$. Relațiile (10) și (11) capătă forma :

$$m(q) = ||u - u^*(q)|| \qquad q \in Q \tag{12}$$

respectiv

$$n = ||m(q)|| \qquad q \in Q$$

și se construiește un indice de performanță compus având structura :

$$\hat{J} = J_0 + n \tag{13}$$

Mărimea $\hat{u}$ care îl minimizează pe $\hat{J}$ din (13) reprezintă comanda dorită.

2. Procedură de sinteză a legii de comandă pentru sisteme liniare

Pentru cazul sistemelor liniare cu indice de performanță pătratic se consideră :

$$m(q) = \frac{1}{2}\int_0^\infty [u - u^*(q)]^T R(q) [u - u^*(q)] \, dt \tag{14}$$

respectiv :

$$n = ||m(q)|| = \sum_{i=1}^{N} m(q_i) \tag{15}$$

unde q_i, $i = 1, 2, \ldots N$ reprezintă câteva valori mai importante din mulțimea Q a valorilor parametrilor.

Utilizînd notațiile :

$$u^*(q_i) = -F_i x \; ; \; R(q_i) = R_i \tag{16}$$

indicele (13) capătă forma :

$$\hat{J} = \frac{1}{2}\int_0^\infty \left[x^T Q_0 x + u^T R_0 u + \sum_{i=1}^{N} (u + F_i x)^T R_i (u + F_i x) \right] dt \tag{17}$$

Pentru simplificarea relațiilor ce urmează se introduc următoarele notații :

$$R_0 + \sum_{i=1}^{N} R_i = \bar{R}$$

$$\sum_{i=1}^{N} R_i F_i = \bar{F} \; ;$$

$$\sum_{i=1}^{N} F_i^T R_i F_i = G \tag{18}$$

Utilizînd principiul minimului [4] pentru sistemul (4) și indicele (17) se obține sistemul canonic :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0 - B_0\bar{R}^{-1}\bar{F} & -B_0\bar{R}^{-1}B_0^T \\ -Q_0 - G + \bar{F}^T\bar{R}^{-1}\bar{F} & -(A_0 - B_0\bar{R}^{-1}\bar{F})^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ p \end{bmatrix} \tag{19}$$

și mărimea de comandă :

$$\hat{u} = -\bar{R}^{-1}[\bar{F}x + B_0^T p] \tag{20}$$

unde $p(t)$ reprezintă vectorul adjunct.

Se consideră comanda $\hat{u}$ sub forma :

$$\hat{u} = \hat{u}_1 + \hat{u}_2 \tag{21}$$

unde :

$$\hat{u}_1 = -\bar{R}^{-1}\bar{F}x\,; \quad \hat{u}_2 = -\bar{R}^{-1}B_0^T p \tag{22}$$

Atunci, sistemul (4) devine :

$$\dot{x} = (A_0 - B_0\bar{R}^{-1}\bar{F})x + B_0\hat{u}_2 \tag{23}$$

Pentru determinarea lui $\hat{u}_2$ se definește un indice integral pătratic :

$$J^* = \frac{1}{2}\int_0^\infty (x^T Q^* x + \hat{u}_2^T R^* \hat{u}_2)\,dt \tag{24}$$

unde Q^* și R^* urmează a fi determinate.

Pentru problema de optimizare formulată prin (23) și (24), aplicarea principiului minimului conduce la :

$$u_{2\,opt} = -R^{*-1}B_0^T p \tag{25}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = \begin{matrix} A_0 - B_0\bar{R}^{-1}\bar{F} & B_0 R^{*-1}B_0^T \\ -Q^* & -(A_0 - B_0\bar{R}^{-1}\bar{F})^T \end{matrix} \begin{bmatrix} x \\ p \end{bmatrix} \tag{26}$$

iar soluția pentru $\hat{u}_{2\,opt}$ este :

$$\hat{u}_{2\,opt} = -R^{*-1}B_0^T\hat{K}x \tag{27}$$

unde K este soluția ecuației Riccati :

$$\hat{K}(A_0 - B_0\bar{R}^{-1}\bar{F}) + (A_0 - B_0\bar{R}^{-1}\bar{F})^T\hat{K} - \hat{K}B_0R^{*-1}B_0^T\hat{K} + Q^* = 0 \tag{28}$$

Comparînd ecuațiile (19) și (26) se observă că dacă :

$$\begin{aligned} Q^* &= Q_0 + G - \bar{F}^T\bar{R}^{-1}\bar{F} \\ R^* &= \bar{R} \end{aligned} \tag{29}$$

atunci ele sînt identice și deci traiectoriile $x(t)$ și $p(t)$ sînt identice. Rezultă deci că comenzile $\hat{u}_2$ din (22) respectiv (25) devin identice și, ținînd seama de (20), (27) și (29) se obține pentru legea de comandă expresia :

$$\hat{u} = -\bar{R}^{-1}(\bar{F} + B_0^T\hat{K})x = -\hat{F}x \tag{30}$$

unde s-a notat :

$$\hat{F} = \bar{R}^{-1}(\bar{F} + B_0^T\hat{K})$$

Procedura de sinteză propusă cuprinde deci următoarele etape:
i) se definesc legile de comandă optimale:

$$u^*(q_i) = -F(q_i)x = -F_i x \quad i = 1, 2, \ldots N$$

în N puncte esențiale din mulțimea valorilor parametrilor. Pentru aceasta trebuie cunoscute $A(q_i) = A_i$, $B(q_i) = B_i$, se rezolvă ecuația Riccati:

$$K_i A_i + A_i^T K_i - K_i B_i R_0^{-1} B_i^T K_i + Q_0 = 0 \quad i = 1, 2, \ldots N \tag{31}$$

și se calculează:

$$F_i = R_0^{-1} B_i^T K_i$$

ii) se aleg matricile de ponderare $R(q_i) = R_i$;
iii) se calculează Q^* și R^* din (18) și (29);
iv) se verifică că matricile Q^* și R^* sînt semipozitiv, respectiv pozitiv definite;
v) se rezolvă ecuația Riccati (28);
vi) se calculează legea de comandă $\hat{u}$ din (30).

Deoarece ceea ce interesează în definitiv este valoarea indicelui (3) atunci cînd se utilizează comanda astfel determinată, se utilizează o teoremă din [5] și se obține:

$$J_0^*(\hat{u}, q) = \frac{1}{2} x_0^T P_2 x_0 \tag{32}$$

unde P_2 este soluția ecuației:

$$P_2(A - B\hat{F}) + (A - B\hat{F})^T P_2 + \hat{F}^T R_0 \hat{F} + Q_0 = 0 \tag{33}$$

Acest rezultat este util după cum se va vedea din exemplele următoare.

3. Aplicații numerice

Exemplul 1

Se consideră sistemul scalar:

$$\dot{x} = qx + u \qquad x(0) = 1$$

și indicele de performanță:

$$J_0 = \frac{1}{2} \int_0^\infty (x^2 + u^2)\, dt$$

Parametrul q variază în gama $[0, -2]$ avînd valoarea nominală $q_0 = -1$. Din mulțimea valorilor parametrului s-au considerat următoarele puncte ca esențiale: $q_1 = 0$; $q_2 = -0{,}5$; $q_3 = -1$; $q_4 = -1{,}5$; $q_5 = -2$.

S-a construit comanda $\hat{u}$ conform algoritmului prezentat pentru diferite ponderi r_i, $i = 1, \ldots s$ atașate valorilor q_i. Utilizînd relațiile (32,33) s-au calculat valorile $J_0^*(\hat{u}, q)$, rezultatele fiind prezentate în tabelul 1. Prima coloană conține valorile $J_0^*(u^*, q)$ — cînd se folosește comanda optimală „nominală" (obținută din formalismul Riccati), iar în ultima coloană sînt prezentate valorile minime ale indicelui de performanță pentru diferite valori ale parametrului q.

Pentru o mai simplă interpretare a rezultatelor, în fig. 1 este prezentată variația lui $\rho = J_0^*(\hat{u}, q)/J_0^*(\hat{u}^*, q)$ în funcție de q. Punctele situate sub axa absciselor corespund lui $\rho < 1$, deci comanda $\hat{u}$ este superioară

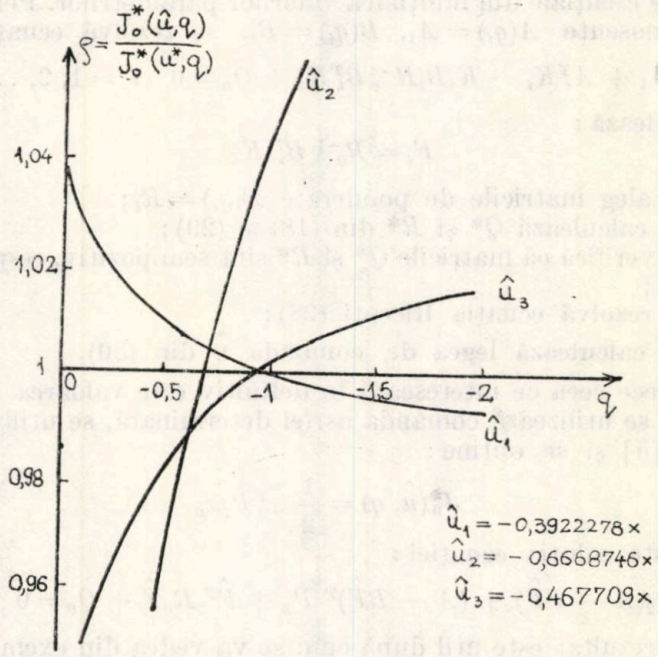


Fig. 1

Tabelul 1

Valoarea parametrului q	Valoarea indicelui de performanță				
	Comanda optimală nominală $u = -0{,}4142135$	$r_1=0{,}25$; $r_2=0{,}5$; $r_3=0$; $r_4=1{,}25$ $r_5=1{,}5$ $\hat{u}_1 = -0{,}3922278\times$	$r_1=1{,}5$; $r_2=1{,}25$; $r_3=0$; $r_4=0{,}5$; $r_5=0{,}25$ $\hat{u}_2 = -0{,}6668746\times$	$r_1=r_5=0{,}25$ $r_2=r_4=0{,}5$ $r_3=1$ $\hat{u}_3 = -0{,}467709\times$	Valoarea minimă a indicelui de performanță
	$J_0^*(u^*, q)$	$J_0^*(\hat{u}_1, q)$	$J_0^*(\hat{u}_2, b)$	$J_0^*(\hat{u}_3, q)$	
0	0,7071068	0,7354416	0,5416016	0,6514476	0,5
−0,5	0,320377	0,3233038	0,3095280	0,3148548	0,309017
−0,75	0,251580	0,2525421	0,2549134	0,2502140	0,25
−0,9	0,222866	0,2232273	0,2305101	0,2227724	0,2226811
−1	0,2071068	0,2071935	0,2166812	0,2075942	0,2071068
−1,1	0,193429	0,1933087	0,2044176	0,1943523	0,1933034
−1,25	0,175995	0,1756520	0,1884215	0,1773804	0,1753905
−1,5	0,153009	0,1524449	0,1666826	0,1548439	0,1513878
−2	0,121320	0,1205824	0,1354320	0,1234699	0,118034

comenzii optimale clasice, în timp ce în zona unde $\rho > 1$ comanda propusă se dovedește inferioară lui u^*.

Exemplul 2

Se consideră sistemul reprezentat de:

$$\dot{x} = Ax + Bu; \qquad x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

și indicele de performanță:

$$J_0 = \frac{1}{2}\int_0^\infty (x^T Q_0 x + u^T R_0 u)\, dt$$

unde

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ q_1 & q_2 \end{bmatrix};$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix};$$

Q_0 și R_0 sînt matrici unitare I_2.

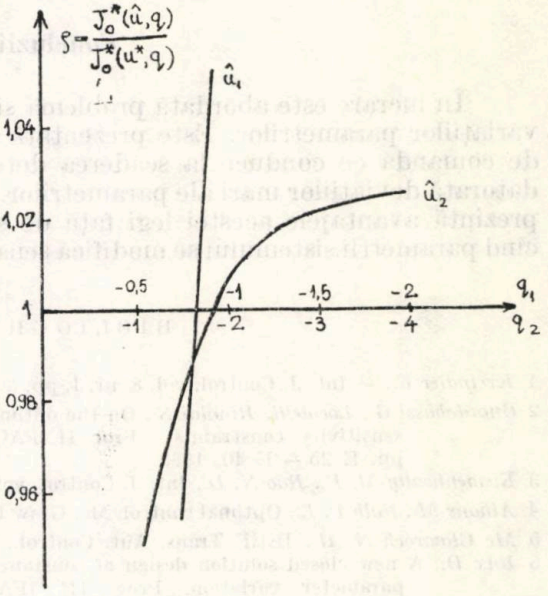


Fig. 2

Parametrul q_1 variază în gama $[0, -2]$, avînd valoarea nominală $q_{10} = -1$, iar $q_2 \in [0, -4]$ cu $q_{20} = -2$. S-au considerat următoarele perechi de valori: $q_{1i} = \{0; -0{,}5; -1; -1{,}5; -2\}$, $q_{2i} = \{0; -1; -2; -3; -4\}$, cărora li s-au atașat matricile de ponderare $R_i = r_i I_2$, $i = 1, \ldots 5$ Rezultatele obținute sînt prezentate în tabelul 2 și fig. 2.

Tabelul 2

Valoarea parametrilor		Valoarea indicelui de performanță		
		Comanda optimală nominală	$r_1 = 1{,}5$; $r_2 = 1{,}25$ $r_3 = 1$; $r_4 = 0{,}5$; $r_5 = 0{,}25$	$r_1 = r_5 = 0{,}25$ $r_2 = r_4 = 0{,}50$ $r_3 = 1$
q_1	q_2	$\hat{F} = \begin{bmatrix} 0{,}1621968 & 0{,}3077573 \\ 0{,}8057917 & 0{,}1621968 \end{bmatrix}$	$\hat{F} = \begin{bmatrix} 0{,}2346645 & 0{,}6407503 \\ 0{,}8154010 & 0{,}2346645 \end{bmatrix}$	$\hat{F} = \begin{bmatrix} 0{,}1676223 & 0{,}3896224 \\ 0{,}7759602 & 0{,}1676223 \end{bmatrix}$
0	0	1,5291013	0,8432135	1,2687198
−0,25	−0,5	0,5101207	0,4238771	0,4796756
−0,5	−1	0,2911391	0,2781906	0,2840328
−0,75	−1,5	0,,19998929	0,2054449	0,1986552
−1	−2	0,1508784	0,1622454	0,1516501
−1,25	−2,5	0,1206175	0,1337814	0,1221697
−1,50	−3	0,1002048	0,1136746	0,1020625
−1,75	−3,5	0,0911024	0,0987463	0,0927205
−2	−4	0,07455773	0,0872395	0,0765385

Din cele două exemple prezentate se observă că cel mai bun rezultat se obține atunci cînd se aleg ponderile sub forma : $r_1=r_5=0{,}25$; $r_2=r_4=0{,}50$; $r_3=1$ (comanda $\hat{u}_3$ din exemplul 1 și comanda $\hat{u}_2$ din exemplul 2). În acest caz, comanda propusă este superioară comenzii nominale pentru o gamă largă de variație a parametrilor q, iar atunci cînd ea este inferioară soluției clasice, deteriorarea ce rezultă în valoarea indicelui de performanță este relativ puțin importantă.

Concluzii

În lucrare este abordată problema sistemelor optimale liniare supuse variațiilor parametrilor. Este prezentată o metodă de sinteză a unei legi de comandă ce conduce la scăderea deteriorării valorii funcției de cost datorată deviațiilor mari ale parametrilor. Două aplicații numerice simple prezintă avantajele acestei legi față de soluția optimală clasică în cazul cînd parametrii sistemului se modifică sensibil față de valoarea lor normală.

BIBLIOGRAFIE

1 *Kreindler E.*, — Int. J. Control, vol. 8, nr. 1, pp. 89—96, 1968.

2 *Guardabassi G., Locatelli, Rinaldi S.*, On the optimization of continuous linear systems with sensitivity constraints — Proc. II IFAC Symp. on sensitivity and Adaptivity, pp. E 25 — E 40, 1968.

3 *Elementwally M. E., Rao N. D.*, Int. J. Control, vol. 19, no. 3, pp. 593—607, 1974.

4 *Athans M., Falb P. L.*, Optimal control, Mc. Graw Hill Inc., N. Y. 1966.

5 *Mc Clamroch N. H.*, IEEE Trans. Aut. Control., vol. AC—14, no. 3, pp. 282—285, 1969.

6 *Bux D.*, A new closed solution design of constant feedback control for systems with large parameter variation, Proc. III IFAC Symp. on Sensitivity, Adaptivity Optimality, pp. 225—229, 1973.

Linear Optimal System Synthesis for Large Parameter Variation.

The paper deals with the synthesis of a reduced-sensitivity optimal control for linear systems subject to large parameter variations. The method is based upon the minimization of the difference between the desired control and the adaptive-optimal control. The method is quite simple and requires only the solution of a Riccati—type equation. Two numerical examples allow the comparison between the proposed method and the well-known linear optimal regulator problem.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 4

C.Z.: 681,3.04...4

CALCULATOARE

DETECTABILITY OF LOGICAL FAULTS IN SEQUENTIAL LOGIC CIRCUITS

CRISTIAN ZERVOS, IRINA ATHANASIU *

Neccesary and sufficient conditions for the detectability of logical faults in sequential logic circuits by means of the state register are presented.

Introduction

This paper presents a classification of logical faults in sequential logic circuits from the point of view of the observability by means of the state register (i. e. by means of the states of the memory elements employed in the realization of the circuit). In this sense, a formal analysis of the behavior of sequential logic circuits in the presence of logical faults is developed. Based on this analysis, necessary and sufficient conditions for a given logical fault to be state register detectable are determined.

1. Notations and Definitions

We define a sequential automaton to be a system $M=(Q, I, O, \delta, \lambda, q_0)$ where Q is a finite set of states, $q_0 \in Q$ is the initial state, I is a finite, nonempty input alphabet, O is a finite, nonempty output alphabet, $\delta : Q \times I \to Q$ is the state transition function and $\lambda : Q \times I \to O$ is the output function. In what follows we shall make the following assumptions:

1) If X is the set of input terminals of M and Y is the set of output terminals of M then $I \subseteq \{0,1\}^{|X|}$ and $O \subseteq \{0, 1\}^{|Y|}$.

2) M is a completely specified sequential automaton; that is, δ and λ are total functions on the domain $Q \times I$.

3) Let $\hat{\delta} : Q \times I^* \to Q$ be the following recursively defined extension of the state transition function δ:

$$- (\forall q \in Q)\,(\hat{\delta}(q, e) = q);\ e \text{ denotes the empty string.}$$

$$- (\forall q \in Q)\,(\forall \omega \in I^*)\,(\forall i \in I)\,(\hat{\delta}(q, \omega\, i) = \delta(\hat{\delta}(q, \omega), i)).$$

Then,

$$(\forall q \in Q)\,(q \neq q_0 \Rightarrow q)(\exists \omega \in I^+)\,(\hat{\delta}(q_0, \omega) = q)).$$

Manuscript received 22 May 1980
Lecturer; Lecturer, Computer Dep.

Let now B be the set of memory elements (flip-flops) used in the implementation of a sequential automaton M. For every $b \in B$ we define the function $v_b : a \to \{0, 1\}$ such that for every $q \in Q$,

$$v_b(q) = \begin{cases} 0 \text{ if b is inactive in the state } q \\ 1 \text{ if b is active in the state } q. \end{cases}$$

Then, $\hat{Q} = \{u \in \{0,1\}^{|B|} \mid (\exists\, q)\,((v_1(q), \ldots, v_{|B|}(q)) = u)\}$ represents the set of state codes used in the implementation of the sequential automaton M. We define the state encoding function $V : Q \to \hat{Q}$ such that for any $q \in Q$, $V(q) = (v_1(q), \ldots, v_{|B|}(q))$.

In this paper we shall make the following assumptions regarding the implementation of a sequential automaton M:

1) $(\forall\, q, q' \in Q)\,(q = q' \Leftrightarrow V(q) = V(q'))$.

It follows that V is a bijection; hence there exists V^{-1}, the inverse state encoding function. We can now define the function $o : \hat{Q} \times I \to O$ where for any $u \in \hat{Q}$, $i \in I$, $o(u, i) = \lambda(V^{-1}(u), i)$. Moreover, for $k = 1, \ldots, |Y|$, let $o_k : \hat{Q} \times I \to \{0, 1\}$ be a function such that for any $u \in \hat{Q}$, $i \in I$, $O(u, i) = (o_1(u, i) \ldots, o_{|Y|}(u, i))$.

2) M is implemented using D-type memory elements. We can then define for every memory element $b \in B$ the control function $g_b : \hat{Q} \times I \to \{0,1\}$ such that for any $u \in \hat{Q}$, $i \in I$, $g_b(u, i) = v_b(\delta(V^{-1}(u), i))$. In addition, let $h_b : \{0, 1\} \to \{0,1\}$ be the transfer function of the memory element b; evidently h_b is the identity function (i. e. $h_b(u) = u$ for any $u \in \{0, 1\}$).

3) The implementation of M has the general structure presented in Figure 1.

On the D-input of the memory element b the combinational logic circuit (c.l.c) $\mathcal{C}$ produces the switching function $\hat{g}_b : \{0,1\}^{2|B|+|X|} \to \{0,1\}$ where for any $u \in \hat{Q}$, $i \in I$, $\hat{g}_b(u, \bar{u}, i) = g_b(u, i)$ (if $a = (a_1, \ldots, a_n)$, $a \in \{0,1\}^n$, with $n > 0$, then $\bar{a} = (\bar{a}_1, \ldots, \bar{a}_n)$). On the k-th output terminal of M, the c.l.c. $\mathcal{C}$ produces the switching function $\hat{o}_k : \{0,1\}^{2|B|+|X|} \to \{0,1\}$ such that for any $u \in \hat{Q}$, $i \in I$, $\hat{o}_k(u, \bar{u}, i) = o_k(u, i)$.

4) There exists a reset operation, denoted by R, which brings the sequential automaton M from any current state q directly into the initial state q_0. The reset operation is implemented separately from the c.l.c. $\mathcal{C}$ and pertinent wires, using special set/reset-type inputs of the memory elements.

2. The Behavior of the Implementation of a Sequential Automaton in the Presence of a Fault

Let C be the set of wires used in the implementation of a sequential automaton M. The individual branches of a fan-out node are considered

to be distinct wires. The wires employed in the implementation of the reset operation are not included in the set C.

We define a logical fault in the implementation of the sequential automaton M to be a function $F: C \cup B \to \{0,1,N\}$. where for any wire $c \in C$

$$F(c) = \begin{cases} 0 \text{ if } c \text{ is stuck-at-0 } (s-a-0) \\ 1 \text{ if } c \text{ is stuck-at-1 } (s-a-1) \\ N \text{ if } c \text{ is normal} \end{cases}$$

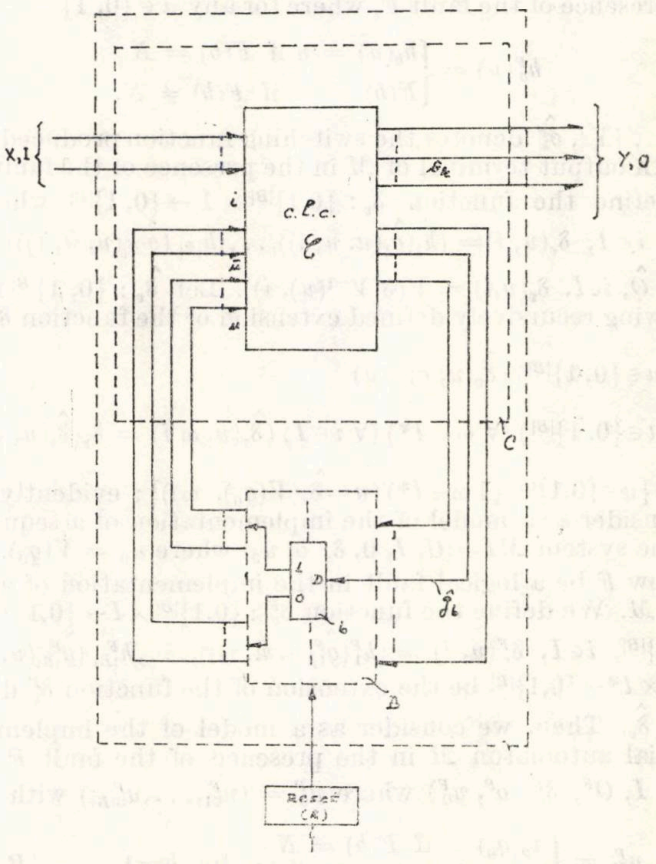


Fig. 1 General Structure of the Implementation of a Sequential Automaton M

and for any memory element $b \in B$

$$F(b) = \begin{cases} 0 \text{ if } b \text{ is stuck-at-inactive } (s-a-ia) \\ 1 \text{ if } b \text{ is stuck-at-active } (s-a-a) \\ N \text{ if } b \text{ is normal.} \end{cases}$$

The set $\mathfrak{D}(F) = \{d \in C \cup B \mid F(d) \neq N\}$ is called the domain of the logical fault F.

Let F be a logical fault in the implementation of a sequential automaton M such that $\mathcal{D}(F) \neq \emptyset$. If $\mathcal{D}(F) \cap B = \emptyset$ then F is called a strictly combinational logical fault, otherwise F is called a sequential logical fault. If $|\mathcal{D}(F)| = 1$ then F is called a singular logical fault, otherwise F is called a multiple logical fault.

Let now F be an arbitrary logical fault in the implementation of a sequential automaton M. For every memory element $b \in B$, $\hat{g}_b^F$ denotes the switching function produced by the c.l.c. $\mathcal{C}$ on the D-input of b in the presence of the fault F and $h_b^F : \{0,1\} \to \{0,1\}$ denotes the transfer function of b in the presence of the fault F, where for any $u \in \{0, 1\}$

$$h_b^F(u) = \begin{cases} h_b(u) = u & \text{if } F(b) = N \\ F(b) & \text{if } F(b) \neq N. \end{cases}$$

For $k = 1, \ldots, |Y|$, $\hat{o}_k^F$ denotes the switching function produced by the c.l.c. $\mathcal{C}$ on the k-th output terminal of M in the presence of the fault F.

We define the function $\delta_v : \{0,1\}^{|B|} \times I \to \{0,1\}^{|B|}$ where for any $u \in \{0,1\}^{|B|}$, $i \in I$, $\delta_v(u, i) = (h_1(\hat{g}_1(u, \bar{u}, i)), \ldots, h_{|B|}(\hat{g}_{|B|}(u, \bar{u}, i)))$. Evidently, for any $u \in \hat{Q}$, $i \in I$, $\delta_v(u,i) = V(\delta(V^{-1}(u), i))$. Let $\hat{\delta}_v : \{0,1\}^{|B|} \times I^* \to \{0,1\}$ be the following recursively defined extension of the function δ_v :

$$- (\forall u \in \{0,1\}^{|B|})\ (\hat{\delta}_v(u, e) = u)$$

$$- (\forall u \in \{0,1\}^{|B|})\ (\forall \omega \in I^*)\ (\forall i \in I)\ (\hat{\delta}_v(u, \omega i) = \delta_v(\hat{\delta}_v(u, \omega), i))$$

and let $G = \{u \in \{0,1\}^{|B|} / (\exists \omega \in I^*)\ (u = \hat{\delta}_v(V(q_0), \omega))\}$; evidently $G = \hat{Q}$. We can then consider as a model of the implementation of a sequential automaton M the system $MI = (G, I, 0, \delta_v, o, u_0)$ where $u_0 = V(q_0)$.

Let now F be a logical fault in the implementation of a sequential automaton M. We define the function $\delta_v^F : \{0,1\}^{|B|} \times I \to \{0,1\}^{|B|}$ where for any $u \in \{0,1\}^{|B|}$, $i \in I$, $\delta_v^F(u, i) = (h_1^F(\hat{g}_1^F(u, \bar{u}, i)), \ldots, h_{|B|}^F(\hat{g}_{|B|}^F(u, \bar{u}, i)))$. Let $\delta_v^F : \{0,1\}^{|B|} \times I^* \to \{0,1\}^{|B|}$ be the extension of the function δ_v^F defined analogously to $\hat{\delta}_v$. Then, we consider as a model of the implementation of the sequential automaton M in the presence of the fault F the system $MI^F = (G^F, I, O^F, \delta_v^F, o^F, u_0^F)$ where $u_0^F = (u_{01}^F, \ldots, u_{0|B|}^F)$ with

$$u_{0b}^F = \begin{cases} v_0(q_0) & \text{if } F(b) = N \\ F(b) & \text{if } F(b) \neq N, \end{cases} \quad \text{for } b = 1, \ldots, |B|.$$

$G^F = \{u \in \{0,1\}^{|B|} | (\exists \omega \in I^*)\ (u = \hat{\delta}_v^F(u_0^F, \omega))\}$ $o^F : G^F \times I \to \{0,1\}^{|Y|}$ is a function such that for any $u \in G^F$, $i \in I$, $o^F(u, i) = (\hat{o}_1^F(u, \bar{u}, i), \ldots, \hat{o}_{|Y|}^F(u, \bar{u}, i))$ and $O^F = \{w \in \{0,1\}^{|Y|} | (\exists u \in G^F)\ (\exists i \in I)\ (o^F(u, i) = w)\}$. Since the input symbols are applied to M from outside, the input alphabet I is not modified in the presence of the fault F.

Let $MI_1 = (G_1, I, O_1, \delta_{v_1}, o_1, u_{01})$ and $MI_2 = (G_2, I, O_2, \delta_{v_2}, o_2, u_{02})$. We employ the notation $MI_1 \equiv MI_2$ if and only if the following conditions

are satisfied :

1) $u_{01}=u_{02}$

2) $(\forall\ \omega \in I^+)\ (\hat{\delta}_{v_1}(u_{01}, \omega) = \hat{\delta}_{v_2}(u_{02}, \omega))$,

3) $o_1=o_2$.

Note that conditions 1) and 2) imply $G_1=G_2$ and that conditions 1), 2) and 3) imply $O_1=O_2$.

Let F, F_1, F_2 be logical faults in the implementation of a sequential automaton M and let MI^F, MI^{F_1}, MI^{F_2} be the corresponding models. We say that the logical fault F is undetectable if and only if $MI^F \equiv MI$, otherwise F is detectable. We say that the logical faults F_1 and F_2 are undistinguishable (have the same effect) if and only if $MI^{F_1} \equiv MI^{F_2}$.

We can now state the following theorem

Theorem 1 For any sequential logical fault F in the implementation of a sequential automaton M there exists a strictly combinational logical fault F' in the implementation of M such that F and F' are undistinguishable if and only if $u_0^F = V(q_0)$.

Proof. Let us suppose that $u_0^F = V(q_0)$. In order to simplify notations, let $\mathfrak{D}(F) \cap B=\{b\}$ and let c be the input wire to the memory element b. The proof can be extended in an obvious way to cover the case $|\mathfrak{D}(F) \cap B| > >1$.

We define the logical fault F' as follows : $F'(c)=F(b)$, $F'(c')=F(c')$ for any wire $c' \in C-\{c\}$ and $F'(b')=N$ for any memory element $b' \in B$. Obviously, $\mathfrak{D}(F') \cap B=\emptyset$ and therefore F' is a strictly combinational logical fault in the implementation of the sequential automaton M. We want to show that $MI^F = MI^{F'}$. Since $\mathfrak{D}(F') \cap B=\emptyset$, $u_0^{F'} = V(q_0)=u_0^F$. For any $u \in \{0,1\}^{|B|}$, $i \in I$,

$$\delta_v^{F'}(u, i) = (h_1^{F'}(\hat{g}_1^{F'}(u, \bar{u}, i)), \ldots, h_{b-1}^{F'}(\hat{g}_{b-1}^{F'}(u, \bar{u}, i)), h^{F'}\ (\hat{g}_b^{F'}\ (u, \bar{u}, i)),$$

$$h_{b+1}^{F'}(\hat{g}_{b+1}^{F'}(u, \bar{u}, i)), \ \ldots, \ h_{|B|}^{F'}(\hat{g}_{|B|}^{F'}(u, \bar{u}, i))) = (\hat{g}_1^{F'}(u, \bar{u}, i), \ \ldots,$$

$$\ldots, \hat{g}_{b-1}^{F'}(u, \bar{u}, i), \hat{g}_b^{F'}(u, \bar{u}, i), \hat{g}_{b+1}^{F'}(u, \bar{u}, i), \ldots, \hat{g}_{b+1}^{F'}(u, \bar{u}, i)) =$$

$$= (\hat{g}_1^{F'}(u, \bar{u}, i), \ \ldots, \hat{g}_{b-1}^{F'}(u, \bar{u}, i), F(b), \hat{g}_{|B|}^{F'}(u, \bar{u}, i), \ldots,$$

$$\ldots, \hat{g}_{|B|}^{F'}(u, \bar{u}, i))$$

But,

$$\delta_v^F(u, i) = (h_1^F(\hat{g}_1^F(u, \bar{u}, i)), \ \ldots, \ h_{b-1}^F(\hat{g}_{b-1}^F(u, \bar{u}, i)), h_b^F(\hat{g}_b^F(u, \bar{u}, i)),$$

$$h_{b+1}^F(\hat{g}_{b+1}^F(u, \bar{u}, i)), \ \ldots, \ h_{|B|}^F(\hat{g}_{|B|}^F(u, \bar{u}, i))) =$$

$$= (\hat{g}_1^F(u, \bar{u}, i), \ \ldots, \ \hat{g}_{b-1}^F(u, \bar{u}, i), \ F(b), \ \hat{g}_{b+1}^F(u, \bar{u}, i), \ldots,$$

$$\ldots, \hat{g}_{|B|}^F(u, \bar{u}, i)).$$

Considering the definition of the logical fault F' with respect to F it follows that $\hat{g}^{F'}_{b'}(u, \bar{u}, i) = \hat{g}^{F}_{b'}(u, \bar{u}, i)$ for any $b' \in B - \{b\}$. Hence, $\delta^{F'}_v(u, i) = \delta^F_v(u, i)$ for any $u \in \{0,1\}^{|B|}$, $i \in I$, and therefore $\delta^{F'}_v = \delta^F_v$.

Let now $\omega \in I^+$. Since $u^{F'}_0 = u^F_0$ and $\delta^{F'}_v = \delta^F_v$, by induction on the number of symbols in ω we have $\hat{\delta}^{F}_v(u^{F'}_0, \omega) = \hat{\delta}^{F}_v(u^F_0, \omega)$. But ω is an arbitrary string in I^* and therefore $\hat{\delta}^{F'}_v(u^{F'}_0, \omega) = \hat{\delta}^{F}_0(u^F_0, \omega)$ for any $\omega \in I^*$. Hence, $G^{F'} = G^F$ which immediately implies $o^{F'} = o^F$ on the basis of the definition of the logical fault F' with respect to F. It follows that $MI^F \equiv MI^{F'}$.

Conversely, let us suppose that there exists F', a strictly combinational logical fault in the implementation of the sequential automaton M, such that $MI^F \equiv MI^{F'}$ and let us show that $u_0 = V(q_0)$.

We assume that $u^F_0 \neq V(q_0)$. But $u^{F'}_0 = V(q_0)$ and therefore $u^{F'}_0 = u^F_0$. It follows that $MI^F \not\equiv MI^{F'}$, which represents a contradiction.

Note that

$$|\mathfrak{D}(F')| = \begin{cases} |\mathfrak{D}(F)| & \text{if } F(c) = N \\ |\mathfrak{D}(F)| - 1 & \text{if } F(c) \neq N. \end{cases}$$

In the general case, when the logical fault F implies m faulty memory elements and n corresponding faulty input wires ($n \leqslant m$) we have

$$|\mathfrak{D}(F')| = |\mathfrak{D}(F)| - n \leqslant |\mathfrak{D}(F)|.$$

The remark is relevant in case only singular logical faults are considered

3. A Classification of Logical Faults

We call the set B of memory elements employed in the implementation of a sequential automaton M the state register of M. Correspondingly, the elements of the set G are called the state register values. If F is a logical fault in the implementation of M then the elements of the set G^F are called the state register values in the presence of the logical fault F.

Let F be an arbitrary logical fault in the implementation of a sequential automaton M. We say that F is detectable by means of the state register if at least one of the following conditions is satisfied :

1) $u^F_0 \neq V(q_0)$

1) $(\exists \omega \in I^+)\,(\hat{\delta}^F_v(u^F_0, \omega) \neq \hat{\delta}_v(V(q_0), \omega))$.

In particular, we say that F is reset-detectable by means of the state register if and only if $u^F_0 \neq V(q_0)$.

Let $\mathfrak{F}$ be the set of detectable logical faults in the implementation of a sequential automaton M. $\mathfrak{F}_{RS} \subset \mathfrak{F}$ denotes the set of logical faults in the implementation of M which are detectable by means of the state register and $\mathfrak{F}_{RRS} \subset \mathfrak{F}_{RS}$ denotes the set of logical faults in the implementation of M which are reset-detectable by means of the state register. $\mathfrak{F}_{NRS} = \mathfrak{F} - \mathfrak{F}_{RS}$ denotes the set of logical faults in the implementation of M which are not detectable by means of the state register. We obtain the Venn diagram representation of the set $\mathfrak{F}$ given in Figure 2.

We note that an incorrect realization of the reset operation can be modelled by an adequate fault from the set $\mathfrak{F}_{RRS}$. Also, note that $F \in \mathfrak{F}_{NRS}$ if and only if the following conditions are satisfied

1) $u_0^F = V(q_0)$

2) $(\forall \omega \in I^+)\ (\hat{\delta}_v^F(u_0^F, \omega) = \hat{\delta}_v(V(q_0), \omega))$

3) $o^F \neq o$ (conditions 1) and 2) above imply that $G^F = G$).

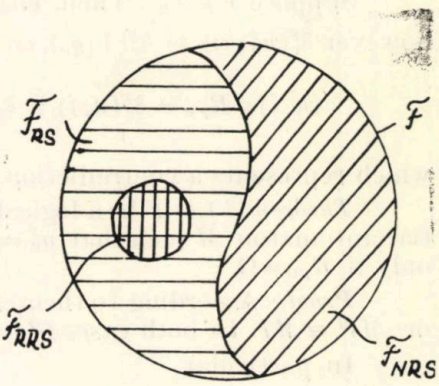


Fig. 2 Venn Diagram of the Set $\mathfrak{F}$

4. Fault Detection Using the State Register

Let F be a logical fault in the implementation of a sequential automaton M and let $R_{FV} = \{(u, i) \in G \times I \mid \delta_v^F(u, i) \neq \delta_v\ (u, i)\}$; R_{FV} is called the set of relevant transitions of the logical fault F with respect to the state register of M.

Let now F be a logical fault in the implementation of a sequential automaton M such that $G^F = G$ and let $R_{FO} = \{(u,i) \in G \times I \mid o^F(u, i) = o(u,i)\}$; R_{FO} is called the set of relevant transitions of the logical fault F with respect to the outputs of M.

We can state the following theorems :

Theorem 2 Let F be a logical fault in the implementation of a sequential automaton M such that $u_0^F = V(q_0)$. Then, $F \in \mathfrak{F}_{RS}$ if and only if $R_{FV} \neq \emptyset$.

Proof : Since $u_0^F = V(q_0)$, either $F \in \mathfrak{F} - \mathfrak{F}_{RRS}$ or $MI^F \equiv MI$ (i.e. F is undetectable).

Let us assume that $F \in \mathfrak{F}_{RS}$; in fact $F \in \mathfrak{F}_{RS} - \mathfrak{F}_{RRS}$. We want to show that in this case $R_{FV} \neq \emptyset$. But,

$$F \in \mathfrak{F}_{RS} - \mathfrak{F}_{RRS} \Rightarrow (\exists \omega \in I^+)\ (\hat{\delta}_v^F(V(q_0), \omega) \neq \hat{\delta}_v(V(q_0), \omega)).$$

Without loss in generality we can assume that $\omega = \omega' i$, with $\omega' \in I^*$ such that $\hat{\delta}_v^F(V(q_0), \omega') = \hat{\delta}_v(V(q_0), \omega') = u'$. It follows that

$$\delta_v^F(u', i) \neq \delta_v(u', i) \Rightarrow (u', i) \in R_{FV} \Rightarrow R_{FV} \neq \emptyset.$$

Conversely, let us assume that $R_{FV} \neq \emptyset$. We want to show that in this case $F \in \mathfrak{F}_{RS}$. We consider an arbitrary element $(u, i) \in R_{FV}$. On the basis of assumption 3) of Section 1 concerning the sequential automata considered here

$$(\exists\ \omega \in I^*)\ (\hat{\delta}(q_0, \omega) = V^{-1}(u))$$

and therefore

$$(\exists\, \omega \in I^*)\ (\hat{\delta}_v(V(q_0), \omega) = u).$$

Suppose $F \notin \mathcal{F}_{RS}$. Then, either $F \in \mathcal{F}_{NRS}$ or $MI^F \equiv MI$. In both cases however $\hat{\delta}_v^F(u_0^F, \omega) = \hat{\delta}_v^F(V(q_0), \omega) = u$. On the other hand,

$$(u, i) \in R_{FV} \Rightarrow \delta_v^F(u, i) \neq \delta_v(u, i) \Rightarrow \hat{\delta}_v^F(u_0^F, \omega\, i) \neq \hat{\delta}_v(V(q_0), \omega\, i)$$

which represents a contradiction.

Theorem 3 Let F be a logical fault in the implementation of a sequential automaton M such that $u_0^F = V(q_0)$ and $R_{FV} = \emptyset$. Then, $F \in \mathcal{F}_{NRS}$ if and only if $R_{FO} \neq \emptyset$.

Proof: According to theorem 2 $F \notin \mathcal{F}_{RS}$ and therefore either $F \in \mathcal{F}_{NRS}$ or $MI^F \equiv MI$. In both cases $G^F = G$ and thus the set R_{FO} can be defined.

In particular,

$$F \in \mathcal{F}_{NRS} \Leftrightarrow F \in \mathcal{F} \Leftrightarrow MI^F \not\equiv MI \Leftrightarrow o^F \neq o \Leftrightarrow (\exists (u, i) \in G \times I)\ (o^F(u, i) \neq o(u, i)) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow R_{FO} \neq \emptyset.$$

Theorem 4 Let F be a logical fault in the implementation of a sequential automaton M such that $u_0^F = V(q_0)$. Then, $MI^F \equiv MI$ if and only if $R_{FV} = R_{FO} = \emptyset$.

Proof. Since $u_0^F = V(q_0)$, $F \notin \mathcal{F}_{RRS}$. On the basis of theorems 2 and 3 and since $\mathcal{F}_{RS}$ and $\mathcal{F}_{NRS}$ represent a partition of the set $\mathcal{F}$, we have :

$$MI^F \equiv MI \Leftrightarrow F \notin \mathcal{F} \Leftrightarrow F \notin \mathcal{F}_{RS} \wedge \Leftrightarrow F \notin \mathcal{F}_{NRS} \Leftrightarrow R_{FV} = R_{FO} = \emptyset.$$

Given an arbitrary logical fault F in the implementation of a sequential automaton M we have the classification algorithm presented in Figure 3.

The question which naturally arises is how the sets R_{FV} and R_{FO} can be determined. Suppose F is a logical fault in the implementation of a sequential automaton M such that $u_0^F = V(q_0)$. According to theorem 1 we may consider only strictly combinational logical faults ; let then $\mathcal{D}(F) \cap B = \emptyset$ and let us consider an arbitrary pair $(u, i) \in G \times I$. We have :

$$(u, i) \in R_{FV} \Leftrightarrow \delta_v^F(u, i) \neq \delta_v(u, i) \Leftrightarrow (\exists\, b \in B)\ (\hat{g}_b^F(u, \bar{u}, i) \neq \hat{g}_b(u, \bar{u}, i)).$$

It follows that if T_{FV} denotes the set of tests for the c.l.c. $\mathcal{C}$ wich detect the logical fault F on the outputs connected to the memory elements of B then $R_{FV} = \{(u, i) \mid (u, \bar{u}, i) \in T_{FV} \cap (G \times \bar{G} \times I)\}$, where $\bar{G} = \{\bar{u} \mid u \in G\}$. Suppose now that $R_{FV} = \emptyset$. In a similar way, if T_{FO} denotes the set of tests for the c.l.c. $\mathcal{C}$ wich detect the logical fault F on the outputs of M(the set Y) then $R_{FO} = \{(u, i) \mid (u, \bar{u}, i) \in T_{FO} \cap (G \times \bar{G} \times I)\}$.

Obviously, we are especially interested in the detection of the faults from the set $\mathcal{F} - \mathcal{F}_{RRS}$ since the faults belonging to the set $\mathcal{F}_{RRS}$ can be detected by executing the operation R and by observing the state register

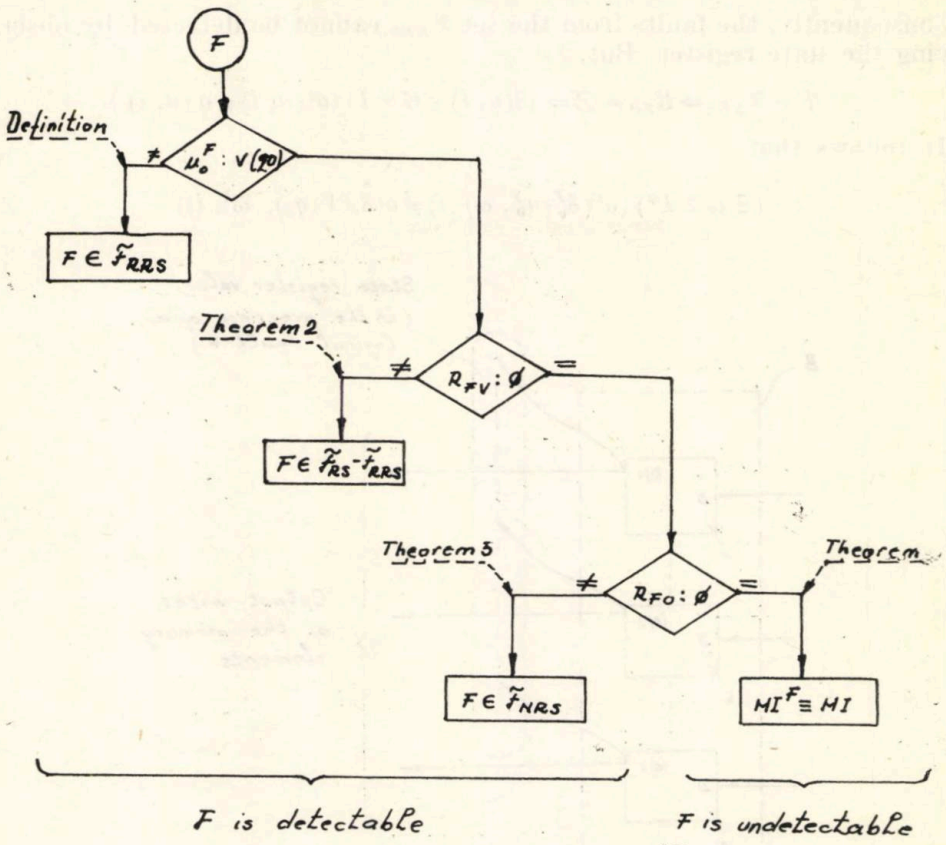


Fig. 3 Classification Algorithm

(if $F \in \mathcal{F}_{RRS}$ then the value of the state register following the reset operation in the presence of the fault F, u , is different from $V(q_0)$, the state register value in the absence of the fault F). It should be noted that observing the state register implies the capability to read directly the state register value, that is to read directly the state of the memory elements from the set B, as illustrated schematically in Figure 4.

Evidently, the faults from the set $\mathcal{F} - \mathcal{F}_{RRS}$ cannot be detected using only the reset operation. Let then $F \in \mathcal{F}_{RS} - \mathcal{F}_{RRS}$. We have :

$$F \in \mathcal{F}_{RS} - \mathcal{F}_{RRS} \Rightarrow (\exists\, \omega \in I^+)\, (\hat{\delta}_v^F(u_0^F, \omega) \neq \hat{\delta}_v(V(q_0), \omega)).$$

It follows that F can be detected by applying the input sequence ω to the sequential automaton M and by observing the state register of M.

Let now $F \in \mathcal{F}_{NRS}$. We have :

$$F \in \mathcal{F}_{NRS} \Rightarrow (\forall \omega \in I^+)\, (\hat{\delta}_v^F(u_0^F, \omega) = \hat{\delta}_v(V(q_0), \omega))$$

Consequently, the faults from the set $\mathcal{F}_{NRS}$ cannot be detected by observing the state register. But,

$$F \in \mathcal{F}_{NRS} \Rightarrow R_{FO} \neq \varnothing \Rightarrow (\exists (u, i) \in G \times I)\ (o^F(u, i) \neq o\ (u, i)\ ).$$

It follows that

$$(\exists\ \omega \in I^*)\ (o^F(\hat{\delta}_v^F(u_0^F, \omega), i) \neq o(\hat{\delta}_v(V(q_0), \omega), i))$$

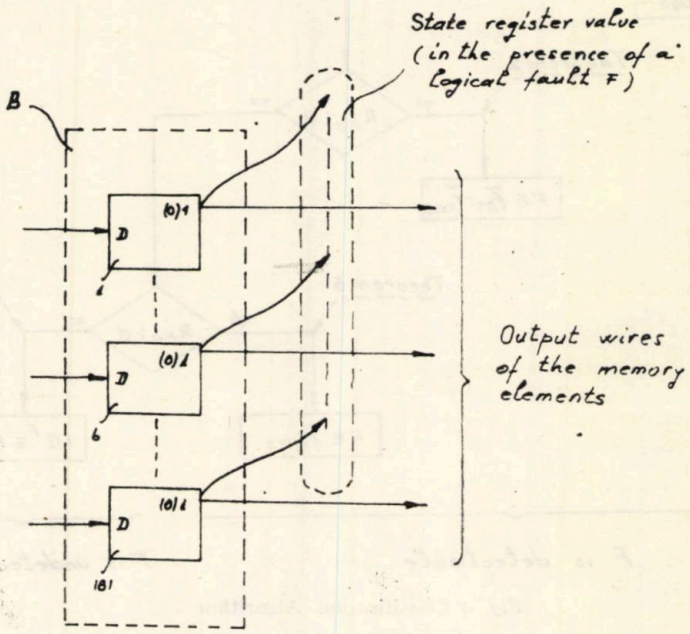


Fig. 4 Access to the State Register

where $\hat{\delta}_v^F(u_0^F, \omega) = \hat{\delta}_v^F(V(q_0), \omega) = \hat{\delta}_v(V(q_0,), \omega) = u$. Thus, the logical fault F can be detected by applying the input sequence ωi to the sequential automaton M and by observing the outputs of M. For this reason, we say that the faults from the set $\mathcal{F}_{NRS}$ are detectable by means of the outputs of the sequential automaton M (but are not detectable by means of the state register of M).

Conclusions

The results developped in the preceding sections are applicable to a rather large class of sequential logic circuits. In this sense, we would like to emphasize that we have considered only D-type memory elements for the sole purpose of simplifying the presentation but that the analysis can be extended to cover other types of memory elements as well.

The classification of logical faults in sequential logic circuits into state register detectable faults and faults which are not detectable by

means of the state register presents a certain amount of practical interest. First of all, the problem of deciding the detectability of an arbitrarily given logical fault F, in the nontrivial case, is essentially reduced, according to the algorithm of Figure 3 and to theorem 1, to computing the set T_{FV} and eventually T_{FO}. These are test sets for a combinational logic circuit which can be derived using standard techniques, such as those of [1—5], for example. Note that the algorithm presented in Figure 3 does not require extensive information regarding the faulty sequential automaton, such as its transition table or graph. Moreover, it is to be expected that fault detection using both the state register and the outputs of the sequential logic circuit to be tested will employ shorter test sequences than ,,classical'' fault detection, by means of the outputs only.

REFERENCES

1 *Friedman A. D., Menon P. R.*, Fault Detection in Digital Circuits, chap. 2, Prentice—Hall, 1971.
2 *Wang D. T.*, IEEE Transactions on Computers, vol. C—24, July 1975.
3 *Yau S. S., Yang S. — C.*, IEEE Transactions on Computers, vol. C—24, March 1975.
4 *Breuer M. A., Chang S. — Su S.Y.H.*, IEEE Transactions on Computers, vol. C — 25, January 1976.
5 *Cerny E.*, IEEE Transactions on Computers, vol. C—27, October 1978.

Detectabilitatea defectelor logice în circuite logice secvențiale

Sînt prezentate condiții necesare și suficiente pentru detectabilitatea defectelor logice în circuite logice secvențiale prin intermediul registrului stărilor.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 4

C.Z.: 681.3.04

UNELE ASPECTE ALE PROIECTĂRII PRODUSELOR PROGRAM (I)

FLORICA MOLDOVEANU *

În această primă parte a lucrării se încearcă o delimitare a procesului de proiectare a produselor program, ca componentă a activității, mai cuprinzătoare, de elaborare a programelor. Este fixat scopul proiectării, unele caracteristici ale sale și principiile de bază pe care le utilizează.

1. Introducere

Proiectarea este numai o etapă în activitatea complexă de dezvoltare a produselor program, dar poate cea mai *critică* pentru scopul urmărit. Iată numai cîteva definiții ale sale care îndreptățesc, încă de la început, afirmația făcută:

...luarea deciziilor, în fața incertitudinii, cu penalizări importante pentru erori...

...a simula ceea ce dorim „să facem" înainte de „a face", de cîte ori va fi necesar, pentru a căpăta încredere în rezultatul final...

...saltul imaginativ de la o situație reală la una posibilă...

Trebuie subliniat că prin produs program (engl: software product) se înțelege un ansamblu alcătuit din unul sau mai multe programe (unități de program) corelate. Această lucrare nu se referă la proiectarea produselor

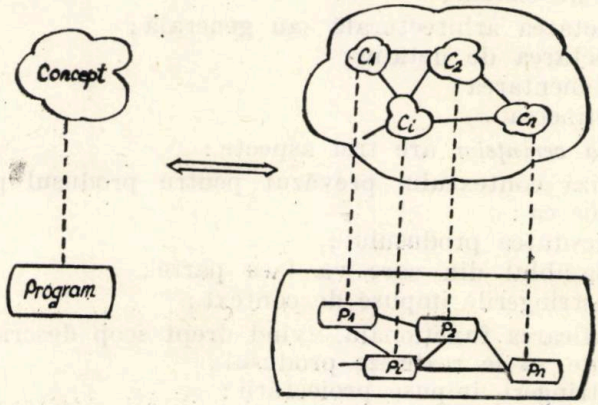


Fig. 1

Manuscris predat redacției la data de 14 martie 1980
* Șef lucrări dr. ing., Catedra Calculatoare

program simple, ci a celor complexe; nu există o definiție riguroasă a „complexității" produselor program, dar se acceptă, în general, că un program este complex dacă are foarte multe *stări*. În astfel de cazuri, pentru realizarea programului este necesară divizarea problemei (conceptului) de reprezentat, în probleme mai simple, corelate, care pot fi înțelese, comunicate, codificate de om (fig. 1); va rezulta astfel un produs program alcătuit din mai multe părți componente (subsisteme, module). Din nefericire însă, încercarea de simplificare a logicii unui program prin divizarea sa poate eșua, dacă complexitatea logicii a fost transferată conexiunilor dintre părțile componente. De aici a apărut necesitatea disciplinării activității de proiectare a programelor complexe.

2. Ciclul de viață al produsului program

Care este, de fapt, „contextul" proiectării produselor program, sau altfel spus, cînd începe și cînd se termină proiectarea, care sînt „intrările" și care sînt „ieșirile" sale? Pentru a obține un răspuns corect la această întrebare este necesar să examinăm etapele activității de dezvoltare a unui produs program (fig. 2).

Elaborarea unui program este un proces iterativ de transformare a unui concept (problemă) într-o reprezentare concretă a acestuia, acceptată de un calculator; în acest proces se operează cu o succesiune de reprezentări abstracte ale programului. Fiecare etapă a activității de dezvoltare a unui produs program operează cu o anumită clasă de reprezentări ale acestuia, motiv pentru care se spune că ele definesc „ciclul de viață" al produsului program. Clasa de reprezentări cu care operează o anumită etapă din ciclul de viață al unui program caracterizează nivelul de abstractizare al acestuia, propriu etapei respective.

Se acceptă, în general, ca principale etape în existența unui produs program, următoarele:

1) definirea cerințelor, referită uneori sub denumirea de analiză de sistem sau înglobată în etapa de proiectare arhitecturală sub denumirea de proiectare de sistem;

2) proiectarea arhitecturală sau generală;

3) proiectarea de detaliu;

4) implementarea;

5) întreținerea.

Definirea cerințelor are trei aspecte:

- Analiza contextului prevăzut pentru produsul program, care referă probleme ca:
  - necesitatea produsului;
  - ansamblul din care va face parte;
  - constrîngerile impuse de context;
- Specificarea funcțională, avînd drept scop descrierea funcțiilor pe care trebuie să le realizeze produsul;
- Constrîngeri impuse proiectării:

a) tehnice: asupra structurii și utilizării resurselor;

b) economice: privind eficiența (beneficiu/cost) dezvoltării produsului program.

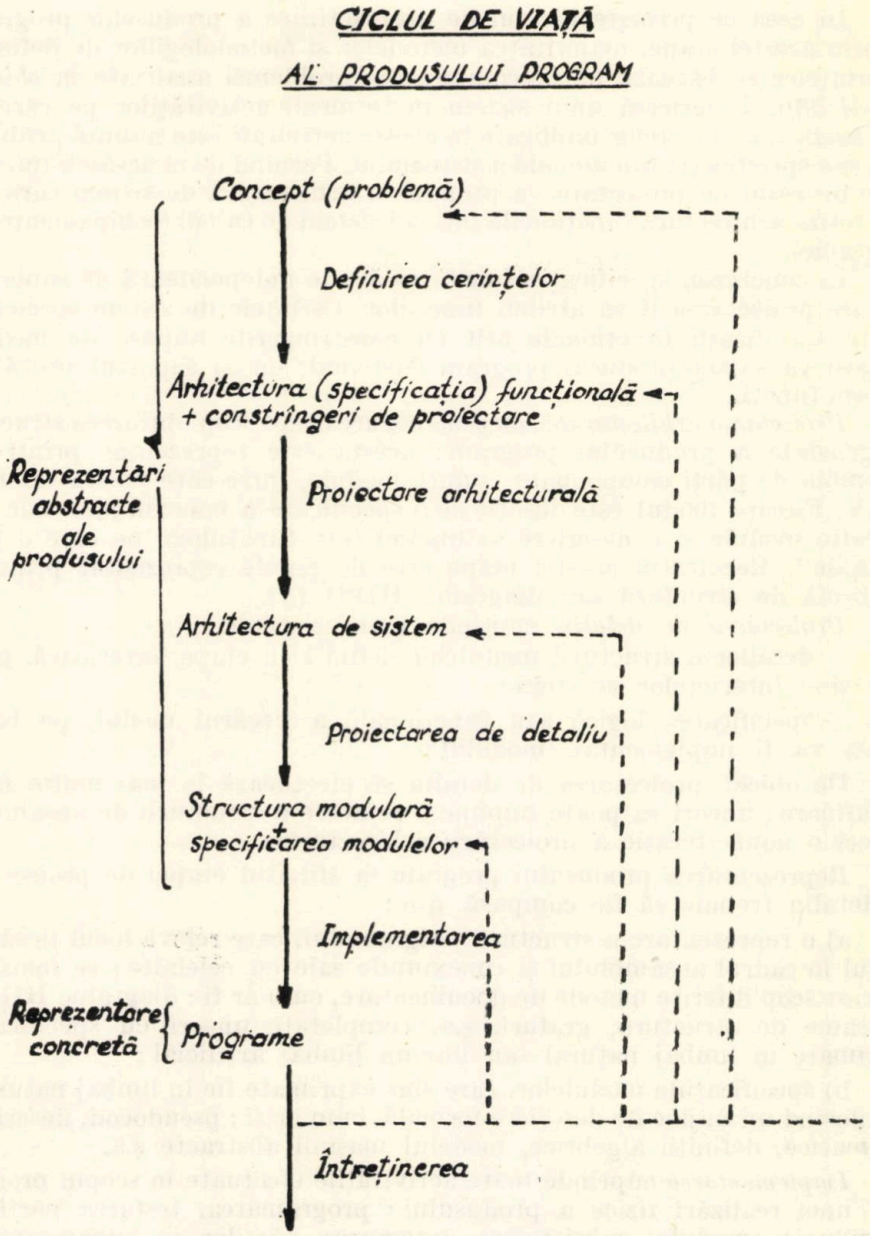


Fig. 2. Ciclul de viață al produsului program

Rezultatul acestei etape este referit sub denumirea „cerințe de sistem" și este exprimat în diferite moduri : folosind limbajul natural, diagrame, etc. Indiferent de reprezentarea aleasă, se dorește ca cerințele de sistem să fie : complete, consistente, testabile, realizabile și ușor de înțeles.

În ceea ce privește nivelul de abstractizare a produselor program propriu acestei etape, majoritatea metodelor și metodologiilor de definire a cerințelor se bazează pe descompunerea problemei analizate în *obiecte* și *activități*. Descrierea unui sistem în termenii activităților pe care le realizează și a obiectelor implicate în aceste activități este numită arhitectura sau specificația funcțională a sistemului. Pornind de la această specificație procesul de proiectare va propune o arhitectură de sistem care va concretiza arhitectura funcțională într-un sistem de calcul (echipamente + programe).

În concluzie, specificația funcțională este independentă de suportul pe care proiectarea îl va atribui funcțiilor. Cerințele de sistem corelează aceste specificații funcționale atît cu constrîngerile impuse de mediul în care va exista produsul program (sistemul) cît și suportul prevăzut pentru funcții.

Proiectarea arhitecturală sau generală are drept scop obținerea structurii generale a produsului program; acesta este reprezentat printr-un ansamblu de părți componente numite module, între care există diferite relații. Fiecare modul este însoțit de o specificare a conexiunilor sale cu celelalte module și o descriere a funcției (sau funcțiilor), pe care o (le) „închide". Rezultatul acestei etape este de regulă reprezentat printr-o diagramă de structură sau diagramă HIPO [5].

Proiectarea de detaliu cuprinde două aspecte:

— detalierea structurii modulelor definite în etapa anterioară, precum și a interfețelor acestora;

— specificarea logică sau funcțională a fiecărui modul, pe baza căreia va fi implementat modulul;

De obicei, proiectarea de detaliu se efectuează în mai multe faze de rafinare; uneori ea poate impune o refacere a structurii de ansamblu și deci o nouă iterație a proiectării arhitecturale.

Reprezentarea produsului program la sfîrșitul etapei de proiectare de detaliu trebuie să fie compusă din:

a) o reprezentare a structurii programului, care relevă locul fiecărui modul în cadrul ansamblului și conexiunile sale cu celelalte; se folosesc în acest scop diferite metode de documentare, cum ar fi: diagrame HIPO, diagrame de structură, grafuri, ș.a. completate uneori cu specificații exprimate în limbaj natural sau într-un limbaj artificial;

b) specificațiile modulelor, care sînt exprimate fie în limbaj natural, fie folosind un mijloc de descriere formală, cum ar fi: pseudocod, descrieri axiomatice, definiții algebrice, modelul mașinii abstracte ș.a.

Implementarea cuprinde toate activitățile efectuate în scopul producerii unei realizări fizice a produsului: programarea, testarea părților individuale (module, subsisteme), integrarea părților în subansamble, testarea de sistem, evaluarea performanțelor. Dacă performanțele sistemului (produsului program) nu corespund celor specificate inițial (în etapa de definire a cerințelor) este necesară reproiectarea și reimplementarea sa; de aceea, se acordă o atenție din ce în ce mai mare primelor etape din viața produsului program — definirea cerințelor și proiectarea — care trebuie să asigure performanțele dorite ale sistemului (echipamente + prou s) dprogramînainte de implementare.

Întreținerea cuprinde acțiunile efectuate asupra produsului program, după implementarea sa : localizarea și repararea erorilor ascunse, unele modificări ale funcțiilor existente, adăugarea unora noi, ș.a.

3. Proprietățile produselor program

Activitatea de proiectare a produselor program este orientată, ca orice altă activitate umană, spre un scop ; rezultatul său poate fi apreciat numai prin prisma scopului urmărit.

După cum s-a văzut, proiectarea produce și operează cu reprezentări abstracte ale produsului program, dar proprietățile acestor reprezentări se reflectă direct în proprietățile reprezentării concrete (programul). Sînt patru proprietăți, general acceptate, care se doresc la un produs program : a) ușurința de modificare, b) eficiența, c) fiabilitatea, d) ușurința de înțelegere. Trei dintre acestea (a, c, d) pot fi obținute numai dacă au fost prevăzute în etapele de proiectare. Astfel, un program este ușor de modificat dacă efectul oricărei modificări este bine delimitat structural ; această proprietate poate fi asigurată numai dacă în proiectarea programului s-au avut în vedere posibilele modificări și ca urmare, fiecare decizie de proiectare a fost „închisă" într-un modul (de exemplu, forma intrărilor sau a ieșirilor, prelucrările legate de o anumită structură de date, etc.).

Ușurința de înțelegere este o altă proprietate dorită pentru produsele program, care trebuie asigurată în etapele de proiectare a acestora ; ea este strîns legată de claritatea documentării reprezentărilor abstracte cu care operează proiectarea.

O importanță tot mai mare se acordă fiabilității produselor program. Iată cîteva încercări de definire a fiabilității programelor :

...produsul este fiabil dacă își realizează funcțiile satisfăcător...

...fiabilitatea trebuie să asigure prevenirea erorilor de concepție, proiectare, construcție și corectarea automată a erorilor de operare sau de performanță...

...un program este fiabil dacă este corect și robust (rezistent la erori)...

Ultima definiție necesită cîteva precizări ; astfel, corectitudinea unui sistem este considerată un concept mai îngust decît fiabilitatea, deoarece se referă numai la operarea sistemului în condiții care au fost prevăzute de proiectant. Robustețea este proprietatea care asigură o bună funcționare a sistemului în *mediul real*, în care adeseori se produc condiții *neprevăzute* de proiectant ; de exemplu, pentru produsele program astfel de schimbări ale contextului prevăzut pot fi : căderi hardware, intrări neașteptate, supraîncărcarea, funcționarea incorectă a altor părți ale ansamblului din care face parte, ș.a. Asigurarea, într-un anumit grad, a corectitudinii se realizează în prezent prin utilizarea metodelor de programare constructivă (metode care permit obținerea de programe corecte prin aplicarea unor reguli stricte) : programarea structurată, programarea de sus în jos, ș.a.

O mare atenție se acordă robusteței ; iată cîteva tehnici care permit obținerea acestei proprietăți :

— modularizarea produsului, care face posibilă verificarea datelor transferate între module, față de valorile așteptate, împiedicînd propagarea erorilor de context ;

— structurarea produsului în „capabilități", tehnică folosită deja în proiectarea unor sisteme de operare;

— efectuarea unor teste de acceptare dinamică pentru unele părți ale produsului, ș.a.

4. Principii ale proiectării produselor program

În continuare, vom considera că activitatea de proiectare a unui produs program începe cu definirea specificațiilor funcționale; dealtfel, granița dintre etapa de definire a cerințelor și cea de proiectare arhitecturală nu este stabilită, cele două etape putînd fi întrepătrunse pînă la totala suprapunere.

După cum s-a sugerat în paragraful 1, proiectarea programelor complexe necesită descompunerea problemei (conceptului) în părți mai simple, corelate, care vor fi concretizate ca părți ale produsului program. Deoarece pentru o problemă dată există mai multe decompoziții corecte, selecția uneia dintre ele trebuie bazată pe unul sau mai multe criterii (figura 3).

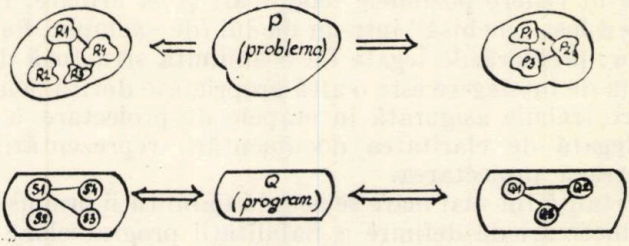


Fig. 3

Deci, dacă ambele decompoziții sînt corecte, atunci obținerea unui program echivalent problemei P înseamnă fie

— a) — realizarea programelor echivalente problemelor P_1, P_2, P_3, cu conservarea relațiilor dintre acestea; fie

— b) — realizarea programelor S_1, S_2, S_3, S_4 care concretizează problemele R_1, R_2, R_3, R_4 și sînt corelate în același mod cu acestea.

Alături de *principiul descompunerii pentru simplificare*, proiectarea produselor program beneficiază și de un alt principiu, la fel de valoros: *abstractizarea*; acesta permite proiectantului ca, într-o anumită etapă a proiectării, să trateze numai unele aspecte ale problemei, esențiale pentru etapa respectivă, neglijîndu-le pe celelalte. În acest fel, trecerea de la conceptul inițial la reprezentarea sa într-un proiect de detaliu nu se va face într-un singur pas, ci în cadrul unui proces de detaliere iterativă. Proiectarea trebuie să fie un proces iterativ în care se operează cu diferite abstractizări, datorită capacității limitate a gîndirii umane. Astfel, dacă problema inițială, P, a fost descompusă în subproblemele P_1, P_2, P_3, trecerea de la acestea la programele echivalente se va face în mai multe etape (figura 4).

În prima etapă, fiecare dintre problemele P_1, P_2, P_3 este tratată la un anumit nivel de detaliu; această tratare poate conduce la o nouă descompunere în subprobleme; în etapa a II-a sînt considerate unele

dintre aspectele problemei inițiale, care au fost neglijate în prima etapă, ș.a.m.d. Deci, fiecare etapă corespunde unui nivel de abstractizare al produsului program, care există pe tot parcursul proiectării în diferite reprezentări.

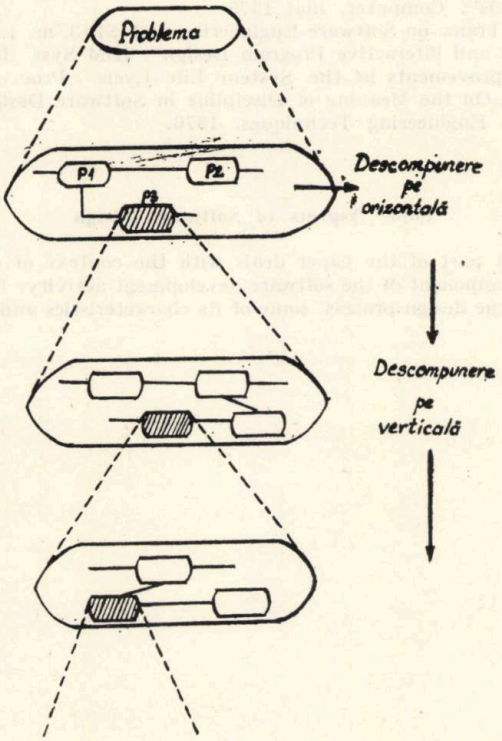


Fig. 4

Rafinarea iterativă a reprezentării programului, folosind principiul abstractizării, se mai numește *descompunere pe verticală*; aceasta conduce la obținerea unei structuri ierarhice a produsului program. Divizarea reprezentării corespunzătoare unui anumit nivel de abstractizare este numită *descompunere pe orizontală.*

În partea a II-a a lucrării sînt prezentate pe scurt, principalele metode și metodologii actuale de proiectare a produselor program, evidențiindu-se modul în care sînt aplicate cele două principii de proiectare menționate în acest paragraf.

Concluzii

În această primă parte a lucrării s-a încercat o încadrare a activității de proiectare a produselor program; s-a urmărit prin aceasta crearea unei baze pentru prezentarea altor articole tratînd probleme legate de automatizarea și optimizarea procesului de proiectare a produselor program.

BIBLIOGRAFIE

1. *P. Freeman*, ,,The Context of Design", Tutorial on Software Design Techniques.
2. ,,Software Reliability and Design : A Survey", Proc. 13-th Design Automation Conference, IEEE 1976.
3. *D. T. Ross, J. B. Goodenough, C. A. Irvine*, ,,Software Engineering : Process, Principles and Goals", Computer, mai 1975.
4. *D. T. Ross*, IEEE Trans. on Software Engineering, vol. SE-3, nr. 1, ian. 1977.
5. *J. F. Stay*, ,,HIPO and interactive Program Design", IBM Syst. Journal, 1976.
6. *D. Teichroew*, ,,Improvements in the System Life Cycle", Proc. IFIP Congress, 1974.
7. *A. I. Wasserman*, ,,On the Meaning of Discipline in Software Design and Development", Software Engineering Techniques, 1976.

Some Aspects of Software Design

This first part of the paper deals with the context of software design, regarded as a component of the software development activity. It is pointed out the purpose of the design process, some of its characteristics and principles.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 4

INTERPOLATOR LINIAR PAS CU PAS CU CALCUL DE DISCRIMINANT ȘI MINIMIZAREA ERORII DE INTERPOLARE

DAN GOLUMBOVICI, RADU POP*

Lucrarea prezintă un algoritm de aproximare a unui segment de dreaptă prin segmente mici de lungime constantă (numite pași) duse la unghiuri multiplu de $\frac{\pi}{4}$. Algoritmul a fost dezvoltat de autori și implementat pe o interfață de ploter. Este prezentată teoria matematică a algoritmului și proiectarea automatului ce îl implementează.

Introducere

Majoritatea echipamentelor de desenat de tip ploter moderne sînt prevăzute cu posibilitatea de a trasa segmente de dreaptă la orice unghi, sau de a deplasa peniță cu cîte un pas pe una din cele 8 direcții principale (la unghiuri $\alpha = n \cdot \frac{\pi}{4}$, $n = 0, \ldots, 7$). Posibilitatea de a trasa segmente de dreaptă la orice unghi poate fi realizată fie controlînd în mod adecvat motoare de curent continuu, fie în cele mai multe cazuri se folosește un algoritm de interpolare liniară, mergînd pas cu pas pe cele 8 direcții permise.

În lucrarea de față va fi prezentat un algoritm de interpolare liniară dezvoltat de autori, care a fost implementat pe o interfață de ploter la Fabrica de Calculatoare Electronice București, utilizînd un automat secvențial sincron.

1. Ipoteze inițiale

a. — Penița ploterului se consideră la începutul trasării unui segment de dreaptă ca fiind plasată în originea axelor de coordonate. Astfel ecuația dreptei este de forma $x_f \cdot y - y_f \cdot x = 0$.

b. — Coordonatele punctului final al segmentului (x_f, y_f) sînt date în număr de pași ploter.

c. — Notînd cu $\Delta = y \cdot x_f - x \cdot y_f$ discriminantul dreptei și limitîndu-ne la cazul $x_f > 0$, $y_f > 0$, mulțimea punctelor (x, y) din plan, cu $x > 0$, $y > 0$ este împărțită în trei (fig. 1):

— mulțimea punctelor situate „deasupra" dreptei ($\Delta > 0$, marcată cu $+$);

Manuscris predat redacției la data de 8 martie 198[illegible]
* Ing.: Ing., I.C.E.

— mulțimea punctelor situate pe dreapta ($\Delta=0$);

— mulțimea punctelor situate „sub" dreaptă ($\Delta<0$, marcată cu $-$).

Păstrînd pentru „deasupra" și „sub" sensul cunoscut, semnul discriminantului se inversează în cadranele II și III. O unificare a exprimării se obține dacă ne referim la stînga și dreapta, privind către punctul final. Semnul discriminantului este plus la stînga dreptei și minus la dreapta ei.

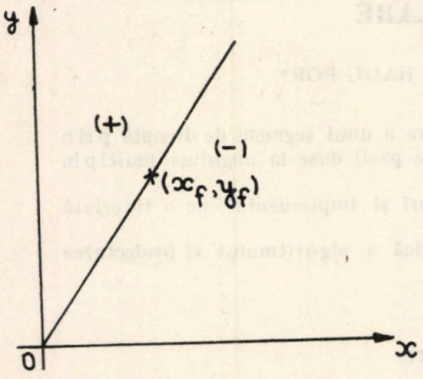


Fig. 1

2. Algoritmul de interpolare

Pentru o interpolare cît mai corectă trebuie ca deplasarea peniței să se facă în așa fel încît abaterile de la dreapta ideală să fie minime. Folosind numai deplasări paralele cu axele de coordonate aspectul dreptei obținute este zimțat, eroarea de interpolare avînd variații dese de semn (se traversează des dreapta). Utilizînd și deplasări simultane pe x și y (la unghiuri $\alpha=(2n+1).\frac{\pi}{4}$, $n=0,1,2,3$) eroarea de interpolare este mai mică și aspectul dreptei mult mai apropiat de dreapta ideală. Valoarea absolută a discriminantului este o măsură a distanței de la punctul în care s-a calculat acesta la dreaptă. Decizia asupra pasului următor trebuie luată în sensul obținerii unei valori cît mai mici a discriminantului în noul punct. În fig. 2 se indică prin săgeți direcțiile de deplasare pentru toate situațiile posibile în vederea obținerii interpolării optime. Sînt arătate și semnele discriminantului în toate situațiile ce pot apare. Axele de coordonate, bisectoarele celor 4 cadrane și dreptele din care fac parte segmentele ce urmează a fi interpolate împart planul în 16 zone distincte, fiecare cu un algoritm specific de interpolare. Pentru identificarea zonei în care se află punctul curent (x, y) se folosesc 4 variabile logice :

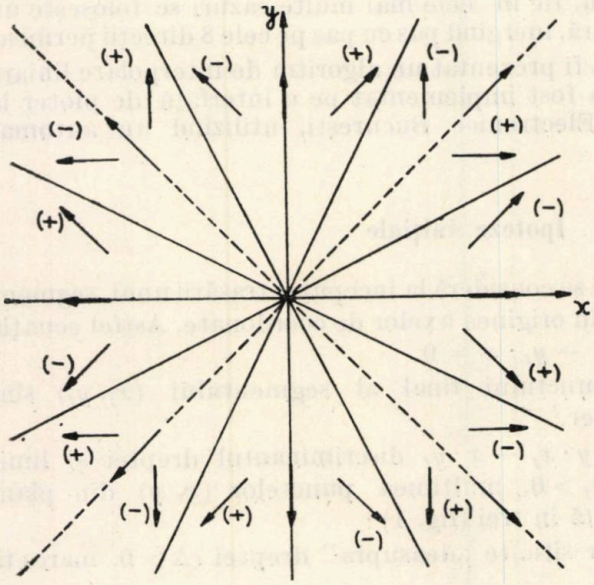


Fig. 1

— SXF — semnul lui x_f;
— SYF — semnul lui y_f;
— SMXY — semnul expresiei ($|x_f| - |y_f|$);
— SD — semnul lui Δ.

Semnul unei valori este reprezentat chiar de valoarea bitului de semn al reprezentării binare în complement față de 2: 0 cînd valoarea este pozitivă și 1 cînd valoarea este negativă strict. Variabilele SXF, SYF, SMXY determină octantul în care se află (x_f, y_f), iar SD determină zona din octant în care este punctul curent. Interpolatorul elaborează 4 semnale logice:

—PX — pas paralel cu axa OX;
— PY — pas paralel cu axa OY;
— SPX — sensul deplasării PX;
— SPY — sensul deplasării PY.

PX și PY iau valoarea logică 1 pentru a indica necesitatea de deplasare cu un pas pe direcția corespunzătoare, iar SPX și SPY indică sensul deplasării: 0 — în sensul pozitiv al axei, 1 — în sensul negativ al axei.

Introducem o nouă variabilă logică C45, care ia valoarea 1 atunci cînd deplasarea se execută simultan pe ambele axe (PX=PY=1). Expresia sa logică este

$$C45 = SXF \oplus SYF \oplus SMXY \oplus SD$$

unde $\oplus$ reprezintă operația logică SAU EXCLUSIV (sumă modulo 2). Studiind tabelele de adevăr ale funcțiilor semn ($Sgn(y_f)\, x_f - Sgn(x_f) y_f$) și $SXF \oplus SYF \oplus SMXY$ (semn(x) reprezintă valoarea bitului de semn al reprezentării binare a numărului întreg x în complement față de 2, iar Sgn(x) ia valorile: -1 pentru $x < 0$, 0 pentru $x = 0$ și 1 pentru $x > 0$), se constată că sînt identice. Se poate deci scrie:

$$C45 = semn(Sgn(y_f) - Sgn(x_f) y_f) \oplus SD$$

Dacă punctul (x_f, y_f) este situat pe una din bisectoare ($x_f = y_f$) C45 ia valoarea zero și interpolarea este incorectă. Se introduce o nouă variabilă logică DO, care ia valoarea logică 1 dacă $\Delta = 0$ și valoarea logică 0 dacă $\Delta \neq 0$. Cînd DO=1 trebuie ca PX=PY=1. Dacă punctul final se află pe una din axele de coordonate ($x = 0$, sau $y = 0$) primul pas s-ar efectua, datorită variabilei DO, pe o bisectoare, deci incorect. Atunci cînd una din coordonatele finale este zero trebuie ca deplasarea pe direcția respectivă să fie suprimată. Același lucru se poate realiza păstrînd în permanență diferențele $x_f - x_c$ și $y_f - y_c$ (x_c, y_c), este punctul curent). Două variabile logice — XO, YO — iau valoarea 0 cînd diferența corespunzătoare este diferită de zero și 1 cînd diferența respectivă este zero. În cazul deplasării pe axa OX, $y_f = y_c = 0$ (YO=1), iar pentru axa OY, $x_f = x_c = 0$ (XO=1).

Sinteza funcțiilor logice pentru variabilele PX și PY conduce la expresiile

$$PX = \overline{XO} \cdot (C45 + DO + \overline{SXF \oplus SYF \oplus SD})$$

$$PY = \overline{YO} \cdot (C45 + DO + SXF \oplus SYF \oplus SD)$$

Pentru SPX şi SPY funcţiile logice sînt :

$$SPX = SXF$$

$$SPY = SYF$$

Interpolarea începînd din originea axelor de coordonate valoarea iniţială a discriminantului este zero. Să notăm cu $\Delta_{x,y}$ valoarea discriminantului într-un punct oarecare pe parcursul interpolării. Segmentul de dreaptă care a mai rămas de interpolat se termină în punctul de coordonate (x_f, y_f). Existînd 8 posibilităţi de deplasare discriminantul trebuie să fie calculat pentru fiecare caz în parte :

$$\Delta_{x+1,y} = x_f y - (x+1)y_f = x_f y - y_f x - y_f = \Delta_{x,y} - y_f$$

$$\Delta_{x-1,y} = x_f y - (x-1)y_f = \Delta_{x,y} + y_f$$

$$\Delta_{x,y+1} = x_f(y+1) - y_f x = \Delta_{x,y} + x_f$$

$$\Delta_{x,y-1} = x_f(y-1) - y_f x = \Delta_{x,y} - x_f$$

$$\Delta_{x+1,y+1} = x_f(y+1) - x_f(x+1) = \Delta_{x,y} + x_f - y_f$$

$$\Delta_{x+1,y-1} = x_f(y-1) - y_f(x+1) = \Delta_{x,y} - x_f - y_f$$

$$\Delta_{x-1,y+1} = x_f(y+1) - y_f(x-1) = \Delta_{x,y} + x_f + y_f$$

$$\Delta_{x-1,y-1} = x_f(y-1) - y_f(x-1) = \Delta_{x,y} - x_f + y_f$$

Astfel pot fi evitate înmulţirile, calculul discriminantului făcîndu-se iterativ.

Notînd cu (x_1, y_1) coordonatele punctului după un pas, modul de calcul al discriminantului este descris în tabelul 1. În cazul executării unui pas simultan pe ambele axe se adună sau se scad (ca în tab. 1) ambele coordonate finale.

Tabelul 1

y_f	x_f	PX	SPX	PY	SPY	$\Delta_{x_1,y_1} = \Delta_{x,y} +$
0	>0	1	0	0	0	$-y_f$
0	<0	1	1	0	0	$+y_f$
>0	0	0	0	1	0	$+x_f$
<0	0	0	0	1	1	$-x_f$

3. Implementarea hardware a algoritmului

Algoritmul de interpolare prezentat a fost implementat pe o interfaţă de ploter, pentru calculatorul NOVA 1200. Rutina de comandă a ploterului din cadrul sistemului de operare trimite către acesta un octet. Modificarea

acesteia ar fi însemnat renunțarea la toate programele standard pentru ploter. Se urmărea ca interfața să permită atît lucrul pas cu pas, cît și prin interpolare. Cuvîntul de comandă necesar ploterului pentru lucrul pas cu pas are structura prezentată în fig. 3a. Au fost folosite notațiile :

b)

1	2	3	4	5	6	7	8
1	×	A	B	×	×	×	S

a)

1	2	3	4	5	6	7	8
×	×	A	B	−Y	+Y	−X	+X

× — bit neutilizat (zero întotdeauna);
A, B — comenzi pentru cele 2 peniță ale ploterului;
$\pm X$, $\pm Y$ — direcția și sensul de deplasare.

Pentru a indica modul de lucru a fost utilizat bitul 1 al primului octet: 0 — pas cu pas, 1 — prin interpolare. În cazul interpolării sînt necesari încă 4 octeți pentru coordonatele x_f și y_f (cîte 16 biți pentru fiecare). Pentru a evita complicarea automatului, calculul bitului de semn al expresiei $(\mathrm{Sgn}(y_f)x_f - \mathrm{Sgn}(x_f)y_f)$ a fost lăsat în sarcina programatorului, valoarea sa fiind transmisă interpolarului ca mărime de intrare (S). Primul octet transmis va avea structura din fig. 3b.

Au fost realizate două automate secvențiale ce lucrează corelat. Primul identifică modul de lucru și încarcă octetul/octeții primiți în registrele corespunzătoare, iar al doilea reprezintă unitatea de comandă a interpolatorului. În proiectare a fost folosită metoda propusă de C. Clare în [1].

Ploterul transmite un semnal „ready". Cei 6 biți destinați lui trebuie să fie însoțiți de un semnal de strobare.

Registrele necesare interpolatorului sînt :
— XF (16 biți) — memorează coordonata x_f;
— YF (16 biți) — memorează coordonata y_f;
— Δ (16 biți) — memorează valoarea discriminantului $\Delta_{x,y}$;
— RPLT (6 biți) — memorează cuvîntul de comandă pentru ploter;
— RNXF (numărător încărcabil de 16 biți) — memorează $x_f - x_c$;
— RNYF (numărător încărcabil de 16 biți) — memorează $y_f - y_c$;
— RC8 (8 biți) — memorează un octet transmis de calculator;
— RN16 (numărător hexazecimal de 4 biți) — pentru sumator.

Pentru calculul discriminantului este utilizat un sumator serie. Ambele automate secvențiale proiectate sînt sincrone. Intrările de la ploter și de la calculator au fost sincronizate folosind bistabili SN7473. Schema bloc a interfeței este prezentată în fig. 4. Semnalele vehiculate de automate sînt :

B1 — bitul 1 al octetului primit de la calculator;
CP — semnalul „ready" transmis de ploter;
BDC — semnalează calculatorului terminarea operației în interfață;
CN — indică faptul că a fost primit de la calculator un octet;

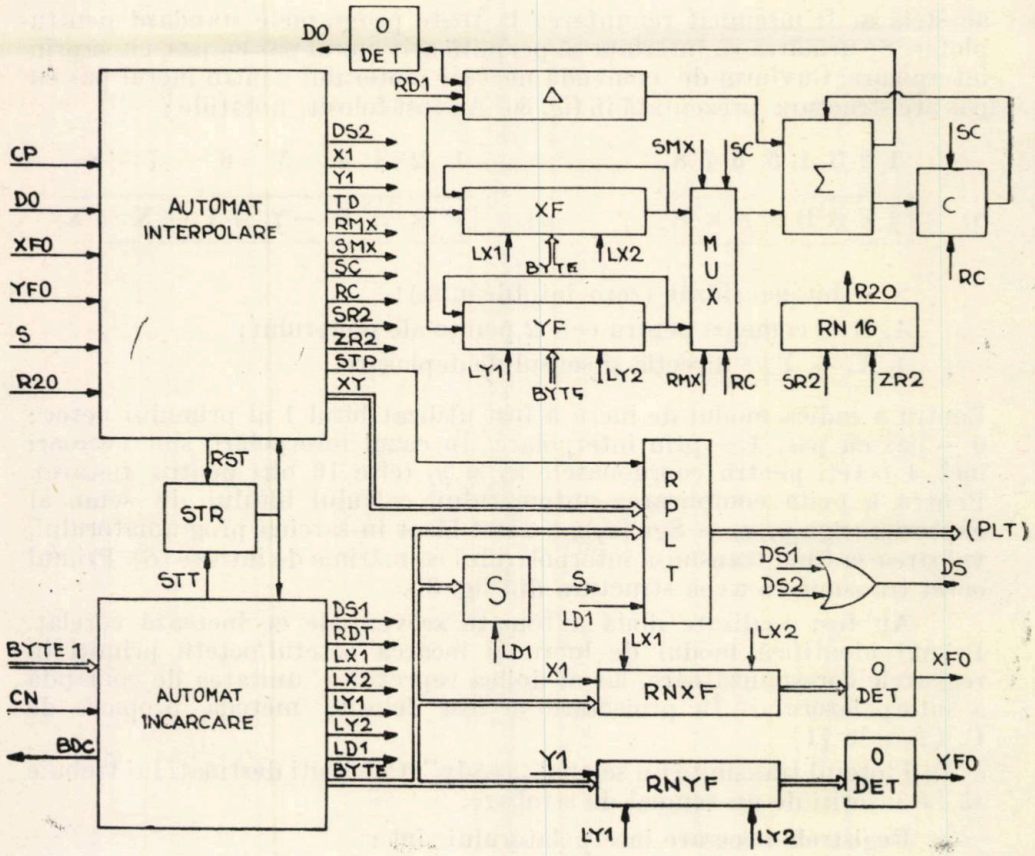


Fig. 4

LD1 — încarcă informația din primul octet;
LX1, LX2 — încarcă octeții 2, respectiv 3 (XF);
LY1, LY2 — încarcă octeții 4, respectiv 5 (YF);
STT — setează semaforul de comunicare între cele două automate. Este elaborat de automatul de încărcare;
RST — resetează semaforul de comunicare între cele două automate. Semnifică terminarea interpolării. Este elaborat de automatul de interpolare;
STR — ieșirea semaforului de comunicare între automate;
RDT — anulează registrul Δ;
DO — registrul Δ conține valoarea zero;
STP — încarcă în RPLT comanda de la interpolator;
STS — încarcă în RPLT comanda pentru lucrul pas cu pas;
XFO, YFO — registrul RNXF, respectiv RNYF este zero;
PX, PY — pas pe una din axe (*Ox*, respectiv *Oy*);
SMX, RMX — comenzi pentru multiplexorul de intrare în sumator;

SC, RC — setează bistabilul *C* de memorare a transportului de la sumator în cazul scăderii (adunare a complementului față de 2), respectiv resetează bistabilul *C* în cazul adunării;
SR2 — incrementează numărătorul RN16;
ZR2 — anulează conținutul numărătorului RN 16;
TD — semnal de deplasare a registrelor care se însumează (Δ, XF, YF);
R20 — semnalează terminarea unei adunări sau scăderi pe 16 biți în sumatorul serie;
X1 — comandă de incrementare/decrementare către RNXF;
Y1 — comandă de incrementare/decrementare către RNYF;
DS1 — semnal de strob către ploter în mod pas cu pas;
DS2 — semnal de strob către ploter în mod interpolat;
DS — strob către ploter (DS1+DS2).

Organigrama de descriere a funcționării automatului de încărcare este prezentată în fig. 5, iar cea a automatului de interpolare în fig. 6. Schema care calculează PX, PY, SPX, SPY este combinațională și funcționează tot timpul, semnalul STP încărcînd registrul RPLT cu comenzile necesare. Calculul noii valori a discriminantului se face în funcție de PX, PY și semnele coordonatelor aflate în registrele XF și YF. Au fost studiate în fiecare caz două variante de asignare a codurilor pentru stări, ambele conform criteriului distanței minime. Sinteza a fost făcută folosind circuite integrate SSI și MSI, iar ca element de memorie a fost utilizat bistabilul J—K master-slave SN7473. Ambele automate folosesc același ceas, deci nu apar probleme de sincronizare între ele. Frecvența aleasă este de 500 KHz. Aceasta echivalează cu o viteză potențială minimă (în cazul cînd se merge pe o bisectoare și numărul tactelor parcurse de automat la un ciclu este 38) de 13518 pași/sec. La un ploter cu pasul de 0,1 mm aceasta echivalează cu o viteză minimă de 1,316 m/sec. Introducerea coordonatelor x și y pe 16 biți în complement față de 2 oferă posibilitatea efectuării a 32767 pași la o comandă, adică 3,277 m. Pentru testarea și depanarea operativă a interfeței a fost prevăzută posibilitatea de trecere a ceasului pe control manual. Funcționarea automatelor și generarea semnalelor de ieșire se urmărește foarte ușor pe organigrame.

Concluzii

Realizarea interfeței și introducerea ei în exploatare au dus la o micșorare importantă a timpului de ocupare a unității centrale a calculatorului pentru lucrul cu ploterul, sistemul de operare lucrînd cu perifericele în spooling, în timp real. Astfel, pentru un segment cu lungimea 20 cm, ploterul avînd pasul de 0.1 mm, folosind modul pas cu pas este nevoie de 2000 de executări ale rutinei pentru ploter. Același segment, folosind interpolatorul descris, necesită numai 5 apeluri la rutina pentru ploter.

Pentru a verifica corectitudinea algoritmului a fost scris un program care realiza interpolarea simulînd un ploter cu pasul de 1 cm. Ulterior, înainte de realizarea interfeței prezentate, a fost scris un program care folosea algoritmul pentru desenele necesare producției. Introducerea în

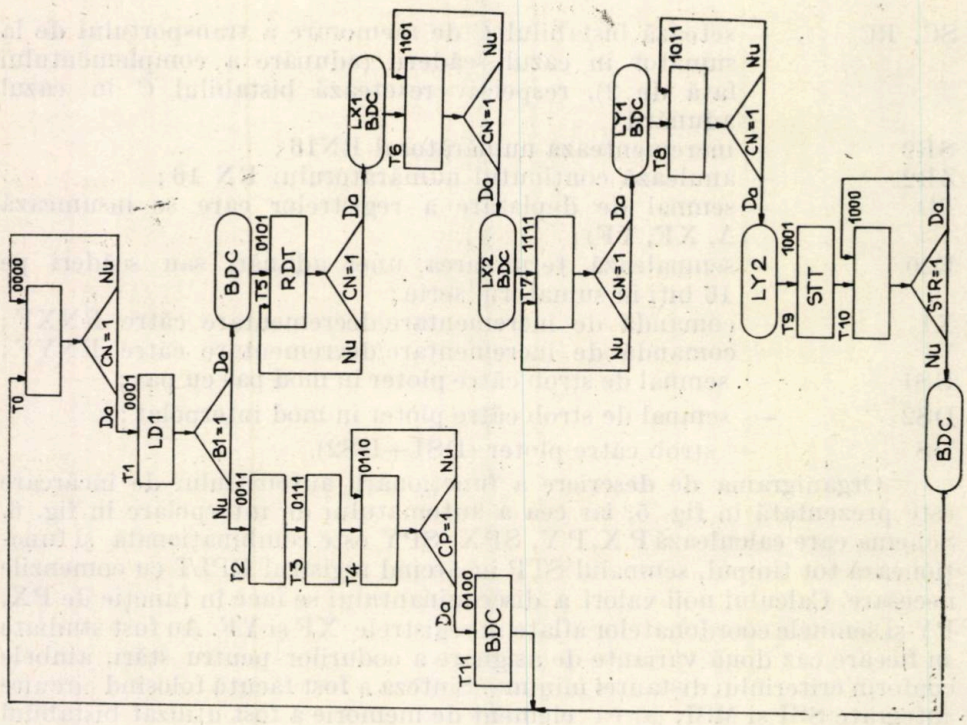

T0
0000
CN=1
Nu
Da
0001
LD1
T1
Bi=1
Nu
0011
T2
0111
T3
0110
T4
CP=1
Nu
Da
0100
BDC
T11
BDC
Da
T5
0101
RDT
CN=1
Da
Nu
LX1
BDC
1101
T6
CN=1
Nu
Da
LX2
BDC
1111
T7
CN=1
Da
Nu
LY1
BDC
1011
T8
CN=1
Nu
Da
LY2
1001
T9
STT
T10
1000
STR=1
Da
Nu
BDC

Fig. 5

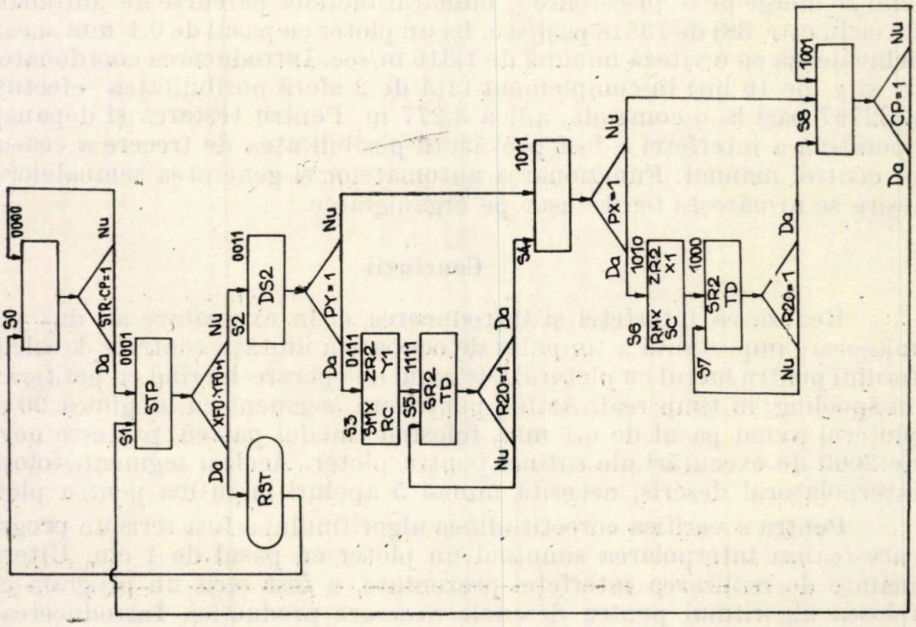

S0
0000
STR.CP=1
Nu
Da
0001
STP
S1
XF0.XF0=1
Nu
S2
0011
DS2
Da
RST
PY=1
Nu
Da
0111
ZR2
Y1
S3
RMX
RC
S5
1111
SR2
TD
R20=1
Da
Nu
S4
1011
PX=1
Nu
Da
1010
ZR2
X1
S6
RMX
SC
1000
SR2
TD
S7
R20=1
Da
Nu
S8
1001
CP=1
Nu
Da

Fig. 6

exploatare a interfeței a dus la îmbunătățirea substanțială a performanțelor sistemului.

Schema poate fi utilizată oriunde este necesară comanda unor motoare pas cu pas pe două axe de coordonate.

BIBLIOGRAFIE

1 *Christopher R. Clare*, „Designing logic systems using state machines", Mc Graw-Hill Book Company ;
2 *Elena Popoviciu*, „Teoreme de medie din analiza matematică și legătura lor cu matematica interpolării" — Ed. Dacia Cluj 1972 ;
3 Texas Instruments — „System '74" ;
4 Texas Instruments — „The TTL Data Book" ;

Step › y Step Linear Interpolator Using Δ Computation and Minimising the Interpolating Error

The article presents an algorithm to aproximate a line segment using constant length small segments (called steps) at angles multiple of $\pi/4$. The algorithm was developped by the authors and implemented through a sinchronous sequential machine on a plotter interface. It is presented the mathematical approach of the algorithm and the method used to design the sequential machine.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 4

CUPRINSUL SERIEI ELECTROTEHNICA PE ANUL 1980

MATEMATICĂ

M. Roșculeț, Ana Maria Neagu. Fonctions quasi monogènes sur des algèbres à radical, nr. 1. pag. 3
N. Anghel. O demonstrație directă a faptului că $L^1(x, \beta, \mu)$ verifică principiul tare al maximului modulului, nr. 1, pag. 15
Elena Deciu. On the Wave Functor. nr. 2, pag. 3
T. Constantinescu. Some Remarks in Systems Realization. nr. 3, pag. 3
Ecaterina Cioară. Asupra unui algoritm mixt de „clasificare". O aplicație în tehnică. nr. 4, pag. 3
Cornelia Niculescu. O clasă de inecuații diferențiale de ordinul întîi neliniare ; proprietăți geometrice ale curbelor integrale. nr. 4, pag. 13

FIZICĂ

I. M. Popescu, A. Brunfeld, D. Atanasiu. Contribuții la calculul optic al interferometrelor cu laser. nr. 1, pag. 21
A. Rusu, Marina Olariu. Modelarea fizică a tranzistoarelor DMOS. nr. 1, pag. 31
C. Florea. Metoda Kirkwood pentru mesomorfismul nematic. nr. 1, pag. 39
G. A. Stanciu, I. M. Popescu, C. M. Stoichiță, E. Budianu, E. Vasile. Caracterizarea prin baleiaj cu fascicul laser a fotodiodelor. nr. 2, pag. 11
Cornelia Moțoc, Maria Honciuc, Iuliana Cuculescu. Asupra unor tehnici folosite în vederea caracterizării cristalelor lichide. nr. 2, pag. 17
V. L. Fara, R. Grigorescu. Modelul matematic al unui colector solar plan cu focalizare. nr. 3, pag. 11
M. Stan. A Method for Computing the Fluctuation Spectrum in Weak Nonlinear Systems. nr. 3, pag. 19
Rodica Bena, Iuliana Cuculescu, Ana Enache, I. Baciu. Transmisie optică și proprietăți electrice ale mixturii colesterice compensate clorura de colesteril și nonanoat de colesteril. nr. 4, pag. 19
Gabriela Cone. Efecte magnetooptice cu radiație coerentă în cîmp magnetic axial. nr. 4, pag. 25

ELECTROTEHNICĂ

C. Bălă, M. Covrig, Luxandra Togui, P. Bochian. Optimum tehnico-economic în construcția bobinelor de filtrare cu miez feromagnetic. nr. 1, pag. 47
P. Dinculescu, M. Popescu. O nouă construcție a balasturilor cu rezonanță pentru lămpi fluorescente. nr. 1, pag. 59
M. Iordache, Doina Istrătescu. Algoritm și program de simulare și analiză a circuitelor electrice și electronice de c.a. liniare cu surse comandate și cuplaje magnetice. nr. 1, pag. 67
V. A. Mărieș. Determinarea traiectoriilor fascicolelor de electroni în dispozitivele de deflexie magnetică. nr. 1, pag. 79
P. Dinculescu, M. Popescu, Balast cu rezonanță pentru lămpile fluorescente de 40 W. nr. 2, pag. 31
M. Preda, Ioana Dorobanțu. Extindere a metodelor topologice bazate pe utilizarea unor elemente uniport cu incidențe speciale. nr. 3, pag. 29
Cristiana Popeea. Realizări parțiale de stare ale ecuațiilor de circuit cu parametri tranzitorii. nr. 3, pag. 39
C. Ghiță. Calculul inductivității de dispersie la transformatoare. nr. 3, pag. 74
M. Preda, Ioana Dorobanțu. Formula topologică generală în metodele topologice bazate pe grafele unor scheme echivalente cu elemente uniport speciale. II. nr. 4, pag. 35

Corina Fluerașu. O metodă de aproximare pentru calculul pătrunderii cîmpului electromagnetic sinusoidal în piese cilindrice neomogene. nr. 4, pag. 43

ELECTRONICĂ

Gh. Samachișă, A. M. Manolescu, A. Manolescu, C. Burileanu. Circuitele integrate hibride — o soluție de rezolvare a cerințelor impuse de construcția aparaturii electronice moderne. nr. 1, pag. 89
D. Stanomir. Variational Analysis of Nonlinear Electrical Networks I. Resistive Networks. nr. 1, pag. 99
V. E. Neagoe. Adaptive Delta Modulation for Image Coding Using Pulse Grouping Techniques. nr. 1, pag. 109
P. Postelnicu. Le concept de la connexion inverse intrinsèque. nr. 2, pag. 39
M. Bodea, M. Ionescu, A. Silard. Calculul distribuției staționare de temperatură în circuitele integrate. nr. 2, pag. 49
V. Cătuneanu, O. Iancu, S. Vasilescu, P. Schiopu, I. Pascu. Tehnologia și concretizarea dispozitivelor de afișaj cu c.l.n. cu difuzie dinamică. nr. 2, pag. 55
Gh. Cartianu, A. D. Preda. Sistem de transmisiune a informației de timp. nr. 3, pag. 53
M. Drăgulinescu, S. Ciochină, I. Marghescu, Ileana Belușica. Părțile componente ale sistemului de transmisiune a informației de timp. nr. 3 pag. 61
D. Stanomir. Variational Analysis of Nonlinear Electrical Networks II RLC Networks. nr. 4 pag. 55

CENTRALE ELECTRICE

N. Dănilă, Bui Huy Phung. Model economico-matematic de optimizare a balanței combustibililor energetici în perspectivă. nr. 2, pag. 63

AUTOMATICĂ

I. Catană. Unele probleme privind optimizarea amplificatoarelor hidraulice cu două etaje de amplificare. nr. 2, pag. 75
St. Popescu, D. Caulis. Extinderea posibilităților de testare a releelor de impedanță. nr. 2, pag. 87
I. Catană. Utilizarea reacțiilor de presiune și debit în cadrul sistemelor electrohidraulice. nr. 3, pag. 71
Anca Stoica. Echivalența unor clase de probleme de conducere staționar-optimală. nr. 3, pag. 81
T. Söderström, P. Stoica. On Criterion Selection in Prediction Error Identification of Least-Squares Models. nr. 4, pag. 63
I. Russ. Sinteza sistemelor optimale liniare cu variații mari ale parametrilor. nr. 4, pag. 69

CALCULATOARE

Maria Ana Necula, C. Tănăsescu. Algorithms for Determining LEFD which Has a Given Discrete Time Function as Solution. nr. 2, pag. 95
C. Zervos, L. Ciolac. Note on Optimal Synthesis of Definitely Diagnosable Sequential Automata. nr. 2, pag. 103
V. Cristea. Aspecte privind studiul eficienței instrumentelor de sincronizare a proceselor de calcul paralele. nr. 3, pag. 95
Eugenia Kalisz. Transformarea conflictelor prim-urm din gramatici independente de context în conflicte prim-prim. nr. 3, pag. 89
V. Dabija. On a Method for Automated Minimization of Boolean Functions Based on IF-THEN-ELSE Trees. nr. 3, pag. 105
Cr. Zervos, Irina Athanasiu. Detectability of Logical Faults in Sequential Logic Circuits. nr. 4, pag. 77
Florica Moldoveanu. Unele aspecte ale proiectării produselor program. I. nr. 4, pag. 89
D. Golumbovici, R. Pop. Interpolator liniar pas cu pas cu calcul de discriminant și minimizarea erorii de interpolare. nr. 4, pag. 97

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 4

INDEX ALFABETIC PE AUTORI

Anghel N., *1*, pg. 15
Atanasiu D., *1*, pg. 21
Atanasiu Irina, *4*, pg. 77
Baciu I., *4*, pg. 19
Bălă C., *1*, pg. 47
Belușica Ileana, *3*, pg. 61
Bena Rodica, *4*, pg. 19
Bochian P., *1*, pg. 47
Bodea M., *2*, pg. 49
Brunfeld A., *1*, pg. 21
Budianu E., *2*, pg. 11
Burileanu C., *1*, pg. 89
Cartianu Gh., *3*, pg. 53
Catană I., *2*, pg. 75; *3*, pg. 71
Cautiș D., *2*, pg. 87
Cătuneanu V., *2*, pg. 55
Cioară Ecaterina, *4*, pg. 3
Ciochină S., *3*, pg. 61
Ciolac L., *2*, pg. 103
Cone Gabriela, *4*, pg. 25
Constantinescu T., *3*, pg. 3
Covrig M., *1*, pg. 47
Cristea V., *3*, pg. 95
Cuculescu Iuliana, *2*, pg. 17; *4*, pg. 19
Dabija V., *3*, pg. 105
Dănilă N, *2*, pg. 63
Deciu Elena, *2*, pg. 3
Dinculescu P., *1*, pg. 59; *2*, pg. 31
Dorobanțu Ioana, *3*, pg.; 29 *4*, pg. 35
Drăgulinescu M., *3*, pg. 61
Enache Ana, *4*, pag. 19
Fara V. L., *3*, pg. 11
Florea C., *1*, pg. 39
Fluerașu Corina, *4*, pg. 43
Ghiță C., *3*, pg. 47
Golumbovici: D., *4*, pg. 97
Grigorescu R., *3*, pg. 11
Honciuc Maria, *2*, pg. 17
Iancu O., *2*, pg. 55
Ionescu M., *2*, pg. 49
Iordache M. *1*, pg. 67
Istrătescu Doina, *1*, pg. 67
Kalisz Eugenia, *3*, pg. 89
Manolescu A., *1*, pg. 89
Manolescu A. M., *1*, pg. 89
Marghescu I., *3*, pg. 61
Mărieș V. A., *1*, pg. 79
Moldoveanu Florica, *4*, pg. 89

Moţoc Cornelia, *2*, pg. 17
Neagoe V. A., *1*, pg. 109
Neagu Ana Maria, *1*, pg. 3
Necula Ana Maria, *2*, pg. 95
Niculescu Cornelia, *4*, pg. 13
Olariu Marina, *1*, pg. 31
Pascu I., *2*, pg. 55
Phung Bui Huy, *2*, pg. 63
Pop R., *4*, pg. 97
Popeea Cristiana, *3*, pg. 39
Popescu I. M., *1*, pg. 21 ; *2*, pg. 11.
Popescu M., *1*, pg. 59 ; *2*, pg. 31
Popescu St., *2*, pg. 87
Postelnicu P., *2*, pg. 39
Preda A. D., *3*, pg. 53
Preda M., *3*, pg. 29 ; *4*, pg. 35
Roşculeţ M., *1*, pg. 3
Russ I., *4*, pg. 69
Rusu A., *1*, pg. 31
Samachişă Gh., *1*, pg. 89
Silard A., *2*, pg. 49
Söderström T., *4*, pg. 63
Stan M., *3*, pg. 19
Stanciu G. A., *2*, pg. 11.
Stanomir D., *1*, pg. 99 ; *4*, pg. 55
Stoica Anca, *3*, pg. 81
Stoica P., *4*, pg. 63
Stoichiţă C. M., *2*, pg. 11.
Schiopu P., *2*, pg. 55
Tănăsescu C., *2*, pg. 95
Togui Luxandra, *1*, pg. 47
Vasile E., *2*, pg. 11
Vasilescu S., *2*, pg. 55
Zervos C., *2*, pg. 103 ; *4*, pg. 77

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ
Tomul XLII — 1980, Numărul 4

TEZE DE DOCTORAT SUSȚINUTE ÎN ANUL 1980

Nabil Al Jabi — Contribuții la studiul unei serii unitare de motoare asincrone în gama de la 1—100 kw. (12.I.1980)

Virgiliu Fireșeanu — Contribuții la îmbunătățirea sistemelor de pompare electromagnetică a metalelor fluide. (18.I.1980)

Mihai Boită — Sisteme adaptive cu acumulare de informații. (25.I.1980)

Constantin E. Isbășoiu — Contribuții la calculul gabaritelor și parametrilor turbinelor cu reacțiune, cu dezvoltarea hidrodinamicii axial tubulare. (26.II.1980)

Mariana Efrem Jurian — Metode de acces a stațiilor de sol de capacitate mică la sistemul de telecomunicații prin sateliți. (28.II.1980)

Nicolae Cupcea — Modulatoare și demodulatoare pentru echipamente de transmitere de date de viteză mică realizate cu dispozitive semiconductoare active. (11.III.1980)

Florian I. Crețu — Analiza asistată pe calculator a circuitelor electronice integrate pentru memorii semiconductoare. (11.III.1980)

Elena Victoria Lixandru Vișină — Optimizarea părții clasice a circuitului termic al centralelor electrice nucleare cu dublu circuit, în condițiile din R.S.R. (13.III.1980)

Dumitru Stanciu — Contribuții la studiul fenomenelor din pompele electromagnetice pentru metale flude. (17.IV.1980)

Stelian Guțu — Contribuții la elaborarea sistemului informatic al conducerii operative a producției. (24.IV.1980)

Meltiade Cîrlan — Optimizarea organizării și conducerii reparațiilor instalațiilor termomecanice din cadrul sistemelor de energie-contribuții. (26.IV.1980)

Ana Marie-Petrescu — Contribuții la estimarea siguranței în funcționare pe termen scurt a sistemului energetic. (20.V.1980)

Ali Shahib Mubarek — Contribuții la conducerea On-Line a sistemelor electro-energetice în condițiile reglajului frecvență-putere-tensiune. (2.VI.1980)

Nguyen Tien Ngu — Contribuții la optimizarea proceselor automatizate din industria materialelor de construcții. (23.VI.1980)

Sanda Cănescu — Contribuții la studiul regimului tranzistoriu al mașinilor asincrone în scopul determinării unor recomandări privind alegerea aparatelor de comutație și protecție. (24.VI.1980)

Van Dinh An — Supratensiuni interne la conectarea și deconectarea liniilor de înaltă tensiune. Coordonarea izolației. (25.VI.1980)

Constantin Rădoi — Metode de corelație utilizate în măsurători industriale (27.VI.1980)

Abdulah Nabijovici — Contribuții la optimizarea serviciilor interne termice principale din centralele termoelectrice. (30.VI.1980)

Emanuel Vasiliu — Contribuții la analiza circuitelor cu parametri variabili. (2.VII.1980)

Marin Mihalache — Contribuții asupra parametrilor mașinilor electrice de curent alternativ. (2.VII.1980)

Dragoș Zaharia — Sinteza sistemelor radiante. (12.VII.1980)

Luca Dan Șerbănați — Implementarea unui limbaj pentru un sistem imperativ de prelucrarea datelor. (14.VII.1980)

Cornelia Zaciu — Contribuții privind metodele electronice de măsurare a parametrilor influxului nervos. (5.IX.1980)

Dan Goliciu — Contribuții la analiza consumului specific de căldură al centralelor termoelectrice cu aburi. (26.IX.1980)

Eunice Bulane — Contribuții la mărirea gradului de siguranță în funcționarea instalațiilor lectrice din centrale. (6.X.1980)

Beatrice Angelica Bacivarov — Sisteme tolerante la detectări (11.X.1980)

Sevastiţa Gratziela Niculescu — Metode de optimizare a reţelelor telefonice urbane şi interurbane. (23.X.1980)

Eugen Borcoci — Metode de prelucrare a semnalelor în transmisiunile discrete (23.X.1980)

Ahmad Hidar — Contribuţii la elaborarea de noi structuri de calcul folosind microprocesoare (24.X.1980)

Vasile Hara — Studiul teoretic şi experimental al hidroplantării roţii de automobil (12.XI.1980)

Paul Şchiopu — Dispozitive optodielectrice pentru prelucrarea fascicolului laser în vederea transmiterii informaţiei (14.XI.1980)

Martin Kaucsar — Comanda puterii în c.a. prin controlul frecvenţei semiperioadelor de conducţie şi aplicaţii (17.XI.1980)

Vasile Buzuloiu — Studiul unor metode statistice de detecţie a semnalelor slabe (1.XII.1980)

Dan Nicolae Roman — Proiectarea optimă a reţelelor de calculatoare destinate teleprelucrării informaţiei (3.XII.1980)

Jean Constantinescu — Contribuţii privind aplicarea decuplării funcţionale şi structurale în modelele de calcul a regimurilor de funcţionare ale sistemelor electroenergetice complexe (8.XII.1980)

Nehiem Xuan Tinh — Codarea pentru canale radioelectrice (12. XII. 1980)

Valentin Nicolae Cristea — Gestiunea resurselor fizice într-un sistem de calcul conversaţional. (16. XII. 1980)

MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1883

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SERIA ELECTROTEHNICĂ

apare trimestrial, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" şi „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din institut. In limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa privind articolele, schimburile de publicaţii şi abonamentele se fac pe adresa institutului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
РАЗДЕЛ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Выходит четыре раза в год, являясь продолжением прежних научных периодических журналов, „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" и „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского политехнического института. В пределах возможностей будут опубликоваться и научно-исследовательские работы специалистов извне.

Переписка, обмен периодическими изданиями и подписка производятся по адресу института.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
ELECTROTECHNICS SERIES

The Bulletin is issued quarterly, continuing the old scientific periodicals : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" and „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti".

Organized on a new basis, il primarily reflects the scientific activity of the academic staff from Institute. Researchers from outside the institute can also publish their papers within the available space.

The correspondance regarding the articles, change of publications and subscriptions are sent to the following address.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SÉRIE ÉLECTROTECHNIQUE

parait tous les trois mois, continuant les anciens périodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" et „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Organisé sur de nouveaux principes il reflète tout d'abord l'activité scientifique du corps enseignant de l'Institut. Dans la limite de l'espace disponible on peut y publier aussi les travaux scientifiques des collaborateurs de l'extérieur.

L'adresse pour la correspondance concernant les articles, les échanges de publications et les abonnements est :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
ROMÂNIA
Splaiul Independenţei nr. 313
Căsuţa Poştală nr. 2356
(pentru Buletinul Institutului)
Seria Electrotehnică

1981 APR 2 8

Lei 20